(Polynom)Interpolation nach Newton

Dipl.- Ing. Björnstjerne Zindler, M.Sc.

www.Zenithpoint.de

Erstellt: 27. September 2013 – Letzte Revision: 21. Januar 2021

Inhaltsverzeichnis

Literatur

[001] Keine für vorliegenden Text.

1 Allgemeindarstellungen

1.1 Polynominterpolation n- ten Grades

Es soll eine Polynominterpolation nach Newton mit Datenpunkten $P_n\left(\lambda_n; X_n\right)$ durchgeführt werden. Wobei λ_n eine Wellenlänge darstellt und X_n die Ortskoordinate. [001]ff.

Damit ergibt sich eine untere Dreiecksmatrix der Form:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & a_{11} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & a_{n4} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Die Lösung des Matrixsystems $Ac = X$ stellt die Lösung der Koeffizienten der Polynominterpolation dar.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & a_{11} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & a_{n4} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix}$$

Das Polynom ist nun definiert durch:

$$P\left(\lambda\right) = c_0 + c_1\left(\lambda - \lambda_0\right) + \ldots + c_n \cdot \prod_{i=0}^{n-1}\left(\lambda - \lambda_i\right)$$

$\Rightarrow$

$$P\left(\lambda\right) = \sum_{j=0}^{n}\left[c_j \cdot \prod_{i=0}^{j-1}\left(\lambda - \lambda_i\right)\right]$$

Wobei:

$$a_{(x)(y)} = a_{(1\cdots n)(1\cdots n)} = \prod_{i=0}^{y-1}\left(\lambda_x - \lambda_i\right)$$

1.2 Septische Interpolation

[001]ff. Es soll eine Polynominterpolation nach Newton mit 8 Datenpunkten $P_n(\lambda_n; X_n)$ durchgeführt werden. Wobei λ_n eine Wellenlänge darstellt und X_n die Ortskoordinate.

Damit ergibt sich eine untere Dreiecksmatrix der Form:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & 0 & 0 \\ 1 & a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} & 0 \\ 1 & a_{71} & a_{72} & a_{73} & a_{74} & a_{75} & a_{76} & a_{77} \end{pmatrix}$$

Die Lösung des Matrixsystems $Ac = X$ stellt die Lösung der Koeffizienten der Polynominterpolation dar.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & 0 & 0 \\ 1 & a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} & 0 \\ 1 & a_{71} & a_{72} & a_{73} & a_{74} & a_{75} & a_{76} & a_{77} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \\ c_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{pmatrix} c_0 \\ c_0 + a_{11}c_1 \\ c_0 + a_{21}c_1 + a_{22}c_2 \\ c_0 + a_{31}c_1 + a_{32}c_2 + a_{33}c_3 \\ c_0 + a_{41} + a_{42}c_2 + a_{43}c_3 + a_{44}c_4 \\ c_0 + a_{51}c_1 + a_{52}c_2 + a_{53}c_3 + a_{54}c_4 + a_{55}c_5 \\ c_0 + a_{61}c_1 + a_{62}c_2 + a_{63}c_3 + a_{64}c_4 + a_{65}c_5 + a_{66}c_6 \\ c_0 + a_{71}c_1 + a_{72}c_2 + a_{73}c_3 + a_{74}c_4 + a_{75}c_5 + a_{76}c_6 + a_{77}c_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$

$$c_0 = X_0$$
$$c_1 = \frac{X_1 - c_0}{a_{11}}$$
$$c_2 = \frac{X_2 - c_0 - a_{21}c_1}{a_{22}}$$
$$c_3 = \frac{X_3 - c_0 - a_{31}c_1 - a_{32}c_2}{a_{33}}$$
$$c_4 = \frac{X_4 - c_0 - a_{41} - a_{42}c_2 - a_{43}c_3}{a_{44}}$$
$$c_5 = \frac{X_5 - c_0 - a_{51}c_1 - a_{52}c_2 - a_{53}c_3 - a_{54}c_4}{a_{55}}$$
$$c_6 = \frac{X_6 - c_0 - a_{61}c_1 - a_{62}c_2 - a_{63}c_3 - a_{64}c_4 - a_{65}c_5}{a_{66}}$$
$$c_7 = \frac{X_7 - c_0 - a_{71}c_1 - a_{72}c_2 - a_{73}c_3 - a_{74}c_4 - a_{75}c_5 - a_{76}c_6}{a_{77}}$$

Das Polynom ist nun definiert durch:

$$P(\lambda) = \begin{array}{c} c_0 + c_1(\lambda-\lambda_0) \\ +c_2(\lambda-\lambda_0)(\lambda-\lambda_1) \\ +c_3(\lambda-\lambda_0)(\lambda-\lambda_1)(\lambda-\lambda_2) \\ +c_4(\lambda-\lambda_0)(\lambda-\lambda_1)(\lambda-\lambda_2)(\lambda-\lambda_3) \\ +c_5(\lambda-\lambda_0)(\lambda-\lambda_1)(\lambda-\lambda_2)(\lambda-\lambda_3)(\lambda-\lambda_4) \\ +c_6(\lambda-\lambda_0)(\lambda-\lambda_1)(\lambda-\lambda_2)(\lambda-\lambda_3)(\lambda-\lambda_4)(\lambda-\lambda_5) \\ +c_7(\lambda-\lambda_0)(\lambda-\lambda_1)(\lambda-\lambda_2)(\lambda-\lambda_3)(\lambda-\lambda_4)(\lambda-\lambda_5)(\lambda-\lambda_6) \end{array}$$

