

(Polynom)Interpolation nach Lagrange

Dipl.- Ing. Björnstjerne Zindler, M.Sc.

www.Zenithpoint.de

Erstellt: 10. Juli 2014 - Letzte Revision: 21. Januar 2021

Inhaltsverzeichnis

1	Allgemeindarstellung	3
1.1	Polynominterpolation n- ten Grades	3
1.2	Septische Interpolation	4
1.3	Triquadratische Interpolation (Sextische Interpolation)	5
1.4	Quintische Interpolation	6
1.5	Biquadratische Interpolation	7
1.6	Kubische Interpolation	8
1.7	Quadratische Interpolation	9
1.8	Lineare Interpolation	10
2	Koeffizientendarstellung	11
2.1	Septische Interpolation	11
2.2	Triquadratische Interpolation (Sextische Interpolation)	25
2.3	Quintische Interpolation	33
2.4	Biquadratische Interpolation	38
2.5	Kubische Interpolation	41
2.6	Quadratische Interpolation	43
2.7	Lineare Interpolation	44

Literatur

[001] Keine für vorliegenden Text.

1 Allgemeindarstellung

1.1 Polynominterpolation n-ten Grades

Es soll eine Interpolation mit Datenpunkten $P_i(\lambda_i; X_i)$ durchgeführt werden. Wobei λ_i eine Wellenlänge darstellt und X_i die dazu gehörige Ortskoordinate. [001]

Gegeben sind nichtäquidistante Datenpunkte beliebiger Anzahl $P_i(x_i; y_i)$. Zu diesen Punkten existiert ein Polynom der Form

$$P(x) = y = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + \dots + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + a_n \cdot x^n = \sum_{i=0}^n a_i \cdot x^i$$

das alle P_i auf dem Polynom exakt erfasst. Nach Lagrange ist $P(x)$ definiert durch:

$$P(x) = \sum_{i=0}^n y_i \cdot L_i(x)$$

Wobei $L_i(x)$ die Lagrangschen Fundamentalpolynome darstellt. Diese werden beschrieben mittels:

$$L_i(x) = \prod_{\substack{k \neq i \\ i = 0 \dots n}} \frac{x - x_k}{x_i - x_k}$$

1.2 Septische Interpolation

[001]

Es soll eine Interpolation mit Datenpunkten $P_n(\lambda_n; X_n)$ durchgeführt werden. Wobei λ_i eine Wellenlänge darstellt und X_i die dazu gehörige Ortskoordinate.

Gegeben sind nichtäquidistante Datenpunkte $P_i(x_i; y_i)$. Zu diesen Punkten existiert ein Polynom der Form

$$P(x) = y = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + \dots + a_6 \cdot x^6 + a_7 \cdot x^7$$

das alle P_i auf dem Polynom exakt erfasst. Nach Lagrange ist $P(x)$ definiert durch:

$$P(x) = \sum_{i=0}^7 y_i \cdot L_i(x)$$

Wobei $L_i(x)$ die Lagrangschen Fundamentalpolynome darstellt. Diese werden beschrieben mittels:

$$n = 7$$

⇒

$$L_0 = \frac{(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_4) \cdot (x - x_5) \cdot (x - x_6) \cdot (x - x_7)}{(x_0 - x_1) \cdot (x_0 - x_2) \cdot (x_0 - x_3) \cdot (x_0 - x_4) \cdot (x_0 - x_5) \cdot (x_0 - x_6) \cdot (x_0 - x_7)}$$

$$L_1 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_4) \cdot (x - x_5) \cdot (x - x_6) \cdot (x - x_7)}{(x_1 - x_0) \cdot (x_1 - x_2) \cdot (x_1 - x_3) \cdot (x_1 - x_4) \cdot (x_1 - x_5) \cdot (x_1 - x_6) \cdot (x_1 - x_7)}$$

$$L_2 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_4) \cdot (x - x_5) \cdot (x - x_6) \cdot (x - x_7)}{(x_2 - x_0) \cdot (x_2 - x_1) \cdot (x_2 - x_3) \cdot (x_2 - x_4) \cdot (x_2 - x_5) \cdot (x_2 - x_6) \cdot (x_2 - x_7)}$$

$$L_3 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_4) \cdot (x - x_5) \cdot (x - x_6) \cdot (x - x_7)}{(x_3 - x_0) \cdot (x_3 - x_1) \cdot (x_3 - x_2) \cdot (x_3 - x_4) \cdot (x_3 - x_5) \cdot (x_3 - x_6) \cdot (x_3 - x_7)}$$

$$L_4 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_5) \cdot (x - x_6) \cdot (x - x_7)}{(x_4 - x_0) \cdot (x_4 - x_1) \cdot (x_4 - x_2) \cdot (x_4 - x_3) \cdot (x_4 - x_5) \cdot (x_4 - x_6) \cdot (x_4 - x_7)}$$

$$L_5 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_4) \cdot (x - x_6) \cdot (x - x_7)}{(x_5 - x_0) \cdot (x_5 - x_1) \cdot (x_5 - x_2) \cdot (x_5 - x_3) \cdot (x_5 - x_4) \cdot (x_5 - x_6) \cdot (x_5 - x_7)}$$

$$L_6 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_4) \cdot (x - x_5) \cdot (x - x_7)}{(x_6 - x_0) \cdot (x_6 - x_1) \cdot (x_6 - x_2) \cdot (x_6 - x_3) \cdot (x_6 - x_4) \cdot (x_6 - x_5) \cdot (x_6 - x_7)}$$

$$L_7 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_4) \cdot (x - x_5) \cdot (x - x_6)}{(x_7 - x_0) \cdot (x_7 - x_1) \cdot (x_7 - x_2) \cdot (x_7 - x_3) \cdot (x_7 - x_4) \cdot (x_7 - x_5) \cdot (x_7 - x_6)}$$

Damit ist das Interpolationspolynom $P(x)$ ermittelt.

$$P(x) = y_0 \cdot L_0 + y_1 \cdot L_1 + y_2 \cdot L_2 + y_3 \cdot L_3 + y_4 \cdot L_4 + y_5 \cdot L_5 + y_6 \cdot L_6 + y_7 \cdot L_7$$

1.3 Triquadratische Interpolation (Sextische Interpolation)

Es soll eine Interpolation mit Datenpunkten $P_n(\lambda_n; X_n)$ durchgeführt werden. Wobei λ_i eine Wellenlänge darstellt und X_i die dazu gehörige Ortskoordinate. [001]

Gegeben sind nichtäquidistante Datenpunkte $P_i(x_i; y_i)$. Zu diesen Punkten existiert ein Polynom der Form

$$P(x) = y = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + \dots + a_5 \cdot x^5 + a_6 \cdot x^6$$

das alle P_i auf dem Polynom exakt erfasst. Nach Lagrange ist $P(x)$ definiert durch:

$$P(x) = \sum_{i=0}^6 y_i \cdot L_i(x)$$

Wobei $L_i(x)$ die Lagrangschen Fundamentalpolynome darstellt. Diese werden beschrieben mittels:

$$n = 6$$

⇒

$$L_0 = \frac{(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_4) \cdot (x - x_5) \cdot (x - x_6)}{(x_0 - x_1) \cdot (x_0 - x_2) \cdot (x_0 - x_3) \cdot (x_0 - x_4) \cdot (x_0 - x_5) \cdot (x_0 - x_6)}$$

$$L_1 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_4) \cdot (x - x_5) \cdot (x - x_6)}{(x_1 - x_0) \cdot (x_1 - x_2) \cdot (x_1 - x_3) \cdot (x_1 - x_4) \cdot (x_1 - x_5) \cdot (x_1 - x_6)}$$

$$L_2 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_4) \cdot (x - x_5) \cdot (x - x_6)}{(x_2 - x_0) \cdot (x_2 - x_1) \cdot (x_2 - x_3) \cdot (x_2 - x_4) \cdot (x_2 - x_5) \cdot (x_2 - x_6)}$$

$$L_3 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_4) \cdot (x - x_5) \cdot (x - x_6)}{(x_3 - x_0) \cdot (x_3 - x_1) \cdot (x_3 - x_2) \cdot (x_3 - x_4) \cdot (x_3 - x_5) \cdot (x_3 - x_6)}$$

$$L_4 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_5) \cdot (x - x_6)}{(x_4 - x_0) \cdot (x_4 - x_1) \cdot (x_4 - x_2) \cdot (x_4 - x_3) \cdot (x_4 - x_5) \cdot (x_4 - x_6)}$$

$$L_5 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_4) \cdot (x - x_6)}{(x_5 - x_0) \cdot (x_5 - x_1) \cdot (x_5 - x_2) \cdot (x_5 - x_3) \cdot (x_5 - x_4) \cdot (x_5 - x_6)}$$

$$L_6 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_4) \cdot (x - x_5)}{(x_6 - x_0) \cdot (x_6 - x_1) \cdot (x_6 - x_2) \cdot (x_6 - x_3) \cdot (x_6 - x_4) \cdot (x_6 - x_5)}$$

