

Inhaltsverzeichnis

IV. Kapitel

Differentialgleichungen zweiter und höherer Ordnung

		Seite
§ 28.	Reduktion der Ordnung einer Differentialgleichung	73
§ 29.	Gleichungen, in denen y fehlt	74
§ 30.	Gleichungen, in denen x fehlt	77
§ 31.	Erste Art homogener Gleichungen	80
§ 32.	Zweite Art homogener Gleichungen	81
§ 33.	Dritte Art homogener Gleichungen	83
§ 34.	Ein spezieller Fall von Homogenität	84
§ 35.	Das erste Integral.	86
§ 36.	Über die Krümmung ebener Kurven	89

V. Kapitel

Lineare Differentialgleichungen

§ 37.	Das allgemeine Integral	92
§ 38.	Reduktion der Ordnung einer linearen homogenen Differentialgleichung	95
§ 39.	Homogene Gleichungen mit konstanten Koeffizienten	96
§ 40.	Eigenschaften des Differentialoperators $F(D)$	99
§ 41.	Konjugiert komplexe Faktoren	101
§ 42.	Mehrfache reelle Faktoren	102
§ 43.	Mehrfache komplexe Faktoren	103
§ 44.	Inverse Operatoren	104
§ 45.	Anwendung inverser Operatoren auf periodische Funktionen.	109
§ 46.	Reihenentwicklung eines inversen Operators	113
§ 47.	Darstellung des allgemeinen Integrals durch Quadraturen.	115
§ 48.	Die Eulersche lineare Differentialgleichung	117
§ 49.	Die Laplacesche lineare Differentialgleichung.	120
§ 50.	Variation der Konstanten	122
§ 51.	Lineare Systeme mit konstanten Koeffizienten	124

VI. Kapitel

Integration durch Reihen

§ 52.	Lösung in Form einer Taylorschen Reihe	128
§ 53.	Ausserwesentliche Singularitäten	132
§ 54.	Die hypergeometrische Differentialgleichung	133
§ 55.	Die Legendresche Differentialgleichung und die Funktion $P_n(x)$	136
§ 56.	Lösungen für grosse Werte von $ x $	139
§ 57.	Die Besselsche Differentialgleichung und die Funktion $J_n(x)$	141
§ 58.	Die Funktion $Y_n(x)$	144
	Aufgaben	149
	Lösungen	164
	Index	179

I. Kapitel

Gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung und ersten Grades

§ 1. Definitionen

Es sei x eine unabhängige, y die davon abhängige Veränderliche; $y', y'', \dots, y^{(n)}$ seien die sukzessiven Ableitungen von y nach x . Dann heisst jede Gleichung, die mindestens eine dieser Ableitungen enthält, eine *gewöhnliche Differentialgleichung*. Der Ausdruck «gewöhnlich» soll sie von der sog. *partiellen Differentialgleichung* unterscheiden, in der zwei oder mehr unabhängige Veränderliche, eine abhängige Veränderliche und die entsprechenden partiellen Ableitungen auftreten. Die *Ordnung* einer Differentialgleichung ist die Ordnung der höchsten darin vorkommenden Ableitung. Eine Beziehung der Form

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$$

ist also eine gewöhnliche Differentialgleichung n -ter Ordnung.

Gewöhnliche und partielle Differentialgleichungen treten sehr häufig in der Mechanik und in der theoretischen Physik auf, die einführenden Beispiele entnimmt man jedoch am besten der Geometrie der ebenen Kurven.

Der Gleichung

$$f(x, y, C) = 0, \tag{1.1}$$

in der x und y rechtwinklige Koordinaten und C eine willkürliche Konstante (Parameter) darstellen, entspricht eine Kurvenschar; jedem Wert von C ist im allgemeinen eine Kurve zugeordnet. Wir denken uns C momentan festgehalten, differenzieren nach x und erhalten:

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} y' = 0. \tag{1.2}$$