Wobei:

$$a_{11} = \lambda_1 - \lambda_0$$
$$a_{21} = \lambda_2 - \lambda_0$$
$$a_{31} = \lambda_3 - \lambda_0$$
$$a_{41} = \lambda_4 - \lambda_0$$
$$a_{51} = \lambda_5 - \lambda_0$$
$$a_{61} = \lambda_6 - \lambda_0$$
$$a_{71} = \lambda_7 - \lambda_0$$
$$a_{22} = (\lambda_2-\lambda_0)(\lambda_2-\lambda_1)$$
$$a_{32} = (\lambda_3-\lambda_0)(\lambda_3-\lambda_1)$$
$$a_{42} = (\lambda_4-\lambda_0)(\lambda_4-\lambda_1)$$
$$a_{52} = (\lambda_5-\lambda_0)(\lambda_5-\lambda_1)$$
$$a_{62} = (\lambda_6-\lambda_0)(\lambda_6-\lambda_1)$$
$$a_{72} = (\lambda_7-\lambda_0)(\lambda_7-\lambda_1)$$
$$a_{33} = (\lambda_3-\lambda_0)(\lambda_3-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_2)$$
$$a_{43} = (\lambda_4-\lambda_0)(\lambda_4-\lambda_1)(\lambda_4-\lambda_2)$$
$$a_{53} = (\lambda_5-\lambda_0)(\lambda_5-\lambda_1)(\lambda_5-\lambda_2)$$
$$a_{63} = (\lambda_6-\lambda_0)(\lambda_6-\lambda_1)(\lambda_6-\lambda_2)$$
$$a_{73} = (\lambda_7-\lambda_0)(\lambda_7-\lambda_1)(\lambda_7-\lambda_2)$$
$$a_{44} = (\lambda_4-\lambda_0)(\lambda_4-\lambda_1)(\lambda_4-\lambda_2)(\lambda_4-\lambda_3)$$
$$a_{54} = (\lambda_5-\lambda_0)(\lambda_5-\lambda_1)(\lambda_5-\lambda_5)(\lambda_5-\lambda_3)$$
$$a_{64} = (\lambda_6-\lambda_0)(\lambda_6-\lambda_1)(\lambda_6-\lambda_5)(\lambda_6-\lambda_3)$$
$$a_{74} = (\lambda_7-\lambda_0)(\lambda_7-\lambda_1)(\lambda_7-\lambda_5)(\lambda_7-\lambda_3)$$
$$a_{55} = (\lambda_5-\lambda_0)(\lambda_5-\lambda_1)(\lambda_5-\lambda_5)(\lambda_5-\lambda_3)(\lambda_5-\lambda_4)$$
$$a_{65} = (\lambda_6-\lambda_0)(\lambda_6-\lambda_1)(\lambda_6-\lambda_5)(\lambda_6-\lambda_3)(\lambda_6-\lambda_4)$$
$$a_{75} = (\lambda_7-\lambda_0)(\lambda_7-\lambda_1)(\lambda_7-\lambda_5)(\lambda_7-\lambda_3)(\lambda_7-\lambda_4)$$
$$a_{66} = (\lambda_6-\lambda_0)(\lambda_6-\lambda_1)(\lambda_6-\lambda_5)(\lambda_6-\lambda_3)(\lambda_6-\lambda_4)(\lambda_6-\lambda_5)$$
$$a_{76} = (\lambda_7-\lambda_0)(\lambda_7-\lambda_1)(\lambda_7-\lambda_5)(\lambda_7-\lambda_3)(\lambda_7-\lambda_4)(\lambda_7-\lambda_5)$$
$$a_{76} = (\lambda_7-\lambda_0)(\lambda_7-\lambda_1)(\lambda_7-\lambda_5)(\lambda_7-\lambda_3)(\lambda_7-\lambda_4)(\lambda_7-\lambda_5)(\lambda_7-\lambda_6)$$

1.3 Sextische (Triquadratische) Interpolation

[001]ff. Es soll eine Polynominterpolation nach Newton mit 7 Datenpunkten $P_n\left(\lambda_n; X_n\right)$ durchgeführt werden. Wobei λ_n eine Wellenlänge darstellt und X_n die Ortskoordinate.

