

## Inhaltsverzeichnis

### IV. Kapitel

#### Differentialgleichungen zweiter und höherer Ordnung

	Seite
§ 28. Reduktion der Ordnung einer Differentialgleichung . . . . .	73
§ 29. Gleichungen, in denen $y$ fehlt . . . . .	74
§ 30. Gleichungen, in denen $x$ fehlt . . . . .	77
§ 31. Erste Art homogener Gleichungen . . . . .	80
§ 32. Zweite Art homogener Gleichungen . . . . .	81
§ 33. Dritte Art homogener Gleichungen . . . . .	83
§ 34. Ein spezieller Fall von Homogenität . . . . .	84
§ 35. Das erste Integral. . . . .	86
§ 36. Über die Krümmung ebener Kurven . . . . .	89

### V. Kapitel

#### Lineare Differentialgleichungen

§ 37. Das allgemeine Integral . . . . .	92
§ 38. Reduktion der Ordnung einer linearen homogenen Differentialgleichung . . . . .	95
§ 39. Homogene Gleichungen mit konstanten Koeffizienten . . . . .	96
§ 40. Eigenschaften des Differentialoperators $F(D)$ . . . . .	99
§ 41. Konjugiert komplexe Faktoren . . . . .	101
§ 42. Mehrfache reelle Faktoren . . . . .	102
§ 43. Mehrfache komplexe Faktoren . . . . .	103
§ 44. Inverse Operatoren . . . . .	104
§ 45. Anwendung inverser Operatoren auf periodische Funktionen. . . . .	109
§ 46. Reihenentwicklung eines inversen Operators . . . . .	113
§ 47. Darstellung des allgemeinen Integrals durch Quadraturen. . . . .	115
§ 48. Die Eulersche lineare Differentialgleichung . . . . .	117
§ 49. Die Laplacesche lineare Differentialgleichung. . . . .	120
§ 50. Variation der Konstanten . . . . .	122
§ 51. Lineare Systeme mit konstanten Koeffizienten . . . . .	124

### VI. Kapitel

#### Integration durch Reihen

§ 52. Lösung in Form einer Taylorsche Reihe . . . . .	128
§ 53. Ausserwesentliche Singularitäten . . . . .	132
§ 54. Die hypergeometrische Differentialgleichung . . . . .	133
§ 55. Die Legendresche Differentialgleichung und die Funktion $P_n(x)$ . . . . .	136
§ 56. Lösungen für grosse Werte von $ x $ . . . . .	139
§ 57. Die Besselsche Differentialgleichung und die Funktion $J_n(x)$ . . . . .	141
§ 58. Die Funktion $Y_n(x)$ . . . . .	144
Aufgaben . . . . .	149
Lösungen . . . . .	164
Index . . . . .	179

### I. Kapitel

## Gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung und ersten Grades

### § 1. Definitionen

Es sei  $x$  eine unabhängige,  $y$  die davon abhängige Veränderliche;  $y', y'', \dots, y^{(n)}$  seien die sukzessiven Ableitungen von  $y$  nach  $x$ . Dann heisst jede Gleichung, die mindestens eine dieser Ableitungen enthält, eine *gewöhnliche Differentialgleichung*. Der Ausdruck «gewöhnlich» soll sie von der sog. *partiellen Differentialgleichung* unterscheiden, in der zwei oder mehr unabhängige Veränderliche, eine abhängige Veränderliche und die entsprechenden partiellen Ableitungen auftreten. Die *Ordnung* einer Differentialgleichung ist die Ordnung der höchsten darin vorkommenden Ableitung. Eine Beziehung der Form

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$$

ist also eine gewöhnliche Differentialgleichung  $n$ -ter Ordnung.

Gewöhnliche und partielle Differentialgleichungen treten sehr häufig in der Mechanik und in der theoretischen Physik auf, die einführenden Beispiele entnimmt man jedoch am besten der Geometrie der ebenen Kurven.

Der Gleichung

$$f(x, y, C) = 0, \quad (1.1)$$

in der  $x$  und  $y$  rechtwinklige Koordinaten und  $C$  eine willkürliche Konstante (Parameter) darstellen, entspricht eine Kurvenschar; jedem Wert von  $C$  ist im allgemeinen eine Kurve zugeordnet. Wir denken uns  $C$  momentan festgehalten, differenzieren nach  $x$  und erhalten:

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} y' = 0. \quad (1.2)$$