Damit ist das Interpolationspolynom $P(x)$ ermittelt.

$$P(x) = y_0 \cdot L_0 + y_1 \cdot L_1 + y_2 \cdot L_2 + y_3 \cdot L_3 + y_4 \cdot L_4 + y_5 \cdot L_5 + y_6 \cdot L_6$$

1.4 Quintische Interpolation

[001]

Es soll eine Interpolation mit Datenpunkten $P_n(\lambda_n; X_n)$ durchgeführt werden. Wobei λ_i eine Wellenlänge darstellt und X_i die dazu gehörige Ortskoordinate.

Gegeben sind nichtäquidistante Datenpunkte $P_i(x_i; y_i)$. Zu diesen Punkten existiert ein Polynom der Form

$$P(x) = y = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + \dots + a_4 \cdot x^4 + a_5 \cdot x^5$$

das alle P_i auf dem Polynom exakt erfasst. Nach Lagrange ist $P(x)$ definiert durch:

$$P(x) = \sum_{i=0}^5 y_i \cdot L_i(x)$$

Wobei $L_i(x)$ die Lagrangschen Fundamentalpolynome darstellt. Diese werden beschrieben mittels:

$$n = 5$$

 \Rightarrow

$$L_0 = \frac{(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_4) \cdot (x - x_5)}{(x_0 - x_1) \cdot (x_0 - x_2) \cdot (x_0 - x_3) \cdot (x_0 - x_4) \cdot (x_0 - x_5)}$$

$$L_1 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_4) \cdot (x - x_5)}{(x_1 - x_0) \cdot (x_1 - x_2) \cdot (x_1 - x_3) \cdot (x_1 - x_4) \cdot (x_1 - x_5)}$$

$$L_2 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_4) \cdot (x - x_5)}{(x_2 - x_0) \cdot (x_2 - x_1) \cdot (x_2 - x_3) \cdot (x_2 - x_4) \cdot (x_2 - x_5)}$$

$$L_3 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_4) \cdot (x - x_5)}{(x_3 - x_0) \cdot (x_3 - x_1) \cdot (x_3 - x_2) \cdot (x_3 - x_4) \cdot (x_3 - x_5)}$$

$$L_4 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_5)}{(x_4 - x_0) \cdot (x_4 - x_1) \cdot (x_4 - x_2) \cdot (x_4 - x_3) \cdot (x_4 - x_5)}$$

$$L_5 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_4)}{(x_5 - x_0) \cdot (x_5 - x_1) \cdot (x_5 - x_2) \cdot (x_5 - x_3) \cdot (x_5 - x_4)}$$

Damit ist das Interpolationspolynom $P(x)$ ermittelt.

$$P(x) = y_0 \cdot L_0 + y_1 \cdot L_1 + y_2 \cdot L_2 + y_3 \cdot L_3 + y_4 \cdot L_4 + y_5 \cdot L_5$$

1.5 Biquadratische Interpolation

Es soll eine Interpolation mit Datenpunkten $P_n(\lambda_n; X_n)$ durchgeführt werden. Wobei λ_i eine Wellenlänge darstellt und X_i die dazu gehörige Ortskoordinate. [001]

Gegeben sind nichtäquidistante Datenpunkte $P_i(x_i; y_i)$. Zu diesen Punkten existiert ein Polynom der Form

$$P(x) = y = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 + a_4 \cdot x^4$$

das alle P_i auf dem Polynom exakt erfasst. Nach Lagrange ist $P(x)$ definiert durch:

$$P(x) = \sum_{i=0}^4 y_i \cdot L_i(x)$$

Wobei $L_i(x)$ die Lagrangschen Fundamentalpolynome darstellt. Diese werden beschrieben mittels:

$$n = 4$$

⇒

$$L_0 = \frac{(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_4)}{(x_0 - x_1) \cdot (x_0 - x_2) \cdot (x_0 - x_3) \cdot (x_0 - x_4)}$$

$$L_1 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_4)}{(x_1 - x_0) \cdot (x_1 - x_2) \cdot (x_1 - x_3) \cdot (x_1 - x_4)}$$

$$L_2 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_4)}{(x_2 - x_0) \cdot (x_2 - x_1) \cdot (x_2 - x_3) \cdot (x_2 - x_4)}$$

$$L_3 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_4)}{(x_3 - x_0) \cdot (x_3 - x_1) \cdot (x_3 - x_2) \cdot (x_3 - x_4)}$$

$$L_4 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3)}{(x_4 - x_0) \cdot (x_4 - x_1) \cdot (x_4 - x_2) \cdot (x_4 - x_3)}$$

Damit ist das Interpolationspolynom $P(x)$ ermittelt.

$$P(x) = y_0 \cdot L_0 + y_1 \cdot L_1 + y_2 \cdot L_2 + y_3 \cdot L_3 + y_4 \cdot L_4$$

1.6 Kubische Interpolation

[001]

Es soll eine Interpolation mit Datenpunkten $P_n(\lambda_n; X_n)$ durchgeführt werden. Wobei λ_i eine Wellenlänge darstellt und X_i die dazu gehörige Ortskoordinate.

Gegeben sind nichtäquidistante Datenpunkte $P_i(x_i; y_i)$. Zu diesen Punkten existiert ein Polynom der Form

$$P(x) = y = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3$$

das alle P_i auf dem Polynom exakt erfasst. Nach Lagrange ist $P(x)$ definiert durch:

$$P(x) = \sum_{i=0}^3 y_i \cdot L_i(x)$$

Wobei $L_i(x)$ die Lagrangschen Fundamentalpolynome darstellt. Diese werden beschrieben mittels:

$$n = 3$$

 \Rightarrow

$$L_0 = \frac{(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3)}{(x_0 - x_1) \cdot (x_0 - x_2) \cdot (x_0 - x_3)}$$

$$L_1 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3)}{(x_1 - x_0) \cdot (x_1 - x_2) \cdot (x_1 - x_3)}$$

$$L_2 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_3)}{(x_2 - x_0) \cdot (x_2 - x_1) \cdot (x_2 - x_3)}$$

$$L_3 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)}{(x_3 - x_0) \cdot (x_3 - x_1) \cdot (x_3 - x_2)}$$

Damit ist das Interpolationspolynom $P(x)$ ermittelt.

$$P(x) = y_0 \cdot L_0 + y_1 \cdot L_1 + y_2 \cdot L_2 + y_3 \cdot L_3$$

1.7 Quadratische Interpolation

Es soll eine Interpolation mit Datenpunkten $P_n(\lambda_n; X_n)$ durchgeführt werden. Wobei λ_i eine Wellenlänge darstellt und X_i die dazu gehörige Ortskoordinate. [001]

Gegeben sind nichtäquidistante Datenpunkte $P_i(x_i; y_i)$. Zu diesen Punkten existiert ein Polynom der Form

$$P(x) = y = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2$$

das alle P_i auf dem Polynom exakt erfasst. Nach Lagrange ist $P(x)$ definiert durch:

$$P(x) = \sum_{i=0}^2 y_i \cdot L_i(x)$$

Wobei $L_i(x)$ die Lagrangschen Fundamentalpolynome darstellt. Diese werden beschrieben mittels:

$$n = 2$$

⇒

$$L_0 = \frac{(x - x_1) \cdot (x - x_2)}{(x_0 - x_1) \cdot (x_0 - x_2)}$$

$$L_1 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_2)}{(x_1 - x_0) \cdot (x_1 - x_2)}$$

$$L_2 = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1)}{(x_2 - x_0) \cdot (x_2 - x_1)}$$

Damit ist das Interpolationspolynom $P(x)$ ermittelt.

$$P(x) = y_0 \cdot L_0 + y_1 \cdot L_1 + y_2 \cdot L_2$$

1.8 Lineare Interpolation

[001]

Es soll eine Interpolation mit Datenpunkten $P_n(\lambda_n; X_n)$ durchgeführt werden. Wobei λ_i eine Wellenlänge darstellt und X_i die dazu gehörige Ortskoordinate.