Damit ergibt sich eine untere Dreiecksmatrix der Form:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & 0 & 0 \\ 1 & a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & 0 \\ 1 & a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{pmatrix}$$

Die Lösung des Matrixsystems $Ac = X$ stellt die Lösung der Koeffizienten der Polynominterpolation dar.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & 0 & 0 \\ 1 & a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & 0 \\ 1 & a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{pmatrix} c_0 \\ c_0 + a_{11}c_1 \\ c_0 + a_{21}c_1 + a_{22}c_2 \\ c_0 + a_{31}c_1 + a_{32}c_2 + a_{33}c_3 \\ c_0 + a_{41} + a_{42}c_2 + a_{43}c_3 + a_{44}c_4 \\ c_0 + a_{51}c_1 + a_{52}c_2 + a_{53}c_3 + a_{54}c_4 + a_{55}c_5 \\ c_0 + a_{61}c_1 + a_{62}c_2 + a_{63}c_3 + a_{64}c_4 + a_{65}c_5 + a_{66}c_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$

$$c_0 = X_0$$
$$c_1 = \frac{X_1 - c_0}{a_{11}}$$
$$c_2 = \frac{X_2 - c_0 - a_{21}c_1}{a_{22}}$$
$$c_3 = \frac{X_3 - c_0 - a_{31}c_1 - a_{32}c_2}{a_{33}}$$
$$c_4 = \frac{X_4 - c_0 - a_{41} - a_{42}c_2 - a_{43}c_3}{a_{44}}$$
$$c_5 = \frac{X_5 - c_0 - a_{51}c_1 - a_{52}c_2 - a_{53}c_3 - a_{54}c_4}{a_{55}}$$
$$c_6 = \frac{X_6 - c_0 - a_{61}c_1 - a_{62}c_2 - a_{63}c_3 - a_{64}c_4 - a_{65}c_5}{a_{66}}$$

Das Polynom ist nun definiert durch:

$$P(\lambda) = \begin{array}{c} c_0 + c_1 (\lambda - \lambda_0) \\ +c_2 (\lambda - \lambda_0)(\lambda - \lambda_1) \\ +c_3 (\lambda - \lambda_0)(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \\ +c_4 (\lambda - \lambda_0)(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)(\lambda - \lambda_3) \\ +c_5 (\lambda - \lambda_0)(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)(\lambda - \lambda_3)(\lambda - \lambda_4) \\ +c_6 (\lambda - \lambda_0)(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)(\lambda - \lambda_3)(\lambda - \lambda_4)(\lambda - \lambda_5) \end{array}$$

Wobei:

$$a_{11} = \lambda_1 - \lambda_0$$
$$a_{21} = \lambda_2 - \lambda_0$$
$$a_{31} = \lambda_3 - \lambda_0$$
$$a_{41} = \lambda_4 - \lambda_0$$
$$a_{51} = \lambda_5 - \lambda_0$$
$$a_{61} = \lambda_6 - \lambda_0$$
$$a_{22} = (\lambda_2 - \lambda_0)(\lambda_2 - \lambda_1)$$
$$a_{32} = (\lambda_3 - \lambda_0)(\lambda_3 - \lambda_1)$$
$$a_{42} = (\lambda_4 - \lambda_0)(\lambda_4 - \lambda_1)$$
$$a_{52} = (\lambda_5 - \lambda_0)(\lambda_5 - \lambda_1)$$
$$a_{62} = (\lambda_6 - \lambda_0)(\lambda_6 - \lambda_1)$$
$$a_{33} = (\lambda_3 - \lambda_0)(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)$$
$$a_{43} = (\lambda_4 - \lambda_0)(\lambda_4 - \lambda_1)(\lambda_4 - \lambda_2)$$
$$a_{53} = (\lambda_5 - \lambda_0)(\lambda_5 - \lambda_1)(\lambda_5 - \lambda_2)$$
$$a_{63} = (\lambda_6 - \lambda_0)(\lambda_6 - \lambda_1)(\lambda_6 - \lambda_2)$$
$$a_{44} = (\lambda_4 - \lambda_0)(\lambda_4 - \lambda_1)(\lambda_4 - \lambda_2)(\lambda_4 - \lambda_3)$$
$$a_{54} = (\lambda_5 - \lambda_0)(\lambda_5 - \lambda_1)(\lambda_5 - \lambda_5)(\lambda_5 - \lambda_3)$$
$$a_{64} = (\lambda_6 - \lambda_0)(\lambda_6 - \lambda_1)(\lambda_6 - \lambda_5)(\lambda_6 - \lambda_3)$$
$$a_{55} = (\lambda_5 - \lambda_0)(\lambda_5 - \lambda_1)(\lambda_5 - \lambda_5)(\lambda_5 - \lambda_3)(\lambda_5 - \lambda_4)$$
$$a_{65} = (\lambda_6 - \lambda_0)(\lambda_6 - \lambda_1)(\lambda_6 - \lambda_5)(\lambda_6 - \lambda_3)(\lambda_6 - \lambda_4)$$
$$a_{66} = (\lambda_6 - \lambda_0)(\lambda_6 - \lambda_1)(\lambda_6 - \lambda_5)(\lambda_6 - \lambda_3)(\lambda_6 - \lambda_4)(\lambda_6 - \lambda_5)$$

1.4 Quintische Interpolation

[001]ff. Es soll eine Polynominterpolation nach Newton mit 6 Datenpunkten $P_n(\lambda_n; X_n)$ durchgeführt werden. Wobei λ_n eine Wellenlänge darstellt und X_n die Ortskoordinate.

