Die nichtrelativistische (Trans)Warpformel und deren Sprungbedingungen

Dipl.- Ing. Björnstjerne Zindler, M.Sc.

www.Zenithpoint.de

Erstellt: 19. November 2015 – Letzte Revision: 11. September 2020

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **2**

2 Herleitungen **3**
2.1 Die Lage von s_1 3
2.2 Der Wert von t_{MAX} 4
2.3 Der Wert von v_{MAX} 5
2.4 Die Lage von s_{MAX} 6

3 Sprungbedingungen **7**
3.1 Die Erste Sprungbedingung 7
3.2 Die Zweite Sprungbedingung 8

Literatur

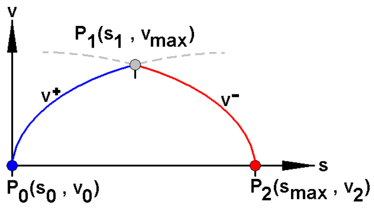
[001] Keine für vorliegenden Text.

---

1 Einleitung

[001]ff.

Jede Reise läuft mehr oder weniger nach gleicher Art und Weise ab. Sitzt Frau und Mann denn endlich im Fortbewegungsmittel, wird nach Lösen der Bremsen beschleunigt, um irgendwo und irgendwann an der mehr oder weniger erwarteten Stelle nach einer Verzögerungsphase auszusteigen. Für den allgemeinen Fall einer Reise kann das ständige Beschleunigen und Verzögern reduziert werden auf jeweils ein Vorgang.



Zusätzlich wird weiter abstrahiert, denn es soll heute gelten:

$$s_0 = v_0 = v_2 = 0$$

Mit diesen Bedingungen ist die geplante Reise verallgemeinert worden für den Fall eines „Reisesprunges".

In allen Situationen soll außerdem gelten, dass das verwendete Fortbewegungsmittel bauartbedingt immer das Extrema v_{MAX} erreichen kann und damit der Sprung keiner Kappungsgrenze unterliegt.

2 Herleitungen

2.1 Die Lage von s_1

Die wesentlichste Bedingung eines Reisesprunges ist, am Anfangs- und am Endpunkt die Geschwindigkeit Null zu erreichen. Mathematisch ausgedrückt, mit obig genannten Bedingungen muss vorliegen:

$$0 = v^+ + v^-$$

Der Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit, Beschleunigung und Zeit ist aus der klassischen Physik bekannt.

$$v = a \cdot t$$

$\Rightarrow$

$$0 = a^+ \cdot t^+ + a^- \cdot t^-$$

Die Definitionsbereiche der beteiligten physikalischen Größen müssen genannt werden.

$$a^+ > 0 \qquad t^{+,-} > 0 \qquad a^- < 0$$

Der Zusammenhang zwischen Weg, Beschleunigung und Zeit ist aus der klassischen Physik bekannt.

$$t^+ = +\sqrt{2 \cdot \frac{s^+}{a^+}} \quad \leftarrow \quad s = \frac{a}{2} \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad -\sqrt{-2 \cdot \frac{s^-}{a^-}} = t^-$$

$\Rightarrow$

$$0 = \sqrt{a^+ \cdot s^+} - \sqrt{-a^- \cdot s^-}$$

Die Bezeichner s^+ und s^- müssen definiert werden.

$$s^+ = s_1 \qquad \text{und} \qquad s^- = s_2 - s_1 = s_{MAX} - s_1$$

Nach dem Einsetzen erhalten wir die Berechnungsgrundlage der Lage von s_1.

$$0 = \sqrt{a^+ \cdot s_1} - \sqrt{-a^- \cdot (s_{MAX} - s_1)}$$

$\Rightarrow$

$$s_1 = \frac{a^-}{a^- - a^+} \cdot s_{MAX}$$

2.2 Der Wert von t_{MAX}

Bereits bekannt ist:

$$t^+ = +\sqrt{2 \cdot \frac{s^+}{a^+}} \qquad \leftarrow \qquad s = \frac{a}{2} \cdot t^2 \qquad \rightarrow \qquad -\sqrt{-2 \cdot \frac{s^-}{a^-}} = t^-$$

Mit:

$$s^+ = s_1 \qquad \text{und} \qquad s^- = s_2 - s_1 = s_{MAX} - s_1$$

Direkt eingesetzt ergibt:

$$t^+ = +\sqrt{2 \cdot \frac{s_1}{a^+}} \qquad t^- = -\sqrt{2 \cdot \frac{s_1 - s_{MAX}}{a^-}}$$

Der Wert von s_1 ist bekannt und kann eingesetzt werden. Dadurch sind die Beträge von $|t^+|$ und $|t^-|$ ermittelt.

$$s_1 = \frac{a^-}{a^- - a^+} \cdot s_{MAX}$$

$\Rightarrow$

$$|t^+| = \sqrt{2 \cdot \frac{a^-}{a^+ \cdot (a^- - a^+)} \cdot s_{MAX}} \qquad |t^-| = \sqrt{2 \cdot \frac{a^+}{a^- \cdot (a^- - a^+)} \cdot s_{MAX}}$$

Die Gesamtreisezeit t_{MAX} ist definiert.

$$t_{MAX} = |t^+| + |t^-|$$

$\Rightarrow$

$$t_{MAX} = \sqrt{2 \cdot \frac{a^-}{a^+ \cdot (a^- - a^+)} \cdot s_{MAX}} + \sqrt{2 \cdot \frac{a^+}{a^- \cdot (a^- - a^+)} \cdot s_{MAX}}$$

$\Rightarrow$

$$t_{MAX} = \sqrt{2 \cdot s_{MAX} \cdot \frac{a^- - a^+}{a^- \cdot a^+}}$$

2.3 Der Wert von v_{MAX}

Zurück zum Geschwindigkeits- Zeit- Gesetz der gleichmäßig beschleunigten Bewegung.