Gegeben sind nichtäquidistante Datenpunkte $P_i(x_i; y_i)$. Zu diesen Punkten existiert ein Polynom der Form

$$P(x) = y = a_0 + a_1 \cdot x$$

das alle P_i auf dem Polynom exakt erfasst. Nach Lagrange ist $P(x)$ definiert durch:

$$P(x) = \sum_{i=0}^1 y_i \cdot L_i(x)$$

Wobei $L_i(x)$ die Lagrangeschen Fundamentalpolynome darstellt. Diese werden beschrieben mittels:

$$n = 1$$

 \Rightarrow

$$L_0(x) = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1}$$

$$L_1(x) = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}$$

Damit ist das Interpolationspolynom $P(x)$ ermittelt.

$$P(x) = y_0 \cdot L_0 + y_1 \cdot L_1$$

2 Koeffizientendarstellung

In einigen Anwendungsfällen ist es interessant die Koeffizienten explizit zu kennen. Über das Polynom $P(x)$ nach Lagrange ist das zwar möglich, jedoch symbolisch unpraktisch beschrieben. [001]

2.1 Septische Interpolation

Mit

$$d_{mn} = \frac{1}{x_m - x_n}$$

und dem kgV

$$\begin{aligned} & d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \cdot d_{05} \cdot d_{06} \cdot d_{07} \\ & \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \cdot d_{15} \cdot d_{16} \cdot d_{17} \\ & \cdot d_{23} \cdot d_{24} \cdot d_{25} \cdot d_{26} \cdot d_{27} \\ & \cdot d_{34} \cdot d_{35} \cdot d_{36} \cdot d_{37} \\ & \cdot d_{45} \cdot d_{46} \cdot d_{47} \\ & \cdot d_{56} \cdot d_{57} \\ & \cdot d_{67} \end{aligned}$$

ergibt sich das septische Interpolationspolynom

$$y = a_0 \cdot x^0 + a_1 \cdot x^1 + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 + a_4 \cdot x^4 + a_5 \cdot x^5 + a_6 \cdot x^6 + a_7 \cdot x^7$$

mit den Koeffizienten:

$$\begin{aligned} \bullet a_0^{(7)} = & \\ -y_0 \cdot & x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \cdot d_{05} \cdot d_{06} \cdot d_{07} \\ +y_1 \cdot & x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \cdot d_{15} \cdot d_{16} \cdot d_{17} \\ -y_2 \cdot & x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24} \cdot d_{25} \cdot d_{26} \cdot d_{27} \\ +y_3 \cdot & x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34} \cdot d_{35} \cdot d_{36} \cdot d_{37} \\ -y_4 \cdot & x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34} \cdot d_{45} \cdot d_{46} \cdot d_{47} \\ +y_5 \cdot & x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot d_{05} \cdot d_{15} \cdot d_{25} \cdot d_{35} \cdot d_{45} \cdot d_{56} \cdot d_{57} \\ -y_6 \cdot & x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_7 \cdot d_{06} \cdot d_{16} \cdot d_{26} \cdot d_{36} \cdot d_{46} \cdot d_{56} \cdot d_{67} \\ +y_7 \cdot & x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot d_{07} \cdot d_{17} \cdot d_{27} \cdot d_{37} \cdot d_{47} \cdot d_{57} \cdot d_{67} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet a_1^{(7)} = & \\ +y_0 \cdot & \\ (& \\ & +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\ & +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\ & +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\ & +x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\ & +x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\ & +x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\ &) \\ & \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \cdot d_{05} \cdot d_{06} \cdot d_{07} \\ -y_1 \cdot & \\ (& \\ & +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_0 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 &) \\
 & \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \cdot d_{15} \cdot d_{16} \cdot d_{17} \\
 & +y_2 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 &) \\
 & \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24} \cdot d_{25} \cdot d_{26} \cdot d_{27} \\
 & -y_3 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 &) \\
 & \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34} \cdot d_{35} \cdot d_{36} \cdot d_{37} \\
 & +y_4 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 &) \\
 & \cdot d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34} \cdot d_{45} \cdot d_{46} \cdot d_{47} \\
 & -y_5 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 &) \\
 & \cdot d_{05} \cdot d_{15} \cdot d_{25} \cdot d_{35} \cdot d_{45} \cdot d_{56} \cdot d_{57} \\
 & +y_6 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_7) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
 &) \\
 & \cdot d_{06} \cdot d_{16} \cdot d_{26} \cdot d_{36} \cdot d_{46} \cdot d_{56} \cdot d_{67}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -y_7 \cdot \\
& (\\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
&) \\
& \cdot d_{07} \cdot d_{17} \cdot d_{27} \cdot d_{37} \cdot d_{47} \cdot d_{57} \cdot d_{67}
\end{aligned}$$

$$\bullet a_2^{(7)} =$$

$$\begin{aligned}
& -y_0 \cdot \\
& (\\
& \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
&) \\
& \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \cdot d_{05} \cdot d_{06} \cdot d_{07}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +y_1 \cdot \\
& (\\
& \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_0 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
&) \\
& \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \cdot d_{15} \cdot d_{16} \cdot d_{17}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -y_2 \cdot \\
& (\\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
&)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +x_0 \cdot x_1 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & +x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_0 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_0 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & +x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_1 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 &) \\
 & \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24} \cdot d_{25} \cdot d_{26} \cdot d_{27} \\
 & +y_3 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 &) \\
 & \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34} \cdot d_{35} \cdot d_{36} \cdot d_{37} \\
 & -y_4 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 &) \\
 & \cdot d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34} \cdot d_{45} \cdot d_{46} \cdot d_{47} \\
 & +y_5 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 &)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +x_0 \cdot x_1 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_6 + x_7) \\
& +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_0 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_6 + x_7) \\
& +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7
\end{aligned}$$

$$) \cdot d_{05} \cdot d_{15} \cdot d_{25} \cdot d_{35} \cdot d_{45} \cdot d_{56} \cdot d_{57}$$

-y6.

$$\begin{aligned}
& (\\
& +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_7) \\
& +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_7) \\
& +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
& +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_7) \\
& +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
& +x_0 \cdot x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
& +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_7) \\
& +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
& +x_0 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
& +x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
& +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_7) \\
& +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
& +x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
& +x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
& +x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_7
\end{aligned}$$

$$) \cdot d_{06} \cdot d_{16} \cdot d_{26} \cdot d_{36} \cdot d_{46} \cdot d_{56} \cdot d_{67}$$

+y7.

$$\begin{aligned}
& (\\
& +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6) \\
& +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
& +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
& +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& +x_0 \cdot x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
& +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& +x_0 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& +x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
& +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& +x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& +x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& +x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6
\end{aligned}$$

$$) \cdot d_{07} \cdot d_{17} \cdot d_{27} \cdot d_{37} \cdot d_{47} \cdot d_{57} \cdot d_{67}$$

$$\bullet a_3^{(7)} =$$

+y0.

$$\begin{aligned}
& (\\
& +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
& +x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
& +x_1 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +x_1 \cdot x_2 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
 & +x_1 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & +x_1 \cdot x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & +x_1 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_1 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
 & +x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & +x_2 \cdot x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & +x_2 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & +x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 &) \\
 & \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \cdot d_{05} \cdot d_{06} \cdot d_{07} \\
 & -y_1 \cdot \\
 & (\\
 & +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
 & +x_0 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
 & +x_0 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & +x_0 \cdot x_2 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
 & +x_0 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & +x_0 \cdot x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_0 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & +x_0 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_0 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
 & +x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & +x_2 \cdot x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & +x_2 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & +x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 &) \\
 & \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \cdot d_{15} \cdot d_{16} \cdot d_{17} \\
 & +y_2 \cdot \\
 & (\\
 & +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
 & +x_0 \cdot x_1 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
 & +x_0 \cdot x_1 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & +x_0 \cdot x_1 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
 & +x_0 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & +x_0 \cdot x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_0 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & +x_0 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_0 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
 & +x_1 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +x_1 \cdot x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& +x_1 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_1 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& +x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
&) \\
& \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24} \cdot d_{25} \cdot d_{26} \cdot d_{27}
\end{aligned}$$