Damit ergibt sich eine untere Dreiecksmatrix der Form:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 \\ 1 & a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & 0 \\ 1 & a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{pmatrix}$$

Die Lösung des Matrixsystems $Ac = X$ stellt die Lösung der Koeffizienten der Polynominterpolation dar.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 \\ 1 & a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & 0 \\ 1 & a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{pmatrix} c_0 \\ c_0 + a_{11}c_1 \\ c_0 + a_{21}c_1 + a_{22}c_2 \\ c_0 + a_{31}c_1 + a_{32}c_2 + a_{33}c_3 \\ c_0 + a_{41} + a_{42}c_2 + a_{43}c_3 + a_{44}c_4 \\ c_0 + a_{51}c_1 + a_{52}c_2 + a_{53}c_3 + a_{54}c_4 + a_{55}c_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{aligned} c_0 &= X_0 \\ c_1 &= \frac{X_1 - c_0}{a_{11}} \\ c_2 &= \frac{X_2 - c_0 - a_{21}c_1}{a_{22}} \\ c_3 &= \frac{X_3 - c_0 - a_{31}c_1 - a_{32}c_2}{a_{33}} \\ c_4 &= \frac{X_4 - c_0 - a_{41} - a_{42}c_2 - a_{43}c_3}{a_{44}} \\ c_5 &= \frac{X_5 - c_0 - a_{51}c_1 - a_{52}c_2 - a_{53}c_3 - a_{54}c_4}{a_{55}} \end{aligned}$$

Das Polynom ist nun definiert durch:

$$P(\lambda) = \begin{array}{c} c_0 + c_1(\lambda - \lambda_0) \\ +c_2(\lambda - \lambda_0)(\lambda - \lambda_1) \\ +c_3(\lambda - \lambda_0)(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \\ +c_4(\lambda - \lambda_0)(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)(\lambda - \lambda_3) \\ +c_5(\lambda - \lambda_0)(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)(\lambda - \lambda_3)(\lambda - \lambda_4) \end{array}$$

Wobei:

$$a_{11} = \lambda_1 - \lambda_0$$
$$a_{21} = \lambda_2 - \lambda_0$$
$$a_{31} = \lambda_3 - \lambda_0$$
$$a_{41} = \lambda_4 - \lambda_0$$
$$a_{51} = \lambda_5 - \lambda_0$$
$$a_{22} = (\lambda_2 - \lambda_0)(\lambda_2 - \lambda_1)$$
$$a_{32} = (\lambda_3 - \lambda_0)(\lambda_3 - \lambda_1)$$
$$a_{42} = (\lambda_4 - \lambda_0)(\lambda_4 - \lambda_1)$$
$$a_{52} = (\lambda_5 - \lambda_0)(\lambda_5 - \lambda_1)$$
$$a_{33} = (\lambda_3 - \lambda_0)(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)$$
$$a_{43} = (\lambda_4 - \lambda_0)(\lambda_4 - \lambda_1)(\lambda_4 - \lambda_2)$$
$$a_{53} = (\lambda_5 - \lambda_0)(\lambda_5 - \lambda_1)(\lambda_5 - \lambda_2)$$
$$a_{44} = (\lambda_4 - \lambda_0)(\lambda_4 - \lambda_1)(\lambda_4 - \lambda_2)(\lambda_4 - \lambda_3)$$
$$a_{54} = (\lambda_5 - \lambda_0)(\lambda_5 - \lambda_1)(\lambda_5 - \lambda_5)(\lambda_5 - \lambda_3)$$
$$a_{55} = (\lambda_5 - \lambda_0)(\lambda_5 - \lambda_1)(\lambda_5 - \lambda_5)(\lambda_5 - \lambda_3)(\lambda_5 - \lambda_4)$$

1.5 Biquadratische Interpolation

[001]ff. Es soll eine Polynominterpolation nach Newton mit 5 Datenpunkten $P_n(\lambda_n; X_n)$ durchgeführt werden. Wobei λ_n eine Wellenlänge darstellt und X_n die Ortskoordinate.

Damit ergibt sich eine untere Dreiecksmatrix der Form:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ 1 & a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 \\ 1 & a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

Die Lösung des Matrixsystems $Ac = X$ stellt die Lösung der Koeffizienten der Polynominterpolation dar.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ 1 & a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 \\ 1 & a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{pmatrix} c_0 \\ c_0 + a_{11}c_1 \\ c_0 + a_{21}c_1 + a_{22}c_2 \\ c_0 + a_{31}c_1 + a_{32}c_2 + a_{33}c_3 \\ c_0 + a_{41}c_1 + a_{42}c_2 + a_{43}c_3 + a_{44}c_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{aligned} c_0 &= X_0 \\ c_1 &= \frac{X_1 - c_0}{a_{11}} \\ c_2 &= \frac{X_2 - c_0 - a_{21}c_1}{a_{22}} \\ c_3 &= \frac{X_3 - c_0 - a_{31}c_1 - a_{32}c_2}{a_{33}} \\ c_4 &= \frac{X_4 - c_0 - a_{41}c_1 - a_{42}c_2 - a_{43}c_3}{a_{44}} \end{aligned}$$

