

# Die nichtrelativistische (Trans)Warpformel und deren Sprungbedingungen

Dipl.- Ing. Björnstjerne Zindler, M.Sc.

www.Zenithpoint.de

Erstellt: 19. November 2015 – Letzte Revision: 27. November 2015

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Herleitungen</b>	<b>3</b>
2.1	Die Lage von $s_1$ . . . . .	3
2.2	Der Wert von $t_{MAX}$ . . . . .	4
2.3	Der Wert von $v_{MAX}$ . . . . .	5
2.4	Die Lage von $s_{MAX}$ . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Sprungbedingungen</b>	<b>7</b>
3.1	Die Erste Sprungbedingung . . . . .	7
3.2	Die Zweite Sprungbedingung . . . . .	8

---

## Literatur

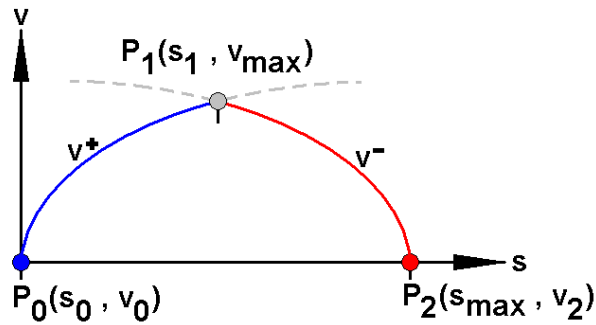
[001] Keine für vorliegenden Text.

---

[001]

## 1 Einleitung

Jede Reise läuft mehr oder weniger nach gleicher Art und Weise ab. Sitzt Frau und Mann denn endlich im Fortbewegungsmittel, wird nach Lösen der Bremsen beschleunigt, um irgendwo und irgendwann an der mehr oder weniger erwarteten Stelle nach einer Verzögerungsphase auszusteigen. Für den allgemeinen Fall einer Reise kann das ständige Beschleunigen und Verzögern reduziert werden auf jeweils ein Vorgang.



Einfachste Fortbewegung zwischen zwei Punkten mittels gleichmäßig beschleunigter Bewegung.

Zusätzlich wird weiter abstrahiert, denn es soll heute gelten:

$$s_0 = v_0 = v_2 = 0$$

Mit diesen Bedingungen ist die geplante Reise verallgemeinert worden für den Fall eines „Reisesprunges“.

In allen Situationen soll außerdem gelten, dass das verwendete Fortbewegungsmittel bauartbedingt immer das Extrema  $v_{MAX}$  erreichen kann und damit der Sprung keiner Kappungsgrenze unterliegt.

## 2 Herleitungen

### 2.1 Die Lage von $s_1$

Die wesentlichste Bedingung eines Reisesprunges ist, am Anfangs- und am Endpunkt die Geschwindigkeit Null zu erreichen. Mathematisch ausgedrückt, mit obig genannten Bedingungen muss vorliegen:

$$0 = v^+ + v^-$$

Der Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit, Beschleunigung und Zeit ist aus der klassischen Physik bekannt.

$$v = a \cdot t$$

⇒

$$0 = a^+ \cdot t^+ + a^- \cdot t^-$$

Die Definitionsbereiche der beteiligten physikalischen Größen müssen genannt werden.

$$a^+ > 0 \quad t^{+,-} > 0 \quad a^- < 0$$

Der Zusammenhang zwischen Weg, Beschleunigung und Zeit ist aus der klassischen Physik bekannt.

$$t^+ = +\sqrt{2 \cdot \frac{s^+}{a^+}} \quad \leftarrow \quad s = \frac{a}{2} \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad -\sqrt{-2 \cdot \frac{s^-}{a^-}} = t^-$$

⇒

$$0 = \sqrt{a^+ \cdot s^+} - \sqrt{-a^- \cdot s^-}$$

Die Bezeichner  $s^+$  und  $s^-$  müssen definiert werden.

$$s^+ = s_1 \quad \text{und} \quad s^- = s_2 - s_1 = s_{MAX} - s_1$$

Nach dem Einsetzen erhalten wir die Berechnungsgrundlage der Lage von  $s_1$ .

