

- **Fall 8 + 9** = Typ „SRI“, **Fall 10 + 11 + 12** = Typ „SVI“:

Es liegt demnach ein Bandpass vor. Dessen Mittenfrequenz ist berechenbar durch das Maximum von $|G_{Fall8}(j\omega)|$:

$$|G_{Fall8}(j\omega)| = \sqrt{\frac{A^2 + B^2\omega^2}{(1 - B\omega^2)^2 + 4A^2\omega^2}} \rightarrow \infty$$

⇒

$$(1 - B\omega^2)^2 + 4A^2\omega^2 \rightarrow 0$$

⇒

$$B^2\omega^4 - 2B\omega^2 + 4A^2\omega^2 - 1 \rightarrow 0$$

⇒

$$\omega^4 - 2\omega^2 \frac{B - 2A^2}{B^2} - \frac{1}{B^2} \rightarrow 0$$

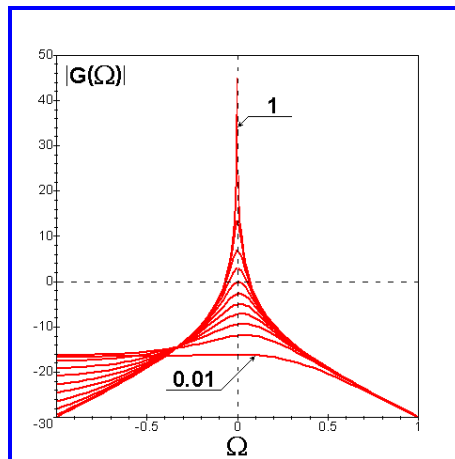
⇒ f(x)´

$$\omega^2 - \frac{B - 2A^2}{B^2} = 0$$

⇒

$$\omega_{\max} = \frac{1}{B} \sqrt{B - 2A^2}$$

Grafisch dargestellt in Abhängigkeit von $0.01 \leq \xi \leq 1$:



mit:

$$\omega = \pi \cdot 10^\Omega \quad \leftrightarrow \quad \Omega = \lg \frac{\omega}{\pi}$$

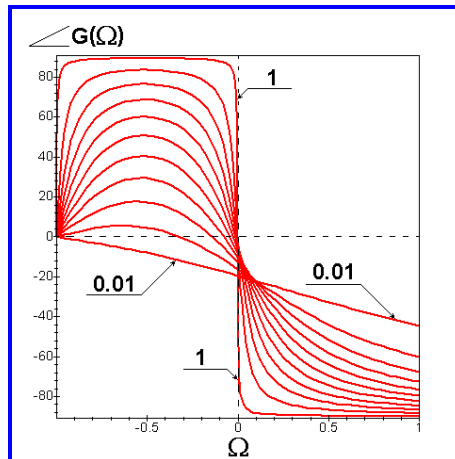
⇒

$$\omega_{\min} = \frac{1}{10} \pi \quad \omega_0 = \pi \quad \omega_{\max} = 10\pi$$

⇒

$$f_{\min} = \frac{1}{20} [\text{Hz}] \quad f_0 = \frac{1}{2} [\text{Hz}] \quad f_{\max} = 5 [\text{Hz}]$$

Die Phase besitzt folgendes grafisches Ergebnis in Abhängigkeit von ξ :



mit:

$$\omega = \pi(\Omega + 1) \quad \leftrightarrow \quad \Omega = \frac{\omega - \pi}{\pi}$$

Die dazugehörige Durchtrittsfrequenz ω_D :

$$\angle G_{\text{Fall8}}(j\omega) = 0^\circ$$

⇒

$$\arctan \frac{B(1 - B\omega^2) - 2A^2}{A(1 + B\omega^2)} \omega = 0$$

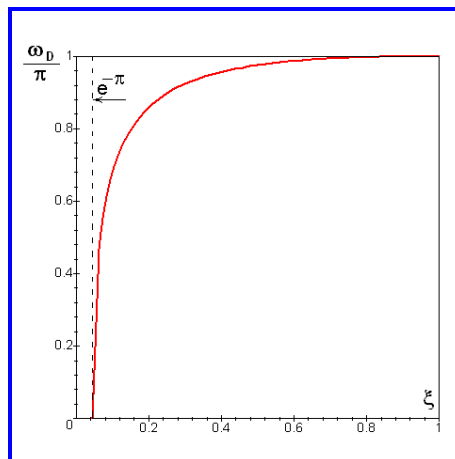
⇒

$$B(1 - B\omega^2) - 2A^2 = 0$$

⇒

$$\omega_D = \frac{1}{B} \sqrt{B - 2A^2}$$

Grafisch:



Der Wert der Durchtrittsfrequenz ist demnach gleich dem Ort des Betragsmaximums.

- Fall 8 + 9 = Typ „SRI“, Fall 10 + 11 + 12 = Typ „SVI“:

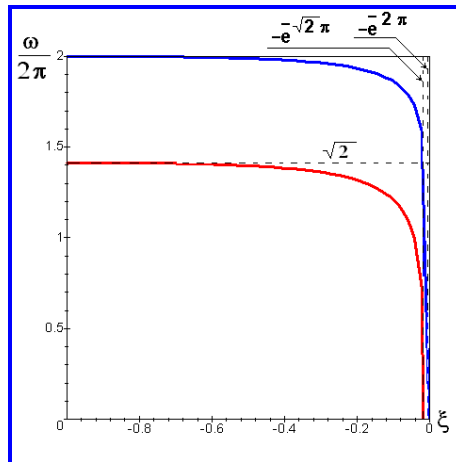
Die Betragsextrema sind berechenbar über:

$$\begin{aligned} (C - B\omega^2)^2 + 4A^2\omega^2 &\rightarrow 0 & \sqrt{D^2 + \omega^2} &\rightarrow 0 \\ (1 - B\omega^2)^2 + 4A^2\omega^2 &\rightarrow 0 \end{aligned}$$