Das Polynom ist nun definiert durch:

$$P(\lambda) = \begin{array}{c} c_0 + c_1(\lambda - \lambda_0) \\ +c_2(\lambda - \lambda_0)(\lambda - \lambda_1) \\ +c_3(\lambda - \lambda_0)(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \\ +c_4(\lambda - \lambda_0)(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)(\lambda - \lambda_3) \end{array}$$

Wobei:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \lambda_1 - \lambda_0 \\ a_{21} &= \lambda_2 - \lambda_0 \\ a_{31} &= \lambda_3 - \lambda_0 \\ a_{41} &= \lambda_4 - \lambda_0 \\ a_{22} &= (\lambda_2 - \lambda_0)(\lambda_2 - \lambda_1) \\ a_{32} &= (\lambda_3 - \lambda_0)(\lambda_3 - \lambda_1) \\ a_{42} &= (\lambda_4 - \lambda_0)(\lambda_4 - \lambda_1) \\ a_{33} &= (\lambda_3 - \lambda_0)(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2) \\ a_{43} &= (\lambda_4 - \lambda_0)(\lambda_4 - \lambda_1)(\lambda_4 - \lambda_2) \\ a_{44} &= (\lambda_4 - \lambda_0)(\lambda_4 - \lambda_1)(\lambda_4 - \lambda_2)(\lambda_4 - \lambda_3) \end{aligned}$$

1.6 Kubikinterpolation

Es soll eine Polynominterpolation nach Newton mit 4 Datenpunkten $P_n(\lambda_n; X_n)$ durchgeführt werden. Wobei λ_n eine Wellenlänge darstellt und X_n die Ortskoordinate. [001]ff.

Damit ergibt sich eine untere Dreiecksmatrix der Form:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{11} & 0 & 0 \\ 1 & a_{21} & a_{22} & 0 \\ 1 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Die Lösung des Matrixsystems $Ac = X$ stellt die Lösung der Koeffizienten der Polynominterpolation dar.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{11} & 0 & 0 \\ 1 & a_{21} & a_{22} & 0 \\ 1 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{pmatrix} c_0 \\ c_0 + a_{11}c_1 \\ c_0 + a_{21}c_1 + a_{22}c_2 \\ c_0 + a_{31}c_1 + a_{32}c_2 + a_{33}c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$

$$c_0 = X_0$$
$$c_1 = \frac{X_1 - c_0}{a_{11}}$$
$$c_2 = \frac{X_2 - c_0 - a_{21}c_1}{a_{22}}$$
$$c_3 = \frac{X_3 - c_0 - a_{31}c_1 - a_{32}c_2}{a_{33}}$$

Das Polynom ist nun definiert durch:

$$P(\lambda) = \begin{array}{c} c_0 + c_1(\lambda - \lambda_0) \\ +c_2(\lambda - \lambda_0)(\lambda - \lambda_1) \\ +c_3(\lambda - \lambda_0)(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \end{array}$$

Wobei:

$$a_{11} = \lambda_1 - \lambda_0$$
$$a_{21} = \lambda_2 - \lambda_0$$
$$a_{31} = \lambda_3 - \lambda_0$$
$$a_{22} = (\lambda_2 - \lambda_0)(\lambda_2 - \lambda_1)$$
$$a_{32} = (\lambda_3 - \lambda_0)(\lambda_3 - \lambda_1)$$
$$a_{33} = (\lambda_3 - \lambda_0)(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)$$

1.7 Quadratinterpolation

[001]ff. Es soll eine Polynominterpolation nach Newton mit 3 Datenpunkten $P_n(\lambda_n; X_n)$ durchgeführt werden. Wobei λ_n eine Wellenlänge darstellt und X_n die Ortskoordinate.

Damit ergibt sich eine untere Dreiecksmatrix der Form:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & a_{11} & 0 \\ 1 & a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

Die Lösung des Matrixsystems $Ac = X$ stellt die Lösung der Koeffizienten der Polynominterpolation dar.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & a_{11} & 0 \\ 1 & a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{pmatrix} c_0 \\ c_0 + a_{11}c_1 \\ c_0 + a_{21}c_1 + a_{22}c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{aligned} c_0 &= X_0 \\ c_1 &= \frac{X_1 - c_0}{a_{11}} \\ c_2 &= \frac{X_2 - c_0 - a_{21}c_1}{a_{22}} \end{aligned}$$

Das Polynom ist nun definiert durch:

$$P(\lambda) = \begin{aligned} &c_0 + c_1(\lambda - \lambda_0) \\ &+c_2(\lambda - \lambda_0)(\lambda - \lambda_1) \end{aligned}$$

Wobei:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \lambda_1 - \lambda_0 \\ a_{21} &= \lambda_2 - \lambda_0 \\ a_{22} &= (\lambda_2 - \lambda_0)(\lambda_2 - \lambda_1) \end{aligned}$$

1.8 Linearinterpolation

Es soll eine Polynominterpolation nach Newton mit 2 Datenpunkten $P_n(\lambda_n; X_n)$ durchgeführt werden. Wobei λ_n eine Wellenlänge darstellt und X_n die Ortskoordinate. [001]ff.

