

Brüche. Primkörper von Integritätsringen der Charakteristik Null. Darstellbarkeit von Integritätsringen als Unterringe von Körpern.

§ 14. Zerlegung in Primfaktoren 133

Unzerlegbare Elemente. Integritätsringe, in denen die Faktorisierung in unzerlegbare Elemente möglich ist. Beispiel: $\mathbb{Z}[\sqrt{5}]$. Faktorielle Ringe. Größter gemeinschaftlicher Teiler. Euklidische Ringe. Ring der ganzen Gaußschen Zahlen. Euklidischer Algorithmus.

§ 15. Polynomringe 150

Polynome, Polynomringe. Eindeutige Darstellung von Polynom. Substitution. Grad eines Polynoms. Nullteiler und Einheiten in Polynomringen. Divisionsalgorithmus für Polynome. Euklidische Polynomringe. Primfaktorzerlegung in Polynomringen. Satz von GAUSS. Irreduzibilitätsuntersuchungen bei Polynomen. Kriterium von EISENSTEIN.

§ 16. Nullstellen von Polynomen 169

Polynomen zugeordnete Abbildungen. Nullstellen von Polynomen. Zerlegung von Polynomen in Linearfaktoren. Sätze über endliche Körper: Struktur ihrer multiplikativen Gruppe, Existenz von Teilkörpern, Struktur ihrer Automorphismengruppe. Existenz von Nullstellen. Einfache und mehrfache Nullstellen. Differentiation von Polynomen. Separable Polynome. Vollkommene Körper.

§ 17. Körpererweiterungen 183

Körpererweiterungen. Körperadjunktion. Grad einer Körpererweiterung, Gradsatz. Algebraische Elemente. Abzählbarkeit der algebraischen Zahlen. Minimalpolynom. Algebraische Körpererweiterungen. Charakterisierung endlicher Körpererweiterungen. Algebraisch-abgeschlossene Hülle. Algebraisch-abgeschlossene Körpererweiterungen. Satz von E. STEINITZ: Charakterisierung endlicher einfacher Körpererweiterungen mittels ihrer Zwischenkörper.

§ 18. Zerfällungskörper von Polynomen 196

k -Homomorphismen, k -Isomorphismen. Konjugierte Elemente einer Körpererweiterung. Zerfällungskörper: Existenz und Eindeutigkeit. Endgültige Klassifizierung der endlichen Körper. Charakterisierungen von Körpererweiterungen, die als

Zerfällungskörper von Polynomen auftreten. Normale Körpererweiterungen.

§ 19. Separable und inseparable Körpererweiterungen 206

Separable Elemente. Satz vom primitiven Element. Separable und rein-inseparable Körpererweiterungen. Rein-inseparable Elemente. Charakterisierung rein-inseparabler Körpererweiterungen mittels der reinen Inseparabilität ihrer Elemente. Charakterisierung separabler einfacher Körpererweiterungen durch die Eigenschaften ihrer primitiven Elemente. Separable Hülle. Separabilitätsgrad, Inseparabilitätsgrad. Charakterisierung der Zerfällungskörper separabler Polynome.

§ 20. Der Hauptsatz über endliche Körpererweiterungen 217

Galoisgruppe. Fixkörper. Beziehungen zwischen Galoisgruppen-Ordnung und Körpergrad, Satz von E. ARTIN. Charakterisierung von Galoiserweiterungen. Hauptsatz der Galoistheorie. Hauptsatz für endliche Galoiserweiterungen. Fundamentalsatz der Algebra. Berechnung der Galoisgruppe und der Zwischenkörper endlicher Galoiserweiterungen.

§ 21. Die Einheitswurzeln. 227

n -te Einheitswurzeln. Kreisteilungskörper. Primitive n -te Einheitswurzeln. Kreisteilungspolynome. Primfaktorzerlegung der Kreisteilungspolynome. Galoisgruppen der Kreisteilungskörper. Radikale. Charakterisierung von Galoiserweiterungen mit zyklischer Galoisgruppe mittels einfacher Radikalerweiterungen.

§ 22. Die Auflösung von Gleichungen 239

Radikalerweiterungen. Auflösbare Gleichungen und auflösbare Galoisgruppen. Beispiel von HILBERT. Nicht-Auflösbarkeit der allgemeinen Gleichung n -ten Grades. Historische Bemerkungen.

§ 23. Konstruktionen mit Zirkel und Lineal 247

Konstruierbarkeit komplexer Zahlen. Klassische Konstruierbarkeitsprobleme: Quadratur des Kreises, Delisches Problem, Konstruktion des regulären n -Ecks, Dreiteilung eines Winkels.

Anhang. Grundbegriffe der linearen Algebra 261

Vektorräume. Lineare Abhängigkeit. Erzeugendensysteme und Basen. Austauschsatz von STEINITZ. Dimension von Vektorräumen. Lineare Abbildungen.

Register 269