$$0 = \sqrt{a^+ \cdot s_1} - \sqrt{-a^- \cdot (s_{MAX} - s_1)}$$

⇒

$$s_1 = \frac{a^-}{a^- - a^+} \cdot s_{MAX}$$

## 2.2 Der Wert von $t_{MAX}$

Bereits bekannt ist:

$$t^+ = +\sqrt{2 \cdot \frac{s^+}{a^+}} \quad \leftarrow \quad s = \frac{a}{2} \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad -\sqrt{-2 \cdot \frac{s^-}{a^-}} = t^-$$

Mit:

$$s^+ = s_1 \quad \text{und} \quad s^- = s_2 - s_1 = s_{MAX} - s_1$$

Direkt eingesetzt ergibt:

$$t^+ = +\sqrt{2 \cdot \frac{s_1}{a^+}} \quad t^- = -\sqrt{2 \cdot \frac{s_1 - s_{MAX}}{a^-}}$$

Der Wert von  $s_1$  ist bekannt und kann eingesetzt werden. Dadurch sind die Beträge von  $|t^+|$  und  $|t^-|$  ermittelt.

$$s_1 = \frac{a^-}{a^- - a^+} \cdot s_{MAX}$$

$\Rightarrow$

$$|t^+| = \sqrt{2 \cdot \frac{a^-}{a^+ \cdot (a^- - a^+)} \cdot s_{MAX}} \quad |t^-| = \sqrt{2 \cdot \frac{a^+}{a^- \cdot (a^- - a^+)} \cdot s_{MAX}}$$

Die Gesamtreisezeit  $t_{MAX}$  ist definiert.

$$t_{MAX} = |t^+| + |t^-|$$

$\Rightarrow$

$$t_{MAX} = \sqrt{2 \cdot \frac{a^-}{a^+ \cdot (a^- - a^+)} \cdot s_{MAX}} + \sqrt{2 \cdot \frac{a^+}{a^- \cdot (a^- - a^+)} \cdot s_{MAX}}$$

$\Rightarrow$

$$t_{MAX} = \sqrt{2 \cdot s_{MAX} \cdot \frac{a^- - a^+}{a^- \cdot a^+}}$$

### 2.3 Der Wert von $v_{MAX}$

Zurück zum Geschwindigkeits- Zeit- Gesetz der gleichmäßig beschleunigten Bewegung.

$$v = a \cdot t$$

⇒

$$v^+ = a^+ \cdot t^+ \quad v^- = a^- \cdot t^-$$

⇒

$$v_{MAX} = a^+ \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{a^-}{a^+ \cdot (a^- - a^+)} \cdot s_{MAX}} \quad v_{MAX} = a^- \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{a^+}{a^- \cdot (a^- - a^+)} \cdot s_{MAX}}$$

Der Wert von  $v_{MAX}$  ist nun bekannt.

$$v_{MAX} = \sqrt{2 \cdot \frac{a^+ \cdot a^-}{a^- - a^+} \cdot s_{MAX}}$$

## 2.4 Die Lage von $s_{MAX}$

Die Umkehrungen obiger Gleichungen lassen  $s_{MAX}$  ermitteln. Im allgemeinen Fall einer Reise ist  $s_{MAX}$  jene Größe, welche von vornherein bekannt sein dürfte.

$$t_{MAX} = \sqrt{2 \cdot s_{MAX} \cdot \frac{a^- - a^+}{a^- \cdot a^+}}$$

⇒

$$s_{MAX} = \frac{1}{2} \cdot t_{MAX}^2 \cdot \frac{a^- \cdot a^+}{a^- - a^+}$$

Sowie:

$$v_{MAX} = \sqrt{2 \cdot \frac{a^+ \cdot a^-}{a^- - a^+} \cdot s_{MAX}}$$

⇒

$$s_{MAX} = \frac{1}{2} \cdot v_{MAX}^2 \cdot \frac{a^- - a^+}{a^+ \cdot a^-}$$

### 3 Sprungbedingungen

Das Gleichsetzen der Berechnungsgrundlagen von  $s_{MAX}$  definiert das Verhältnis von  $v_{MAX}$  und  $t_{MAX}$ .