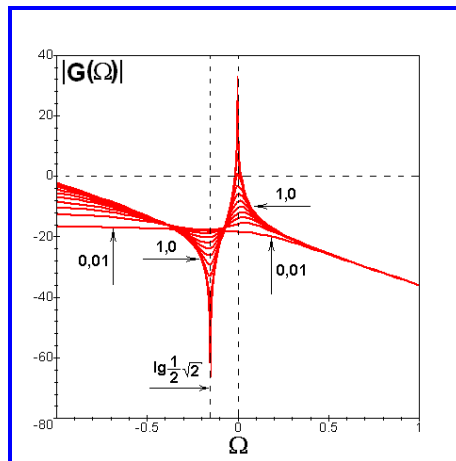
⇒

$$\omega_{\max;1} = \frac{1}{B} \sqrt{BC - 2A^2} \quad \omega_{\max;2} = \frac{1}{B} \sqrt{B - 2A^2}$$

⇒



Der Betrag selbst, grafisch dargestellt in Abhängigkeit von $-0.9 \leq \xi \leq -0.01$ sowie $-1 \leq \xi \leq -0.9$:



mit:

$$\omega = 2\pi \cdot 10^\Omega \quad \leftrightarrow \quad \Omega = \lg \frac{\omega}{2\pi}$$

⇒

$$\omega_{\min} = \frac{1}{5}\pi \quad \omega_1 = \sqrt{2}\pi \quad \omega_0 = 2\pi \quad \omega_{\max} = 20\pi$$

⇒

$$f_{\min} = \frac{1}{10}[\text{Hz}] \quad f_1 = \frac{1}{2}\sqrt{2}[\text{Hz}] \quad f_0 = 1[\text{Hz}] \quad f_{\max} = 10[\text{Hz}]$$

Somit liegt ein Tiefpass vor, kombiniert mit einem Bandpass bei „ 2π “ und einer Bandsperre bei „ $\sqrt{2}\pi$ “.

Weiterhin gilt für die Phase:

$$\angle G_{\text{Fall9}}(j\omega) = \angle G_1(j\omega) + \angle G_3(j\omega) + \angle G_4(j\omega)$$

⇒

$$\angle G_{\text{Fall9}}(j\omega) = \arctan \frac{2A\omega}{C - B\omega^2} - \arctan \frac{2A\omega}{1 - B\omega^2} - \arctan \frac{\omega}{D}$$

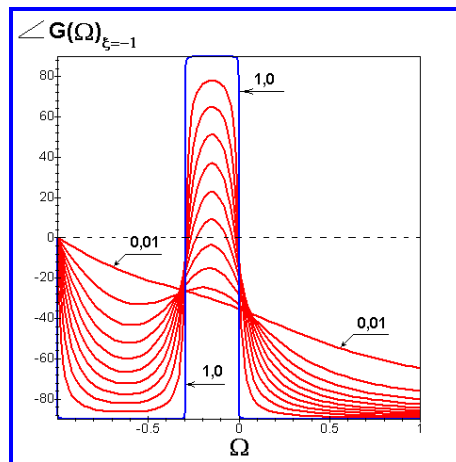
⇒

$$\angle G_{\text{Fall9}}(j\omega) = \arctan \frac{2A\omega(1 - C)}{(C - B\omega^2)(1 - B\omega^2) + 4A^2\omega^2} - \arctan \frac{\omega}{D}$$

⇒

$$\angle G_{\text{Fall9}}(j\omega) = \arctan \frac{2AD\omega(1 - C) - (C - B\omega^2)(1 - B\omega^2)\omega - 4A^2\omega^3}{2A\omega^2(1 - C) + (C - B\omega^2)(1 - B\omega^2)D + 4A^2D\omega^2}$$

⇒



mit:

$$\omega = 2\pi(\Omega + 1) \quad \leftrightarrow \quad \Omega = \frac{\omega - 2\pi}{2\pi}$$

Die dazugehörige Durchtrittsfrequenz ω_D :

$$\angle G_{\text{Fall9}}(j\omega) = 0^\circ$$

⇒

$$2AD(1 - C) - (C - B\omega^2)(1 - B\omega^2) - 4A^2\omega^2 = 0$$

⇒

$$\omega^4 - \omega^2 \frac{(C+1)B - 4A^2}{B^2} - \frac{2AD(1-C) - C}{B^2} = 0$$

⇒

$$\Omega^2 - \Omega \frac{(C+1)B - 4A^2}{B^2} - \frac{2AD(1-C) - C}{B^2} = 0$$

⇒

$$\Omega_{1,2} = \frac{(C+1)B - 4A^2}{2B^2} \pm \frac{1}{2B^2} \sqrt{((C+1)B - 4A^2)^2 + 4B^2(2AD(1-C) - C)}$$

⇒

$$\omega_{1,2} = \frac{1}{2B} \sqrt{2(C+1)B - 8A^2 \pm 2\sqrt{((C+1)B - 4A^2)^2 + 4B^2(2AD(1-C) - C)}}$$

⇒

$$\omega_{D,1} = \frac{1}{2B} \sqrt{2B(C+1) - 8A^2 + 2\sqrt{(B(C+1) - 4A^2)^2 + 4B^2(2AD(1-C) - C)}}$$

und:

$$\omega_{D,2} = \frac{1}{2B} \sqrt{2B(C+1) - 8A^2 - 2\sqrt{(B(C+1) - 4A^2)^2 + 4B^2(2AD(1-C) - C)}}$$

⇒

