

## § 15. Eigenwerte . . . . . 163

Eigenwerte, Eigenvektoren, Eigenräume, geometrische Multiplizität von Eigenwerten, diagonalisierbare Endomorphismen, charakteristische Polynome, algebraische Multiplizität von Eigenwerten, Eigenwerte und Eigenräume normaler komplexer Endomorphismen und ihrer Adjungierten, Diagonalisierbarkeit und Spektraldarstellungen, Charakterisierung normaler Endomorphismen durch ihre Spektren, Hauptachsentransformationen hermitescher Sesquilinearformen und Matrizen.

## § 16. Komplexifizierung . . . . . 173

Komplexifizierung reeller Vektorräume, Funktoreigenschaften, Komplexifizierung reeller Bilinearformen, Verträglichkeit der Adjunktion mit der Komplexifizierung, Komplexifizierung normaler reeller Endomorphismen, Anwendung der komplexen Spektraltheorie auf reelle normale Endomorphismen, Diagonalisierbarkeit reeller selbstadjungierter Endomorphismen, orthogonale Transformationen, Hauptachsentransformation reeller symmetrischer Bilinearformen und Matrizen.

Realisation komplexer Vektorräume, Funktoreigenschaften, Realisation komplexer Skalarprodukte, Matrixdarstellungen, Verträglichkeit der Adjunktion mit der Realisation.

## ANHANG

### A. Kategorien . . . . . 187

Definition, Unterkategorien, spezielle Morphismenklassen, universelle und couniverselle Probleme, universelle und couniverselle Lösungen, Beispiele: Produkte und Summen.

### B. Funktoren . . . . . 193

Definition, Varianz, Hintereinanderschaltung von Funktoren, Produkte von Funktoren, Funktoren, die mit universellen und couniversellen Lösungen gegeben sind.

## C. Morphismen von Funktoren . . . . . 198

Definition, zwei Verknüpfungen für Morphismen von Funktoren.

## TABELLE MATHEMATISCHER ZEICHEN. . . . . 203

## SACHREGISTER . . . . . 209

Abbildungen:  $A, B$  seien irgendwelche Mengen. Ordnet man jedem Element  $a \in A$  ein Element  $b \in B$  zu, so nennt man diese Zuordnung  $T$  eine Abbildung von  $A$  in  $B$  oder auch eine Funktion auf  $A$  mit Werten in  $B$  und schreibt dafür  $T: A \rightarrow B$  oder auch  $A \rightarrow B$ . Um anzugeben, auf welches Element  $b \in B$  das Element  $a \in A$  abgebildet wird, verwenden wir die Schreibweisen  $T(a) = b$  oder  $a \mapsto b$  oder  $b = T(a)$  oder auch  $a \rightarrow T(a)$ .  $B$  nennt man den Wert- oder Bildbereich,  $A$  den Argument- oder Urbildbereich von  $T$  (abgekürzt:  $A = \text{Arg } T$ ,  $B = \text{Wert } T$ ).

$I_A: A \rightarrow A$  bezeichne stets die sogenannte identische Selbstabbildung  $a \mapsto a$  von  $A$ . Ist  $A'$  eine Teilmenge von  $A$  ( $A' \subseteq A$ ), so verwenden wir für die sogenannte Inklusionsabbildung  $i: A' \rightarrow A$ ,  $i(a) = a$  für  $a \in A'$ , auch die Schreibweise  $i: A' \hookrightarrow A$  oder kürzer  $A' \hookrightarrow A$  ohne explizite Benennung der Abbildung.

Die Konstellation von Abbildungen

$$A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C$$

$$A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C$$

gibt Anlaß zu folgenden Begriffen und Bezeichnungen:

(1)  $TA := \{Ta, a \in A\}$  heißt Bild von  $A$  unter  $T$ , ist  $a$  ein Element von  $A$ , so schreiben wir statt  $T(a) = \{Ta\}$  einfacher  $Ta$ . Im  $T = TA$  heißt schlechthin das Bild (bzw.) von  $T$ .

(2)  $T^{-1}B := \{a \in A : Ta \in B\}$  heißt Urbild von  $B$  unter der Abbildung  $T$ . Ist der Durchschnitt  $B \cap \text{Im } T$  leer, so ist  $T^{-1}B$  ebenfalls gleich der leeren Menge. Ist  $a \in A$ , so heißt  $T^{-1}(Ta)$  die Faser der Abbildung  $T$  durch  $a$ .