Damit ergibt sich eine untere Dreiecksmatrix der Form:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & a_{11} \end{pmatrix}$$

Die Lösung des Matrixsystems $Ac = X$ stellt die Lösung der Koeffizienten der Polynominterpolation dar.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & a_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{pmatrix} c_0 \\ c_0 + a_{11}c_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$

$$c_0 = X_0$$
$$c_1 = \frac{X_1 - c_0}{a_{11}}$$

Das Polynom ist nun definiert durch:

$$P(\lambda) = c_0 + c_1(\lambda - \lambda_0)$$

Wobei:

$$a_{11} = \lambda_1 - \lambda_0$$

2 Koeffizientendarstellungen

In einigen Anwendungsfällen ist es interessant die Koeffizienten explizit zu kennen. Über das Polynom $P(\lambda)$ nach Newton ist das zwar möglich, jedoch symbolisch unpraktisch beschrieben.

[001]ff.

2.1 Septische Interpolation

$P(\lambda) = a_7 \cdot \lambda^7 + a_6 \cdot \lambda^6 + a_5 \cdot \lambda^5 + a_4 \cdot \lambda^4 + a_3 \cdot \lambda^3 + a_2 \cdot \lambda^2 + a_1 \cdot \lambda + a_0$

$$\mathbf{a_7^{(7)}} = +c_7$$

$$\mathbf{a_6^{(7)}} = \begin{cases} -c_7 \cdot (\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6) \\ +c_6 \end{cases}$$

$$\mathbf{a_5^{(7)}} = \begin{cases} +c_7 \cdot \lambda_0 \cdot (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6) \\ +c_7 \cdot \lambda_1 \cdot (\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6) \\ +c_7 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6) \\ +c_7 \cdot \lambda_3 \cdot (\lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6) \\ +c_7 \cdot \lambda_4 \cdot (\lambda_5 + \lambda_6) \\ +c_7 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\ -c_6 \cdot (\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) \\ +c_5 \end{cases}$$

$$\mathbf{a_4^{(7)}} = \begin{cases} -c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot (\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6) \\ -c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6) \\ -c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_3 \cdot (\lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6) \\ -c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_4 \cdot (\lambda_5 + \lambda_6) \\ -c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\ -c_7 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6) \\ -c_7 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot (\lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6) \\ -c_7 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_4 \cdot (\lambda_5 + \lambda_6) \\ -c_7 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\ -c_7 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot (\lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6) \\ -c_7 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_4 \cdot (\lambda_5 + \lambda_6) \\ -c_7 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\ -c_7 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot (\lambda_5 + \lambda_6) \\ -c_7 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\ -c_7 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\ +c_6 \cdot \lambda_0 \cdot (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) \\ +c_6 \cdot \lambda_1 \cdot (\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) \\ +c_6 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) \\ +c_6 \cdot \lambda_3 \cdot (\lambda_4 + \lambda_5) \\ +c_6 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\ -c_5 \cdot (\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4) \\ +c_4 \end{cases}$$

$$
\mathbf{a_3^{(7)}} = \begin{cases}
+c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6) \\
+c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot (\lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6) \\
+c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_4 \cdot (\lambda_5 + \lambda_6) \\
+c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\
+c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot (\lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6) \\
+c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_4 \cdot (\lambda_5 + \lambda_6) \\
+c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\
+c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot (\lambda_5 + \lambda_6) \\
+c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\
+c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\
+c_7 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot (\lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6) \\
+c_7 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_4 \cdot (\lambda_5 + \lambda_6) \\
+c_7 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\
+c_7 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot (\lambda_5 + \lambda_6) \\
+c_7 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\
+c_7 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\
+c_7 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot (\lambda_5 + \lambda_6) \\
+c_7 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\
+c_7 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\
+c_7 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\
-c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot (\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) \\
-c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) \\
-c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_3 \cdot (\lambda_4 + \lambda_5) \\
-c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\
-c_6 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) \\
-c_6 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot (\lambda_4 + \lambda_5) \\
-c_6 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\
-c_6 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot (\lambda_4 + \lambda_5) \\
-c_6 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\
-c_6 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\
+c_5 \cdot \lambda_0 \cdot (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4) \\
+c_5 \cdot \lambda_1 \cdot (\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4) \\
+c_5 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_3 + \lambda_4) \\
+c_5 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \\
-c_4 \cdot (\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \\
+c_3
\end{cases}
$$

$$
\mathbf{a_2^{(7)}} = \begin{cases}
-c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot (\lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6) \\
-c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_4 \cdot (\lambda_5 + \lambda_6) \\
-c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\
-c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot (\lambda_5 + \lambda_6) \\
-c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\
-c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\
-c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot (\lambda_5 + \lambda_6) \\
-c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\
-c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\
-c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\
-c_7 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot (\lambda_5 + \lambda_6) \\
-c_7 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\
-c_7 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\
-c_7 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\
-c_7 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\
+c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) \\
+c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot (\lambda_4 + \lambda_5) \\
+c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\
+c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot (\lambda_4 + \lambda_5) \\
+c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\
+c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\
+c_6 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot (\lambda_4 + \lambda_5) \\
+c_6 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\
+c_6 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\
+c_6 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\
-c_5 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot (\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4) \\
-c_5 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_3 + \lambda_4) \\
-c_5 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \\
-c_5 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_3 + \lambda_4) \\
-c_5 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \\
-c_5 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \\
+c_4 \cdot \lambda_0 \cdot (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \\
+c_4 \cdot \lambda_1 \cdot (\lambda_2 + \lambda_3) \\
+c_4 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \\
-c_3 \cdot (\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2) \\
+c_2
\end{cases}
$$