-y₃·

$$\begin{aligned}
& (\\
& +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot (x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
& +x_0 \cdot x_1 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
& +x_0 \cdot x_1 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& +x_0 \cdot x_1 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_0 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
& +x_0 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& +x_0 \cdot x_2 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_0 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& +x_0 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_0 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
& +x_1 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& +x_1 \cdot x_2 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& +x_1 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_1 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& +x_2 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
&) \\
& \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34} \cdot d_{35} \cdot d_{36} \cdot d_{37}
\end{aligned}$$

+y₄·

$$\begin{aligned}
& (\\
& +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_5 + x_6 + x_7) \\
& +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
& +x_0 \cdot x_1 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& +x_0 \cdot x_1 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
& +x_0 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& +x_0 \cdot x_2 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_0 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& +x_0 \cdot x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_0 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
& +x_1 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& +x_1 \cdot x_2 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_1 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& +x_1 \cdot x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_1 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& +x_2 \cdot x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& +x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
&)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \cdot d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34} \cdot d_{45} \cdot d_{46} \cdot d_{47} \\
 -y_5 \cdot & (\\
 & +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_6 + x_7) \\
 & +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_6 + x_7) \\
 & +x_0 \cdot x_1 \cdot x_4 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & +x_0 \cdot x_1 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_6 + x_7) \\
 & +x_0 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & +x_0 \cdot x_2 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & +x_0 \cdot x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_0 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_6 + x_7) \\
 & +x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & +x_1 \cdot x_2 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & +x_1 \cdot x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_1 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & +x_2 \cdot x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_2 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 & +x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
 &) \\
 & \cdot d_{05} \cdot d_{15} \cdot d_{25} \cdot d_{35} \cdot d_{45} \cdot d_{56} \cdot d_{57}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 +y_6 \cdot & (\\
 & +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_5 + x_7) \\
 & +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_7) \\
 & +x_0 \cdot x_1 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_7) \\
 & +x_0 \cdot x_1 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
 & +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_7) \\
 & +x_0 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_7) \\
 & +x_0 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
 & +x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_7) \\
 & +x_0 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
 & +x_0 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
 & +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_7) \\
 & +x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_7) \\
 & +x_1 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
 & +x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_7) \\
 & +x_1 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
 & +x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
 & +x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_7) \\
 & +x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
 & +x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
 & +x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
 &) \\
 & \cdot d_{06} \cdot d_{16} \cdot d_{26} \cdot d_{36} \cdot d_{46} \cdot d_{56} \cdot d_{67}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -y_7 \cdot & (\\
 & +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_5 + x_6) \\
 & +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6) \\
 & +x_0 \cdot x_1 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
 & +x_0 \cdot x_1 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 & +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6) \\
 & +x_0 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
 &)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&+x_0 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
&+x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
&+x_0 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
&+x_0 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
&+x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6) \\
&+x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
&+x_1 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
&+x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
&+x_1 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
&+x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
&+x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
&+x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
&+x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
&+x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6
\end{aligned}$$

$$) \cdot d_{07} \cdot d_{17} \cdot d_{27} \cdot d_{37} \cdot d_{47} \cdot d_{57} \cdot d_{67}$$

$$\bullet a_4^{(7)} =$$

$$-y_0 \cdot$$

$$\begin{aligned}
&(\\
&+x_1 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
&+x_1 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
&+x_1 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
&+x_1 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
&+x_1 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
&+x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
&+x_2 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
&+x_2 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
&+x_2 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
&+x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
&+x_3 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
&+x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
&+x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
&+x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
&+x_5 \cdot x_6 \cdot x_7
\end{aligned}$$

$$) \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \cdot d_{05} \cdot d_{06} \cdot d_{07}$$

$$+y_1 \cdot$$

$$\begin{aligned}
&(\\
&+x_0 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
&+x_0 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
&+x_0 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
&+x_0 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
&+x_0 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
&+x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
&+x_2 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
&+x_2 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
&+x_2 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
&+x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
&+x_3 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
&+x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
&+x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
&+x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
&+x_5 \cdot x_6 \cdot x_7
\end{aligned}$$

$$) \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \cdot d_{15} \cdot d_{16} \cdot d_{17}$$