$$v = a \cdot t$$

$\Rightarrow$

$$v^+ = a^+ \cdot t^+ \qquad v^- = a^- \cdot t^-$$

$\Rightarrow$

$$v_{MAX} = a^+ \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{a^-}{a^+ \cdot (a^- - a^+)} \cdot s_{MAX}} \qquad v_{MAX} = a^- \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{a^+}{a^- \cdot (a^- - a^+)} \cdot s_{MAX}}$$

Der Wert von v_{MAX} ist nun bekannt.

$$v_{MAX} = \sqrt{2 \cdot \frac{a^+ \cdot a^-}{a^- - a^+} \cdot s_{MAX}}$$

2.4 Die Lage von s_{MAX}

Die Umkehrungen obiger Gleichungen lassen s_{MAX} ermitteln. Im allgemeinen Fall einer Reise ist s_{MAX} jene Größe, welche von vornherein bekannt sein dürfte.

$$t_{MAX} = \sqrt{2 \cdot s_{MAX} \cdot \frac{a^- - a^+}{a^- \cdot a^+}}$$

⇒

$$s_{MAX} = \frac{1}{2} \cdot t_{MAX}^2 \cdot \frac{a^- \cdot a^+}{a^- - a^+}$$

Sowie:

$$v_{MAX} = \sqrt{2 \cdot \frac{a^+ \cdot a^-}{a^- - a^+} \cdot s_{MAX}}$$

⇒

$$s_{MAX} = \frac{1}{2} \cdot v_{MAX}^2 \cdot \frac{a^- - a^+}{a^+ \cdot a^-}$$

3 Sprungbedingungen

Das Gleichsetzen der Berechnungsgrundlagen von s_{MAX} definiert das Verhältnis von v_{MAX} und t_{MAX}.

$$t_{MAX}^2 \cdot \frac{a^- \cdot a^+}{a^- - a^+} = \frac{a^- - a^+}{a^+ \cdot a^-} \cdot v_{MAX}^2$$

$\Rightarrow$

$$\frac{t_{MAX}^2}{v_{MAX}^2} = \left(\frac{a^- - a^+}{a^+ \cdot a^-}\right)^2$$

3.1 Die Erste Sprungbedingung

Aus letzterer Gleichung kann die Bedingung eines Warpsprungs abgeleitet werden - **„Warpformel“**. Ziel ist es die Reise deutlich zu verkürzen, bedeutet im Endeffekt, dass gilt:

$$\mathbf{\frac{t_{MAX}^2}{v_{MAX}^2} \rightarrow 0}$$

Zu sehen, es bestehen zwei Möglichkeiten, um die Reisezeit nicht über die Lebenszeit hinaus gehen zu lassen. Entweder man lässt die Geschwindigkeit v_{MAX} auf große Werte gehen, oder die maximale Reisezeit t_{MAX} selbst soll gegen Null streben.

$$v_{MAX}^2 \rightarrow +\infty \qquad t_{MAX}^2 \rightarrow 0$$

$\Rightarrow$

$$\frac{a^- - a^+}{a^+ \cdot a^-} \rightarrow 0$$

Der Bruch kann für diese Bedingung aufgeteilt werden.

$$a^- - a^+ \rightarrow 0 \qquad a^+ \cdot a^- \rightarrow -\infty$$

Zur Erinnerung, die Bedingungen für a^+ und a^-.

$$a^+ > 0 \qquad a^- < 0$$

Die triviale Lösung mit $a^+ = 0$ und $a^- = 0$ fällt damit aus, es macht hier keinen Sinn die Reisezeit damit zu verkürzen, indem die Fahrt erst gar nicht gestartet und angetreten wird. Die Bedingung $a^- - a^+ \rightarrow 0$ wird erweitert mit a^+ oder a^-.

$$a^- \cdot a^+ - a^+ \cdot a^+ \rightarrow 0 \qquad a^- \cdot a^- - a^+ \cdot a^- \rightarrow 0 \qquad a^+ \cdot a^- \rightarrow -\infty$$

Die Bedingung $a^+ \cdot a^- \rightarrow -\infty$ wird eingesetzt.

$$-\infty - a^+ \cdot a^+ \rightarrow 0 \qquad a^- \cdot a^- + \infty \rightarrow 0$$

$\Rightarrow$

$$a^+ \cdot a^+ \rightarrow -\infty \qquad a^- \cdot a^- \rightarrow -\infty$$

$\Rightarrow$

$$\mathbf{a^+ \rightarrow +\sqrt{-\infty}} \qquad \mathbf{a^- \rightarrow -\sqrt{-\infty}}$$

Das Ergebnis ist die **Erste Sprungbedingung** der geplanten, warpschnellen Reise.[1]

[1] Die praktische Umsetzung überlasse ich den Chefingenieur(inn)en B’Elanna Torres, Geordi La Forge und Miles O’Brien

3.2 Die Zweite Sprungbedingung

Die zweite Sprungbedingung folgt aus der Überlegung, wenn die Erste Sprungbedingung erfüllt ist, beide Bedingungen gleichgesetzt werden können.

Im engeren Sinne ist die **Zweite Sprungbedingung** eine andere Schreibweise der ersten, nur ohne negative Unendlichkeiten im Ausdruck.[2]

$$a^+ \cdot a^+ = a^- \cdot a^-$$

$\Rightarrow$

$$\mathbf{\frac{a^+}{a^-} - \frac{a^-}{a^+} = 0}$$

LaTeX 2_ε

[2] Selbstverständlich erfüllt die Erste Sprungbedingung die Warpformel und die Zweite Sprungbedingung ebenso.