$$\mathbf{a_1^{(7)}} = \begin{cases} +c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot (\lambda_5 + \lambda_6) \\ +c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\ +c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\ +c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\ +c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\ +c_7 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\ -c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot (\lambda_4 + \lambda_5) \\ -c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\ -c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\ -c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\ -c_6 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\ +c_5 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_3 + \lambda_4) \\ +c_5 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \\ +c_5 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \\ +c_5 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \\ -c_4 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot (\lambda_2 + \lambda_3) \\ -c_4 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \\ -c_4 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \\ +c_3 \cdot \lambda_0 \cdot (\lambda_1 + \lambda_2) \\ +c_3 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \\ -c_2 \cdot (\lambda_0 + \lambda_1) \\ +c_1 \end{cases}$$

$$\mathbf{a_0^{(7)}} = \begin{cases} -c_7 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6 \\ +c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\ -c_5 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \\ +c_4 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \\ -c_3 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \\ +c_2 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \\ -c_1 \cdot \lambda_0 \\ +c_0 \end{cases}$$

2.2 Sextische (Triquadratische) Interpolation

$P(\lambda) = a_6 \cdot \lambda^6 + a_5 \cdot \lambda^5 + a_4 \cdot \lambda^4 + a_3 \cdot \lambda^3 + a_2 \cdot \lambda^2 + a_1 \cdot \lambda + a_0$

$$\mathbf{a_6^{(6)}} = +c_6$$

$$\mathbf{a_5^{(6)}} = \begin{cases} -c_6 \cdot (\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) \\ +c_5 \end{cases}$$

$$\mathbf{a_4^{(6)}} = \begin{cases} +c_6 \cdot \lambda_0 \cdot (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) \\ +c_6 \cdot \lambda_1 \cdot (\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) \\ +c_6 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) \\ +c_6 \cdot \lambda_3 \cdot (\lambda_4 + \lambda_5) \\ +c_6 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\ -c_5 \cdot (\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4) \\ +c_4 \end{cases}$$

$$\mathbf{a_3^{(6)}} = \begin{cases} -c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot (\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) \\ -c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) \\ -c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_3 \cdot (\lambda_4 + \lambda_5) \\ -c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\ -c_6 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) \\ -c_6 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot (\lambda_4 + \lambda_5) \\ -c_6 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\ -c_6 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot (\lambda_4 + \lambda_5) \\ -c_6 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\ -c_6 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\ +c_5 \cdot \lambda_0 \cdot (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4) \\ +c_5 \cdot \lambda_1 \cdot (\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4) \\ +c_5 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_3 + \lambda_4) \\ +c_5 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \\ -c_4 \cdot (\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \\ +c_3 \end{cases}$$

$$\mathbf{a_2^{(6)}} = \begin{cases} +c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) \\ +c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot (\lambda_4 + \lambda_5) \\ +c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\ +c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot (\lambda_4 + \lambda_5) \\ +c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\ +c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\ +c_6 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot (\lambda_4 + \lambda_5) \\ +c_6 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\ +c_6 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\ +c_6 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\ -c_5 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot (\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4) \\ -c_5 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_3 + \lambda_4) \\ -c_5 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \\ -c_5 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_3 + \lambda_4) \\ -c_5 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \\ -c_5 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \\ +c_4 \cdot \lambda_0 \cdot (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \\ +c_4 \cdot \lambda_1 \cdot (\lambda_2 + \lambda_3) \\ +c_4 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \\ -c_3 \cdot (\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2) \\ +c_2 \end{cases}$$

$$\mathbf{a_1^{(6)}} = \begin{cases} -c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot (\lambda_4 + \lambda_5) \\ -c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\ -c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\ -c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\ -c_6 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\ +c_5 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_3 + \lambda_4) \\ +c_5 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \\ +c_5 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \\ +c_5 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \\ -c_4 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot (\lambda_2 + \lambda_3) \\ -c_4 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \\ -c_4 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \\ +c_3 \cdot \lambda_0 \cdot (\lambda_1 + \lambda_2) \\ +c_3 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \\ -c_2 \cdot (\lambda_0 + \lambda_1) \\ +c_1 \end{cases}$$

$$\mathbf{a_0^{(6)}} = \begin{cases} +c_6 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot \lambda_5 \\ -c_5 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \\ +c_4 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \\ -c_3 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \\ +c_2 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \\ -c_1 \cdot \lambda_0 \\ +c_0 \end{cases}$$