$$\begin{aligned}
& -y_2 \cdot \\
& (\\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot (x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_1 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_1 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_1 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_3 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
&) \\
& \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24} \cdot d_{25} \cdot d_{26} \cdot d_{27}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +y_3 \cdot \\
& (\\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot (x_2 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot (x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot (x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_1 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_1 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_1 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_2 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_2 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_2 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_4 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
&) \\
& \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34} \cdot d_{35} \cdot d_{36} \cdot d_{37}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -y_4 \cdot \\
& (\\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot (x_2 + x_3 + x_5 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_5 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_5 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_1 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_1 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_2 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_2 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_3 \cdot x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
&) \\
& \cdot d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34} \cdot d_{45} \cdot d_{46} \cdot d_{47}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +y_5 \cdot \\
& (\\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot (x_2 + x_3 + x_4 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_4 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_1 \cdot x_4 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_1 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_6 + x_7) \\
& \quad +x_2 \cdot x_4 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_2 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_3 \cdot x_4 \cdot (x_6 + x_7) \\
& \quad +x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
& \quad +x_4 \cdot x_6 \cdot x_7 \\
&) \\
& \cdot d_{05} \cdot d_{15} \cdot d_{25} \cdot d_{35} \cdot d_{45} \cdot d_{56} \cdot d_{57}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -y_6 \cdot \\
& (\\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot (x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_5 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_7) \\
& \quad +x_0 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
& \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_5 x_7) \\
& \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_7) \\
& \quad +x_1 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_7) \\
& \quad +x_1 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
& \quad +x_2 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_7) \\
& \quad +x_2 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
& \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_7) \\
& \quad +x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_7) \\
& \quad +x_3 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
& \quad +x_4 \cdot x_5 \cdot x_7 \\
&) \\
& \cdot d_{06} \cdot d_{16} \cdot d_{26} \cdot d_{36} \cdot d_{46} \cdot d_{56} \cdot d_{67}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +y_7 \cdot \\
& (\\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot (x_3 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_5 + x_6) \\
& \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6) \\
& \quad +x_1 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_1 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6) \\
& \quad +x_2 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
&) \\
& \cdot d_{07} \cdot d_{17} \cdot d_{27} \cdot d_{37} \cdot d_{47} \cdot d_{57} \cdot d_{67}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \bullet a_5^{(7)} = \\
 & +y_0 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_1 \cdot (x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_6 \cdot x_7 \\
 &) \\
 & \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \cdot d_{05} \cdot d_{06} \cdot d_{07} \\
 & -y_1 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot (x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_6 \cdot x_7 \\
 &) \\
 & \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \cdot d_{15} \cdot d_{16} \cdot d_{17} \\
 & +y_2 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot (x_1 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_1 \cdot (x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_6 \cdot x_7 \\
 &) \\
 & \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24} \cdot d_{25} \cdot d_{26} \cdot d_{27} \\
 & -y_3 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot (x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_1 \cdot (x_2 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_2 \cdot (x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_4 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_6 \cdot x_7 \\
 &) \\
 & \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34} \cdot d_{35} \cdot d_{36} \cdot d_{37} \\
 & +y_4 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot (x_1 + x_2 + x_3 + x_5 + x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_1 \cdot (x_2 + x_3 + x_5 + x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_2 \cdot (x_3 + x_5 + x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_3 \cdot (x_5 + x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_5 \cdot (x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_6 \cdot x_7 \\
 &) \\
 & \cdot d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34} \cdot d_{45} \cdot d_{46} \cdot d_{14} \\
 & -y_5 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_1 \cdot (x_2 + x_3 + x_4 + x_6 + x_7) \\
 & \quad +x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_6 + x_7) \\
 &)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +x_3 \cdot (x_4 + x_6 + x_7) \\
& +x_4 \cdot (x_6 + x_7) \\
& +x_6 \cdot x_7 \\
&) \\
& \cdot d_{05} \cdot d_{15} \cdot d_{25} \cdot d_{35} \cdot d_{45} \cdot d_{56} \cdot d_{57} \\
& +y_6 \cdot \\
& (\\
& +x_0 \cdot (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_7) \\
& +x_1 \cdot (x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_7) \\
& +x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_5 + x_7) \\
& +x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_7) \\
& +x_4 \cdot (x_5 + x_7) \\
& +x_5 \cdot x_7 \\
&) \\
& \cdot d_{06} \cdot d_{16} \cdot d_{26} \cdot d_{36} \cdot d_{46} \cdot d_{56} \cdot d_{67} \\
& -y_7 \cdot \\
& (\\
& +x_0 \cdot (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6) \\
& +x_1 \cdot (x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6) \\
& +x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_5 + x_6) \\
& +x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6) \\
& +x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
& +x_5 \cdot x_6 \\
&) \\
& \cdot d_{07} \cdot d_{17} \cdot d_{27} \cdot d_{37} \cdot d_{47} \cdot d_{57} \cdot d_{67}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \bullet a_6^{(7)} = \\
& -y_0 \cdot \\
& (\\
& x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \\
&) \\
& \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \cdot d_{05} \cdot d_{06} \cdot d_{07} \\
& +y_1 \cdot \\
& (\\
& x_0 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \\
&) \\
& \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \cdot d_{15} \cdot d_{16} \cdot d_{17} \\
& -y_2 \cdot \\
& (\\
& x_0 + x_1 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \\
&) \\
& \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24} \cdot d_{25} \cdot d_{26} \cdot d_{27} \\
& +y_3 \cdot \\
& (\\
& x_0 + x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \\
&) \\
& \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34} \cdot d_{35} \cdot d_{36} \cdot d_{37} \\
& -y_4 \cdot \\
& (\\
& x_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_5 + x_6 + x_7 \\
&) \\
& \cdot d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34} \cdot d_{45} \cdot d_{46} \cdot d_{47} \\
& +y_5 \cdot \\
& (\\
& x_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_6 + x_7 \\
&) \\
& \cdot d_{05} \cdot d_{15} \cdot d_{25} \cdot d_{35} \cdot d_{45} \cdot d_{56} \cdot d_{57}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -y_6 \cdot \\
 & (\\
 & \quad x_7 + x_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \\
 &) \\
 & \quad \cdot d_{06} \cdot d_{16} \cdot d_{26} \cdot d_{36} \cdot d_{46} \cdot d_{56} \cdot d_{67} \\
 & + y_7 \cdot \\
 & (\\
 & \quad x_0 + x_1 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_2 \\
 &) \\
 & \quad \cdot d_{07} \cdot d_{17} \cdot d_{27} \cdot d_{37} \cdot d_{47} \cdot d_{57} \cdot d_{67}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \bullet a_7^{(7)} = \\
 & + y_0 \cdot \\
 & \quad d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \cdot d_{05} \cdot d_{06} \cdot d_{07} \\
 & - y_1 \cdot \\
 & \quad d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \cdot d_{15} \cdot d_{16} \cdot d_{17} \\
 & + y_2 \cdot \\
 & \quad d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24} \cdot d_{25} \cdot d_{26} \cdot d_{27} \\
 & - y_3 \cdot \\
 & \quad d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34} \cdot d_{35} \cdot d_{36} \cdot d_{37} \\
 & + y_4 \cdot \\
 & \quad d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34} \cdot d_{45} \cdot d_{46} \cdot d_{47} \\
 & - y_5 \cdot \\
 & \quad d_{05} \cdot d_{15} \cdot d_{25} \cdot d_{35} \cdot d_{45} \cdot d_{56} \cdot d_{57} \\
 & + y_6 \cdot \\
 & \quad d_{06} \cdot d_{16} \cdot d_{26} \cdot d_{36} \cdot d_{46} \cdot d_{56} \cdot d_{67} \\
 & - y_7 \cdot \\
 & \quad d_{07} \cdot d_{17} \cdot d_{27} \cdot d_{37} \cdot d_{47} \cdot d_{57} \cdot d_{67}
 \end{aligned}$$

2.2 Triquadratische Interpolation (Sextische Interpolation)

Mit

$$d_{mn} = \frac{1}{x_m - x_n}$$

und dem kgV

$$\begin{aligned} & d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \cdot d_{05} \cdot d_{06} \\ & \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \cdot d_{15} \cdot d_{16} \\ & \cdot d_{23} \cdot d_{24} \cdot d_{25} \cdot d_{26} \\ & \cdot d_{34} \cdot d_{35} \cdot d_{36} \\ & \cdot d_{45} \cdot d_{46} \\ & \cdot d_{56} \end{aligned}$$

ergibt sich das sextische Interpolationspolynom

$$y = a_0 \cdot x^0 + a_1 \cdot x^1 + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 + a_4 \cdot x^4 + a_5 \cdot x^5 + a_6 \cdot x^6$$

mit den Koeffizienten:

$$\begin{aligned} \bullet a_0^{(6)} = & \\ +y_0 \cdot & x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \cdot d_{05} \cdot d_{06} \\ -y_1 \cdot & x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \cdot d_{15} \cdot d_{16} \\ +y_2 \cdot & x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24} \cdot d_{25} \cdot d_{26} \\ -y_3 \cdot & x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34} \cdot d_{35} \cdot d_{36} \\ +y_4 \cdot & x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34} \cdot d_{45} \cdot d_{46} \\ -y_5 \cdot & x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \cdot d_{05} \cdot d_{15} \cdot d_{25} \cdot d_{35} \cdot d_{45} \cdot d_{56} \\ +y_6 \cdot & x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot d_{06} \cdot d_{16} \cdot d_{26} \cdot d_{36} \cdot d_{46} \cdot d_{56} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet a_1^{(6)} = & \\ -y_0 \cdot & \\ (& \\ & +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\ & +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\ & +x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\ & +x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\ & +x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\ &) \\ & \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \cdot d_{05} \cdot d_{06} \cdot \\ +y_1 \cdot & \\ (& \\ & +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\ & +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\ & +x_0 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\ & +x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\ & +x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\ &) \\ & \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \cdot d_{15} \cdot d_{16} \\ -y_2 \cdot & \\ (& \\ & +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\ & +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +x_0 \cdot x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 & +x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 & +x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 &) \\
 & \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24} \cdot d_{25} \cdot d_{26} \\
 & +y_3 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 &) \\
 & \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34} \cdot d_{35} \cdot d_{36} \\
 & -y_4 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 &) \\
 & \cdot d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34} \cdot d_{45} \cdot d_{46} \\
 & +y_5 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_6) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_6 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \\
 & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \\
 &) \\
 & \cdot d_{05} \cdot d_{15} \cdot d_{25} \cdot d_{35} \cdot d_{45} \cdot d_{56} \\
 & -y_6 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \\
 & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \\
 &) \\
 & \cdot d_{06} \cdot d_{16} \cdot d_{26} \cdot d_{36} \cdot d_{46} \cdot d_{56}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \bullet a_2^{(6)} = \\
 & +y_0 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 & \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 & \quad +x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 & \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 & \quad +x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 & \quad +x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 &) \\
 & \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \cdot d_{05} \cdot d_{06}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -y_1 \cdot \\
& (\\
& \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_0 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
&) \\
& \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \cdot d_{15} \cdot d_{16}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +y_2 \cdot \\
& (\\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_0 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
&) \\
& \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24} \cdot d_{25} \cdot d_{26}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -y_3 \cdot \\
& (\\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot (x_4 + x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_0 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
&) \\
& \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34} \cdot d_{35} \cdot d_{36}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +y_4 \cdot \\
& (\\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
&) \\
& \cdot d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34} \cdot d_{45} \cdot d_{46}
\end{aligned}$$

$$-y_5 \cdot$$

$$\begin{aligned}
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_6) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_6) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_4 \cdot x_6 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_6) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_6 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \\
 & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_6) \\
 & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_6 \\
 & \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \\
 & \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \\
 &) \\
 & \cdot d_{05} \cdot d_{15} \cdot d_{25} \cdot d_{35} \cdot d_{45} \cdot d_{56}
 \end{aligned}$$