$$t_{MAX}^2 \cdot \frac{a^- \cdot a^+}{a^- - a^+} = \frac{a^- - a^+}{a^+ \cdot a^-} \cdot v_{MAX}^2$$

⇒

$$\frac{t_{MAX}^2}{v_{MAX}^2} = \left( \frac{a^- - a^+}{a^+ \cdot a^-} \right)^2$$

#### 3.1 Die Erste Sprungbedingung

Aus letzterer Gleichung kann die Bedingung eines Warpsprungs abgeleitet werden - „**Warpformel**“. Ziel ist es die Reise deutlich zu verkürzen, bedeutet im Endeffekt, dass gilt:

$$\frac{t_{MAX}^2}{v_{MAX}^2} \rightarrow 0$$

Zu sehen, es bestehen zwei Möglichkeiten, um die Reisezeit nicht über die Lebenszeit hinaus gehen zu lassen. Entweder man lässt die Geschwindigkeit  $v_{MAX}$  auf große Werte gehen, oder die maximale Reisezeit  $t_{MAX}$  selbst soll gegen Null streben.

$$v_{MAX}^2 \rightarrow +\infty \quad t_{MAX}^2 \rightarrow 0$$

⇒

$$\frac{a^- - a^+}{a^+ \cdot a^-} \rightarrow 0$$

Der Bruch kann für diese Bedingung aufgeteilt werden.

$$a^- - a^+ \rightarrow 0 \quad a^+ \cdot a^- \rightarrow -\infty$$

Zur Erinnerung, die Bedingungen für  $a^+$  und  $a^-$ .

$$a^+ > 0 \quad a^- < 0$$

Die triviale Lösung mit  $a^+ = 0$  und  $a^- = 0$  fällt damit aus, es macht hier keinen Sinn die Reisezeit damit zu verkürzen, indem die Fahrt erst gar nicht gestartet und angetreten wird. Die Bedingung  $a^- - a^+ \rightarrow 0$  wird erweitert mit  $a^+$  oder  $a^-$ .

$$a^- \cdot a^+ - a^+ \cdot a^+ \rightarrow 0 \quad a^- \cdot a^- - a^+ \cdot a^- \rightarrow 0 \quad a^+ \cdot a^- \rightarrow -\infty$$

Die Bedingung  $a^+ \cdot a^- \rightarrow -\infty$  wird eingesetzt.

$$-\infty - a^+ \cdot a^+ \rightarrow 0 \quad a^- \cdot a^- + \infty \rightarrow 0$$

⇒

$$a^+ \cdot a^+ \rightarrow -\infty \quad a^- \cdot a^- \rightarrow -\infty$$

⇒

$$a^+ \rightarrow +\sqrt{-\infty} \quad a^- \rightarrow -\sqrt{-\infty}$$

Das Ergebnis ist die **Erste Sprungbedingung** der geplanten, warpschnellen Reise.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Die praktische Umsetzung überlasse ich den Chefindingenieur(inn)en B'Elanna Torres, Geordi La Forge und Miles O'Brien

### 3.2 Die Zweite Sprungbedingung

Die zweite Sprungbedingung folgt aus der Überlegung, wenn die Erste Sprungbedingung erfüllt ist, beide Bedingungen gleichgesetzt werden können.

Im engeren Sinne ist die **Zweite Sprungbedingung** eine andere Schreibweise der ersten, nur ohne negative Unendlichkeiten im Ausdruck.<sup>2</sup>

$$a^+ \cdot a^+ = a^- \cdot a^-$$

⇒

$$\frac{a^+}{a^-} - \frac{a^-}{a^+} = 0$$

ℒ<sub>TEX</sub>

---

<sup>2</sup>Selbstverständlich erfüllt die Erste Sprungbedingung die Warpformel und die Zweite Sprungbedingung ebenso.