2.3 Quintische Interpolation

$P(\lambda) = a_5 \cdot \lambda^5 + a_4 \cdot \lambda^4 + a_3 \cdot \lambda^3 + a_2 \cdot \lambda^2 + a_1 \cdot \lambda + a_0$

$$\mathbf{a_5^{(5)}} = +c_5$$

$$\mathbf{a_4^{(5)}} = \begin{cases} -c_5 \cdot (\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4) \\ +c_4 \end{cases}$$

$$\mathbf{a_3^{(5)}} = \begin{cases} +c_5 \cdot \lambda_0 \cdot (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4) \\ +c_5 \cdot \lambda_1 \cdot (\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4) \\ +c_5 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_3 + \lambda_4) \\ +c_5 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \\ -c_4 \cdot (\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \\ +c_3 \end{cases}$$

$$\mathbf{a_2^{(5)}} = \begin{cases} -c_5 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot (\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4) \\ -c_5 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_3 + \lambda_4) \\ -c_5 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \\ -c_5 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_3 + \lambda_4) \\ -c_5 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \\ -c_5 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \\ +c_4 \cdot \lambda_0 \cdot (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \\ +c_4 \cdot \lambda_1 \cdot (\lambda_2 + \lambda_3) \\ +c_4 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \\ -c_3 \cdot (\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2) \\ +c_2 \end{cases}$$

$$\mathbf{a_1^{(5)}} = \begin{cases} +c_5 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_3 + \lambda_4) \\ +c_5 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \\ +c_5 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \\ +c_5 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \\ -c_4 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot (\lambda_2 + \lambda_3) \\ -c_4 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \\ -c_4 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \\ +c_3 \cdot \lambda_0 \cdot (\lambda_1 + \lambda_2) \\ +c_3 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \\ -c_2 \cdot (\lambda_0 + \lambda_1) \\ +c_1 \end{cases}$$

$$\mathbf{a_0^{(5)}} = \begin{cases} -c_5 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \\ +c_4 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \\ -c_3 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \\ +c_2 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \\ -c_1 \cdot \lambda_0 \\ +c_0 \end{cases}$$

2.4 Biquadratische Interpolation

$P(\lambda) = a_4 \cdot \lambda^4 + a_3 \cdot \lambda^3 + a_2 \cdot \lambda^2 + a_1 \cdot \lambda + a_0$

$$\mathbf{a_4^{(4)}} = +c_4$$

$$\mathbf{a_3^{(4)}} = \begin{cases} -c_4 \cdot (\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \\ +c_3 \end{cases}$$

$$\mathbf{a_2^{(4)}} = \begin{cases} +c_4 \cdot \lambda_0 \cdot (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \\ +c_4 \cdot \lambda_1 \cdot (\lambda_2 + \lambda_3) \\ +c_4 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \\ -c_3 \cdot (\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2) \\ +c_2 \end{cases}$$

$$\mathbf{a_1^{(4)}} = \begin{cases} -c_4 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot (\lambda_2 + \lambda_3) \\ -c_4 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \\ -c_4 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \\ +c_3 \cdot \lambda_0 \cdot (\lambda_1 + \lambda_2) \\ +c_3 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \\ -c_2 \cdot (\lambda_0 + \lambda_1) \\ +c_1 \end{cases}$$

$$\mathbf{a_0^{(4)}} = \begin{cases} +c_4 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \\ -c_3 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \\ +c_2 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \\ -c_1 \cdot \lambda_0 \\ +c_0 \end{cases}$$

2.5 Kubikinterpolation

$P(\lambda) = a_3 \cdot \lambda^3 + a_2 \cdot \lambda^2 + a_1 \cdot \lambda + a_0$

$$\mathbf{a_3^{(3)}} = +c_3$$

$$\mathbf{a_2^{(3)}} = \begin{cases} -c_3 \cdot (\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2) \\ +c_2 \end{cases}$$

$$\mathbf{a_1^{(3)}} = \begin{cases} +c_3 \cdot \lambda_0 \cdot (\lambda_1 + \lambda_2) \\ +c_3 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \\ -c_2 \cdot (\lambda_0 + \lambda_1) \\ +c_1 \end{cases}$$

$$\mathbf{a_0^{(3)}} = \begin{cases} -c_3 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \\ +c_2 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \\ -c_1 \cdot \lambda_0 \\ +c_0 \end{cases}$$

2.6 Quadratinterpolation

$P(\lambda) = a_2 \cdot \lambda^2 + a_1 \cdot \lambda + a_0$

$$\mathbf{a_2^{(2)}} = +c_2$$

$$\mathbf{a_1^{(2)}} = \begin{cases} -c_2 \cdot (\lambda_0 + \lambda_1) \\ +c_1 \end{cases}$$

$$\mathbf{a_0^{(2)}} = \begin{cases} +c_2 \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 \\ -c_1 \cdot \lambda_0 \\ +c_0 \end{cases}$$

2.7 Linearinterpolation

$P(\lambda) = a_1 \cdot \lambda + a_0$

$$\mathbf{a_1^{(1)}} = +c_1$$

$$\mathbf{a_0^{(1)}} = \begin{cases} -c_1 \cdot \lambda_0 \\ +c_0 \end{cases}$$

$\LaTeX\,2_\varepsilon$