+y₆·

$$\begin{aligned}
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_5) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \\
 & \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \\
 & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5) \\
 & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \\
 & \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \\
 & \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \\
 &) \\
 & \cdot d_{06} \cdot d_{16} \cdot d_{26} \cdot d_{36} \cdot d_{46} \cdot d_{56}
 \end{aligned}$$

• a₃⁽⁶⁾ =

-y₀·

$$\begin{aligned}
 & (\\
 & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_1 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_1 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 & \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_2 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 & \quad +x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 & \quad +x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 &) \\
 & \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \cdot d_{05} \cdot d_{06}
 \end{aligned}$$

+y₁·

$$\begin{aligned}
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 & \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_2 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 & \quad +x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 & \quad +x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 &) \\
 & \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \cdot d_{15} \cdot d_{16}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -y_2 \cdot \\
& (\\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot (x_3 + x_4 + x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6) \\
& \quad +x_1 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_1 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
&) \\
& \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24} \cdot d_{25} \cdot d_{26}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +y_3 \cdot \\
& (\\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot (x_2 + x_4 + x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot (x_4 + x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot (x_4 + x_5 + x_6) \\
& \quad +x_1 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_1 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_2 \cdot x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
&) \\
& \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34} \cdot d_{35} \cdot d_{36}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -y_4 \cdot \\
& (\\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot (x_2 + x_3 + x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_5 + x_6) \\
& \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_1 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot (x_5 + x_6) \\
& \quad +x_2 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
& \quad +x_3 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
&) \\
& \cdot d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34} \cdot d_{45} \cdot d_{46}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +y_5 \cdot \\
& (\\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot (x_2 + x_3 + x_4 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_6) \\
& \quad +x_0 \cdot x_4 \cdot x_6 \\
& \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_6) \\
& \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_6) \\
& \quad +x_1 \cdot x_4 \cdot x_6 \\
& \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_6) \\
& \quad +x_2 \cdot x_4 \cdot x_6 \\
& \quad +x_3 \cdot x_4 \cdot x_6 \\
&) \\
& \cdot d_{05} \cdot d_{15} \cdot d_{25} \cdot d_{35} \cdot d_{45} \cdot d_{56}
\end{aligned}$$

$$-y_6 \cdot$$

$$\begin{aligned}
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot (x_2 + x_3 + x_4 + x_5) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_5) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_4 \cdot x_5 \\
 & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_5) \\
 & \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5) \\
 & \quad +x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \\
 & \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5) \\
 & \quad +x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \\
 & \quad +x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \\
 &) \\
 & \cdot d_{06} \cdot d_{16} \cdot d_{26} \cdot d_{36} \cdot d_{46} \cdot d_{56}
 \end{aligned}$$

$$\bullet a_4^{(6)} =$$

$$\begin{aligned}
 & +y_0 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_1 \cdot (x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_5 \cdot x_6 \\
 &) \\
 & \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \cdot d_{05} \cdot d_{06}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -y_1 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot (x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_5 \cdot x_6 \\
 &) \\
 & \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \cdot d_{15} \cdot d_{16}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +y_2 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot (x_1 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_1 \cdot (x_3 + x_4 + x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_3 \cdot (x_4 + x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_5 \cdot x_6 \\
 &) \\
 & \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24} \cdot d_{25} \cdot d_{26}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -y_3 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot (x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_1 \cdot (x_2 + x_4 + x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_2 \cdot (x_4 + x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_4 \cdot (x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_5 \cdot x_6 \\
 &) \\
 & \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34} \cdot d_{35} \cdot d_{36}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +y_4 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot (x_1 + x_2 + x_3 + x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_1 \cdot (x_2 + x_3 + x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_2 \cdot (x_3 + x_5 + x_6) \\
 & \quad +x_3 \cdot (x_5 + x_6) \\
 &)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +x_5 \cdot x_6 \\
&) \\
& \cdot d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34} \cdot d_{45} \cdot d_{46} \\
& -y_5 \cdot \\
& (\\
& +x_0 \cdot (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_6) \\
& +x_1 \cdot (x_2 + x_3 + x_4 + x_6) \\
& +x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_6) \\
& +x_3 \cdot (x_4 + x_6) \\
& +x_4 \cdot x_6 \\
&) \\
& \cdot d_{05} \cdot d_{15} \cdot d_{25} \cdot d_{35} \cdot d_{45} \cdot d_{56} \\
& +y_6 \cdot \\
& (\\
& +x_0 \cdot (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) \\
& +x_1 \cdot (x_2 + x_3 + x_4 + x_5) \\
& +x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_5) \\
& +x_3 \cdot (x_4 + x_5) \\
& +x_4 \cdot x_5 \\
&) \\
& \cdot d_{06} \cdot d_{16} \cdot d_{26} \cdot d_{36} \cdot d_{46} \cdot d_{56}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \bullet a_5^{(6)} = \\
& -y_0 \cdot \\
& (\\
& x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \\
&) \\
& \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \cdot d_{05} \cdot d_{06} \\
& +y_1 \cdot \\
& (\\
& x_0 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \\
&) \\
& \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \cdot d_{15} \cdot d_{16} \\
& -y_2 \cdot \\
& (\\
& x_0 + x_1 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \\
&) \\
& \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24} \cdot d_{25} \cdot d_{26} \\
& +y_3 \cdot \\
& (\\
& x_0 + x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 \\
&) \\
& \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34} \cdot d_{35} \cdot d_{36} \\
& -y_4 \cdot \\
& (\\
& x_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_5 + x_6 \\
&) \\
& \cdot d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34} \cdot d_{45} \cdot d_{46} \\
& +y_5 \cdot \\
& (\\
& x_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_6 \\
&) \\
& \cdot d_{05} \cdot d_{15} \cdot d_{25} \cdot d_{35} \cdot d_{45} \cdot d_{56} \\
& -y_6 \cdot \\
& (\\
& x_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \\
&)
\end{aligned}$$

$$\cdot d_{06} \cdot d_{16} \cdot d_{26} \cdot d_{36} \cdot d_{46} \cdot d_{56}$$

$$\bullet a_6^{(6)} =$$

$$+y_0 \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \cdot d_{05} \cdot d_{06}$$

$$-y_1 \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \cdot d_{15} \cdot d_{16}$$

$$+y_2 \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24} \cdot d_{25} \cdot d_{26}$$

$$-y_3 \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34} \cdot d_{35} \cdot d_{36}$$

$$+y_4 \cdot d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34} \cdot d_{45} \cdot d_{46}$$

$$-y_5 \cdot d_{05} \cdot d_{15} \cdot d_{25} \cdot d_{35} \cdot d_{45} \cdot d_{56}$$

$$+y_6 \cdot d_{06} \cdot d_{16} \cdot d_{26} \cdot d_{36} \cdot d_{46} \cdot d_{56}$$

2.3 Quintische Interpolation

Mit

$$d_{mn} = \frac{1}{x_m - x_n}$$

und dem kgV

$$\begin{aligned} & d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \cdot d_{05} \\ & \quad \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \cdot d_{15} \\ & \quad \quad \cdot d_{23} \cdot d_{24} \cdot d_{25} \\ & \quad \quad \quad \cdot d_{34} \cdot d_{35} \\ & \quad \quad \quad \quad \cdot d_{45} \end{aligned}$$

ergibt sich das quintische Interpolationspolynom

$$y = a_0 \cdot x^0 + a_1 \cdot x^1 + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 + a_4 \cdot x^4 + a_5 \cdot x^5$$

mit den Koeffizienten:

$$\begin{aligned} \bullet a_0^{(5)} = & \\ -y_0 \cdot & x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \cdot d_{05} \\ +y_1 \cdot & x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \cdot d_{15} \\ -y_2 \cdot & x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24} \cdot d_{25} \\ +y_3 \cdot & x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34} \cdot d_{35} \\ -y_4 \cdot & x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34} \cdot d_{45} \\ +y_5 \cdot & x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot d_{05} \cdot d_{15} \cdot d_{25} \cdot d_{35} \cdot d_{45} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet a_1^{(5)} = & +y_0 \cdot \\ & (\\ & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5) \\ & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \\ & \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \\ & \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \\ &) \\ & \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \cdot d_{05} \\ -y_1 \cdot & \\ & (\\ & \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5) \\ & \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \\ & \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \\ & \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \\ &) \\ & \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \cdot d_{15} \\ +y_2 \cdot & \\ & (\\ & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5) \\ & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \\ & \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \\ & \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \\ &) \\ & \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24} \cdot d_{25} \\ -y_3 \cdot & \\ & (\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot (x_4 + x_5) \\
 &+x_0 \cdot x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \\
 &+x_0 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \\
 &+x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot x_5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &) \\
 &\cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34} \cdot d_{35}
 \end{aligned}$$

$$+y_4 \cdot$$

$$\begin{aligned}
 &(\\
 &+x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_5) \\
 &+x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_5 \\
 &+x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \\
 &+x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &) \\
 &\cdot d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34} \cdot d_{45}
 \end{aligned}$$

$$-y_5 \cdot$$

$$\begin{aligned}
 &(\\
 &+x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4) \\
 &+x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \\
 &+x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \\
 &+x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &) \\
 &\cdot d_{05} \cdot d_{15} \cdot d_{25} \cdot d_{35} \cdot d_{45}
 \end{aligned}$$

$$\bullet a_2^{(5)} =$$

$$-y_0 \cdot$$

$$\begin{aligned}
 &(\\
 &+x_1 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_5) \\
 &+x_1 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5) \\
 &+x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \\
 &+x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5) \\
 &+x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \\
 &+x_3 \cdot x_4 \cdot x_5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &) \\
 &\cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \cdot d_{05}
 \end{aligned}$$

$$+y_1 \cdot$$

$$\begin{aligned}
 &(\\
 &+x_0 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_5) \\
 &+x_0 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5) \\
 &+x_0 \cdot x_4 \cdot x_5 \\
 &+x_2 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5) \\
 &+x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \\
 &+x_3 \cdot x_4 \cdot x_5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &) \\
 &\cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \cdot d_{15}
 \end{aligned}$$

$$-y_2 \cdot$$

$$\begin{aligned}
 &(\\
 &+x_0 \cdot x_1 \cdot (x_3 + x_4 + x_5) \\
 &+x_0 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5) \\
 &+x_0 \cdot x_4 \cdot x_5 \\
 &+x_1 \cdot x_3 \cdot (x_4 + x_5) \\
 &+x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \\
 &+x_3 \cdot x_4 \cdot x_5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &) \\
 &\cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24} \cdot d_{25}
 \end{aligned}$$

$$+y_3 \cdot$$

$$\begin{aligned}
 &(\\
 &+x_0 \cdot x_1 \cdot (x_2 + x_4 + x_5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +x_0 \cdot x_2 \cdot (x_4 + x_5) \\
& +x_0 \cdot x_4 \cdot x_5 \\
& +x_1 \cdot x_2 \cdot (x_4 + x_5) \\
& +x_1 \cdot x_4 \cdot x_5 \\
& +x_2 \cdot x_4 \cdot x_5 \\
&) \\
& \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34} \cdot d_{35} \\
& -y_4 \cdot \\
& (\\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot (x_2 + x_3 + x_5) \\
& \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_5) \\
& \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot x_5 \\
& \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_5) \\
& \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot x_5 \\
& \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \\
&) \\
& \cdot d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34} \cdot d_{45} \\
& +y_5 \cdot \\
& (\\
& \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot (x_2 + x_3 + x_4) \\
& \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4) \\
& \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 \\
& \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4) \\
& \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \\
& \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \\
&) \\
& \cdot d_{05} \cdot d_{15} \cdot d_{25} \cdot d_{35} \cdot d_{45}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \bullet a_3^{(5)} = \\
& +y_0 \\
& (\\
& \quad +x_1 \cdot (x_2 + x_3 + x_4 + x_5) \\
& \quad +x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_5) \\
& \quad +x_3 \cdot (x_4 + x_5) \\
& \quad +x_4 \cdot x_5 \\
&) \\
& \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \cdot d_{05} \\
& -y_1 \cdot \\
& (\\
& \quad +x_0 \cdot (x_2 + x_3 + x_4 + x_5) \\
& \quad +x_2 \cdot (x_3 + x_4 + x_5) \\
& \quad +x_3 \cdot (x_4 + x_5) \\
& \quad +x_4 \cdot x_5 \\
&) \\
& \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \cdot d_{15} \\
& +y_2 \\
& (\\
& \quad +x_0 \cdot (x_1 + x_3 + x_4 + x_5) \\
& \quad +x_1 \cdot (x_3 + x_4 + x_5) \\
& \quad +x_3 \cdot (x_4 + x_5) \\
& \quad +x_4 \cdot x_5 \\
&) \\
& \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24} \cdot d_{25} \\
& -y_3 \cdot \\
& (\\
& \quad +x_0 \cdot (x_1 + x_2 + x_4 + x_5) \\
& \quad +x_1 \cdot (x_2 + x_4 + x_5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +x_2 \cdot (x_4 + x_5) \\
 & +x_4 \cdot x_5 \\
 &) \\
 & \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34} \cdot d_{35} \\
 & +y_4 \cdot \\
 & (\\
 & +x_0 \cdot (x_1 + x_2 + x_3 + x_5) \\
 & +x_1 \cdot (x_2 + x_3 + x_5) \\
 & +x_2 \cdot (x_3 + x_5) \\
 & +x_3 \cdot x_5 \\
 &) \\
 & \cdot d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34} \cdot d_{45} \\
 & -y_5 \cdot \\
 & (\\
 & +x_0 \cdot (x_1 + x_2 + x_3 + x_4) \\
 & +x_1 \cdot (x_2 + x_3 + x_4) \\
 & +x_2 \cdot (x_3 + x_4) \\
 & +x_3 \cdot x_4 \\
 &) \\
 & \cdot d_{05} \cdot d_{15} \cdot d_{25} \cdot d_{35} \cdot d_{45}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \bullet a_4^{(5)} = \\
 & -y_0 \cdot \\
 & (\\
 & \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \\
 &) \\
 & \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \cdot d_{05} \\
 & +y_1 \cdot \\
 & (\\
 & \quad x_0 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \\
 &) \\
 & \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \cdot d_{15} \\
 & -y_2 \cdot \\
 & (\\
 & \quad x_0 + x_1 + x_3 + x_4 + x_5 \\
 &) \\
 & \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24} \cdot d_{25} \\
 & +y_3 \cdot \\
 & (\\
 & \quad x_0 + x_1 + x_2 + x_4 + x_5 \\
 &) \\
 & \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34} \cdot d_{35} \\
 & -y_4 \cdot \\
 & (\\
 & \quad x_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_5 \\
 &) \\
 & \cdot d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34} \cdot d_{45} \\
 & +y_5 \cdot \\
 & (\\
 & \quad x_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \\
 &) \\
 & \cdot d_{05} \cdot d_{15} \cdot d_{25} \cdot d_{35} \cdot d_{45}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \bullet a_5^{(5)} = \\
 & +y_0 \cdot \\
 & \quad d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \cdot d_{05} \\
 & -y_1 \cdot
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \cdot d_{15} \\ +y_2 \cdot & d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24} \cdot d_{25} \\ -y_3 \cdot & d_{13} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34} \cdot d_{35} \\ +y_4 \cdot & d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34} \cdot d_{45} \\ -y_5 \cdot & d_{05} \cdot d_{15} \cdot d_{25} \cdot d_{35} \cdot d_{45} \end{aligned}$$

2.4 Biquadratische Interpolation

Mit

$$d_{mn} = \frac{1}{x_m - x_n}$$

und dem kgV

$$\begin{aligned} & d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \\ & \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \\ & \cdot d_{23} \cdot d_{24} \\ & \cdot d_{34} \end{aligned}$$

ergibt sich das biquadratische Interpolationspolynom

$$y = a_0 \cdot x^0 + a_1 \cdot x^1 + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 + a_4 \cdot x^4$$

mit den Koeffizienten:

$$\begin{aligned} & \bullet a_0^{(4)} = \\ & +y_0 \cdot \\ & \quad x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \\ & -y_1 \cdot \\ & \quad x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \\ & +y_2 \cdot \\ & \quad x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24} \\ & -y_3 \cdot \\ & \quad x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34} \\ & +y_4 \cdot \\ & \quad x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \bullet a_1^{(4)} = \\ & -y_0 \cdot \\ & (\\ & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4) \\ & \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \\ & \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \\ &) \\ & \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \\ & +y_1 \cdot \\ & (\\ & \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot (x_3 + x_4) \\ & \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 \\ & \quad +x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \\ &) \\ & \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \\ & -y_2 \cdot \\ & (\\ & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot (x_3 + x_4) \\ & \quad +x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 \\ & \quad +x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \\ &) \\ & \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24} \\ & +y_3 \cdot \\ & (\\ & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot (x_2 + x_4) \\ & \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_4 \\ & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \\ &) \\ & \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -y_4 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot x_1 \cdot (x_2 + x_3) \\
 & \quad +x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \\
 & \quad +x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \\
 &) \\
 & \cdot d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \bullet a_2^{(4)} = \\
 & +y_0 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_1 \cdot (x_2 + x_3 + x_4) \\
 & \quad +x_2 \cdot (x_3 + x_4) \\
 & \quad +x_3 \cdot x_4 \\
 &) \\
 & \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -y_1 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot (x_2 + x_3 + x_4) \\
 & \quad +x_2 \cdot (x_3 + x_4) \\
 & \quad +x_3 \cdot x_4 \\
 &) \\
 & \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +y_2 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot (x_1 + x_3 + x_4) \\
 & \quad +x_1 \cdot (x_3 + x_4) \\
 & \quad +x_3 \cdot x_4 \\
 &) \\
 & \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -y_3 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot (x_1 + x_2 + x_4) \\
 & \quad +x_1 \cdot (x_2 + x_4) \\
 & \quad +x_2 \cdot x_4 \\
 &) \\
 & \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +y_4 \cdot \\
 & (\\
 & \quad +x_0 \cdot (x_1 + x_2 + x_3) \\
 & \quad +x_1 \cdot (x_2 + x_3) \\
 & \quad +x_2 \cdot x_3 \\
 &) \\
 & \cdot d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \bullet a_3^{(4)} = \\
 & -y_0 \cdot \\
 & (\\
 & \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \\
 &) \\
 & \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +y_1 \cdot \\
 & (\\
 & \quad x_0 + x_2 + x_3 + x_4 \\
 &) \\
 & \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14}
 \end{aligned}$$

$$-y_2 \cdot$$

$$\begin{aligned}
 & (\\
 & \quad x_0 + x_1 + x_3 + x_4 \\
 &) \\
 & \quad \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24} \\
 & + y_3 \cdot \\
 & (\\
 & \quad x_0 + x_1 + x_2 + x_4 \\
 &) \\
 & \quad \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34} \\
 & - y_4 \cdot \\
 & (\\
 & \quad x_0 + x_1 + x_2 + x_3 \\
 &) \\
 & \quad \cdot d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \bullet a_4^{(4)} = \\
 & + y_0 \cdot \\
 & \quad d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \cdot d_{04} \\
 & - y_1 \cdot \\
 & \quad d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{14} \\
 & + y_2 \cdot \\
 & \quad d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{24} \\
 & - y_3 \cdot \\
 & \quad d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \cdot d_{34} \\
 & + y_4 \cdot \\
 & \quad d_{04} \cdot d_{14} \cdot d_{24} \cdot d_{34}
 \end{aligned}$$

2.5 Kubische Interpolation

Mit

$$d_{mn} = \frac{1}{x_m - x_n}$$

und dem kgV

$$\begin{aligned} & d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \\ & \quad \cdot d_{12} \cdot d_{13} \\ & \quad \quad \cdot d_{23} \end{aligned}$$

ergibt sich das kubische Interpolationspolynom

$$y = a_0 \cdot x^0 + a_1 \cdot x^1 + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3$$

mit den Koeffizienten:

$$\begin{aligned} \bullet a_0^{(3)} &= \\ & -y_0 \cdot \\ & \quad x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \\ & +y_1 \cdot \\ & \quad x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \\ & -y_2 \cdot \\ & \quad x_0 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \\ & +y_3 \cdot \\ & \quad x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet a_1^{(3)} &= \\ & +y_0 \cdot \\ & (\\ & \quad +x_1 \cdot (x_2 + x_3) \\ & \quad +x_2 \cdot x_3 \\ &) \\ & \quad \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \\ & -y_1 \cdot \\ & (\\ & \quad +x_0 \cdot (x_2 + x_3) \\ & \quad +x_2 \cdot x_3 \\ &) \\ & \quad \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \\ & +y_2 \cdot \\ & (\\ & \quad +x_0 \cdot (x_1 + x_3) \\ & \quad +x_1 \cdot x_3 \\ &) \\ & \quad \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \\ & -y_3 \cdot \\ & (\\ & \quad +x_0 \cdot (x_1 + x_2) \\ & \quad +x_1 \cdot x_2 \\ &) \\ & \quad \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet a_2^{(3)} &= \\ & -y_0 \cdot \\ & (\\ & \quad x_1 + x_2 + x_3 \\ &) \\ & \quad \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+y_1 \cdot \\ & \left(\begin{array}{c} x_0 + x_2 + x_3 \\ \end{array} \right) \\ & \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \\ &-y_2 \cdot \\ & \left(\begin{array}{c} x_0 + x_1 + x_3 \\ \end{array} \right) \\ & \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \\ &+y_3 \cdot \\ & \left(\begin{array}{c} x_0 + x_1 + x_2 \\ \end{array} \right) \\ & \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet a_3^{(3)} = & \\ &+y_0 \cdot d_{01} \cdot d_{02} \cdot d_{03} \\ &-y_1 \cdot d_{01} \cdot d_{12} \cdot d_{13} \\ &+y_2 \cdot d_{02} \cdot d_{12} \cdot d_{23} \\ &-y_3 \cdot d_{03} \cdot d_{13} \cdot d_{23} \end{aligned}$$

2.6 Quadratische Interpolation

Mit

$$d_{mn} = \frac{1}{x_m - x_n}$$

und dem kgV

$$d_{01} \cdot d_{02} \\ \cdot d_{12}$$

ergibt sich das quadratische Interpolationspolynom

$$y = a_0 \cdot x^0 + a_1 \cdot x^1 + a_2 \cdot x^2$$

mit den Koeffizienten:

$$\begin{aligned} \bullet a_0^{(2)} = & \\ +y_0 \cdot & \\ & x_1 \cdot x_2 \cdot d_{01} \cdot d_{02} \\ -y_1 \cdot & \\ & x_0 \cdot x_2 \cdot d_{01} \cdot d_{12} \\ +y_2 \cdot & \\ & x_0 \cdot x_1 \cdot d_{02} \cdot d_{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet a_1^{(2)} = & \\ -y_0 \cdot & \\ (& \\ & x_1 + x_2 \\) & \\ & \cdot d_{01} \cdot d_{02} \\ +y_1 \cdot & \\ (& \\ & x_0 + x_2 \\) & \\ & \cdot d_{01} \cdot d_{12} \\ -y_2 \cdot & \\ (& \\ & x_0 + x_1 \\) & \\ & \cdot d_{02} \cdot d_{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet a_2^{(2)} = & \\ +y_0 \cdot & \\ & d_{01} \cdot d_{02} \\ -y_1 \cdot & \\ & d_{01} \cdot d_{12} \\ +y_2 \cdot & \\ & d_{02} \cdot d_{12} \end{aligned}$$

2.7 Lineare Interpolation

Mit

$$d_{mn} = \frac{1}{x_m - x_n}$$

und dem kgV

$$d_{01}$$

ergibt sich das lineare Interpolationspolynom

$$y = a_0 \cdot x^0 + a_1 \cdot x^1$$

mit den Koeffizienten:

$$\begin{aligned} \bullet a_0^{(1)} &= \\ -y_0 \cdot & \\ & x_1 \cdot d_{01} \\ +y_1 \cdot & \\ & x_0 \cdot d_{01} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet a_1^{(1)} &= \\ +y_0 \cdot & \\ & d_{01} \\ -y_1 \cdot & \\ & d_{01} \end{aligned}$$

L^AT_EX 2_ε