

Knicken nach Euler-Tetmajer.

—

Das λ - Verfahren.

Dipl.- Ing. Björnstjerne Zindler, M.Sc.

www.Zenithpoint.de

Erstellt: 28. Januar 2020 – Letzte Revision: 4. Februar 2020

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|----------|
| 1 Knicken nach Euler-Tetmajer - Vorbetrachtungen | 2 |
| 1.1 Fallunterscheidungen | 2 |
| 1.2 Knickartgrenzen | 3 |
| 2 Knicken nach Euler-Tetmajer - Beispiel | 4 |
| 2.1 Bemessung | 4 |
| 2.2 Nachweise | 5 |
| 3 Anhang | 6 |
| 3.1 Anhang I: Materialeigenschaften | 6 |
| 3.2 Anhang II: Sicherheiten | 7 |
| 3.3 Anhang III: Tetmajer-Koeffizienten | 8 |

Literatur

[IS03] Einführung in die Technische Mechanik István Szabó. Knicken, 8. neu bearbeitete Auflage
1975 Nachdruck 2003. ISBN 3-540-44248-0.

[Kab] Karlheinz Kabus. Mechanik und Festigkeitslehre.

1 Knicken nach Euler-Tetmajer - Vorbetrachtungen

1.1 Fallunterscheidungen

[IS03][Kab]

Nachweis ist in drei Fällen vorliegend, dabei ist die Schlankheit λ fallunterscheidend.

- $\lambda_P < \lambda < \infty$ - **Elastisches Knicken nach Euler**

Die maximal zulässige Knickspannung:

$$\sigma_{max} = \pi^2 \cdot \frac{E}{\lambda^2}$$

Vorhandene Knickspannung:

$$\sigma_{vorh} = \frac{F}{A}$$

Nachweis:

$$\sigma_{vorh} \cdot S_{K,E} \leq \sigma_{max}$$

Mit dem Knicksicherheitsfaktor $S_{K,E}$.

- $\lambda_F < \lambda \leq \lambda_P$ - **Plastisches Knicken nach Tetmajer**

Die maximal zulässige Knickspannung:

$$\sigma_{max} = a - b \cdot \lambda$$

Wobei a und b werkstoffspezifische Werte darstellen.

Vorhandene Knickspannung:

$$\sigma_{vorh} = \frac{F}{A}$$

Nachweis:

$$\sigma_{vorh} \cdot S_{K,T} \leq \sigma_{max}$$

Mit dem Knicksicherheitsfaktor $S_{K,T}$.

- $0 < \lambda \leq \lambda_F$ - **Quetschen**

Die maximal zulässige Druckspannung:

$$\sigma_{F,max} = \frac{\sigma_F}{S_F} \quad \text{oder} \quad \sigma_{B,max} = \frac{\sigma_B}{S_B}$$

Mit dem Sicherheitsfaktor S_F für Fließen oder S_B für Druckfestigkeit.

Vorhandene Druckspannung:

$$\sigma_{vorh} = \frac{F}{A}$$

Nachweis:

$$\sigma_{vorh} \cdot S_F \leq \sigma_{F,max} \quad \text{oder} \quad \sigma_{vorh} \cdot S_B \leq \sigma_{B,max}$$

1.2 Knickartgrenzen

Grenzen

Die Grenzwerte und Koeffizienten sind nicht festgeschrieben, sie können je nach Quelle abweichend sein.

- Die Knickartgrenze λ_P ist berechenbar durch:

$$\lambda_P = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_P}} \approx \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{0,8 \cdot \sigma_F}}$$

Mit:

| Baustahl | σ_P [Nmm ⁻²] | σ_F [Nmm ⁻²] | λ_P |
|----------|---------------------------------|---------------------------------|-------------|
| ST37 | 190 | 240 | 104 |
| ST52 | 290 | 360 | 85 |

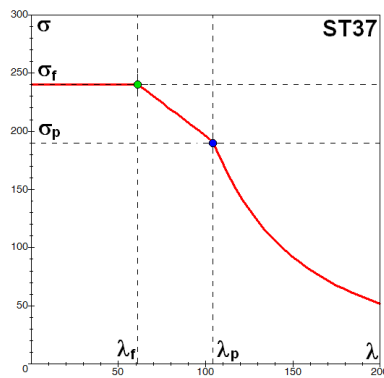
- Die Knickartgrenze λ_F ist berechenbar durch:

$$\lambda_F = \frac{a - \sigma_F}{b}$$

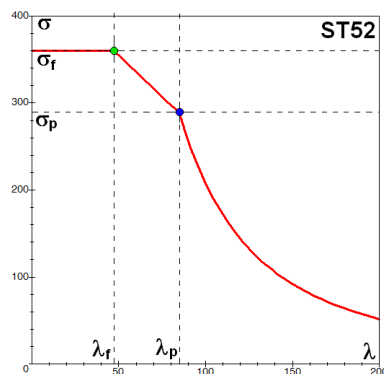
Mit:¹

| Baustahl | a [Nmm ⁻²] | b Nmm ⁻² | σ_F [Nmm ⁻²] | λ_F |
|----------|--------------------------|-----------------------|---------------------------------|-------------|
| ST37 | 310 | 1,14 | 240 | 61 |
| ST52 | 450 | 1,90 | 360 | 47 |

- Die grafische Darstellung für ST37:



- Die grafische Darstellung für ST52:



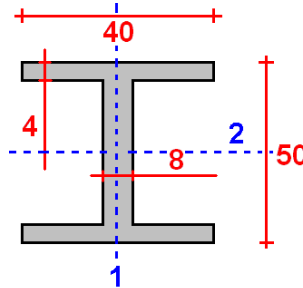
¹Tetmajer- Koeffizienten ohne Sicherheiten angegeben.

2 Knicken nach Euler-Tetmajer - Beispiel

2.1 Bemessung

Beispiel

Gegeben ist ein Profil folgender Form, eine Stablänge 500mm, ein Knickfall 2 nach Euler und eine einwirkende Kraft von 120kN. Die Trägheitsmomente sind berechenbar über:



Bemessung

$$I_1 = 2 \cdot \frac{40^3 \cdot 4}{12} + \frac{8^3 \cdot (50 - 2 \cdot 4)}{12} = 44.459 \text{mm}^4 = I_{\min}$$

Und:

$$I_2 = 2 \cdot \frac{40 \cdot 4^3 + 40 \cdot 4 \cdot \left(\frac{50}{2} - \frac{4}{2}\right)^2}{12} + \frac{8 \cdot (50 - 2 \cdot 4)^3}{12} = 50.432 \text{mm}^4 = I_{\max}$$

Der dazugehörige Trägheitsradius beträgt:

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{44.459}{2 \cdot 40 \cdot 4 + (50 - 2 \cdot 4) \cdot 8}} = 8,23 \text{mm}$$

Für den angenommenen Knickfall 2 nach Euler (gelenkig, gelenkig) ergibt sich eine Knicklänge s_k aus der gewählten Stablänge $l = 500 \text{mm}$ von:

$$s_k = \frac{l}{1} = \frac{500}{1} = 500 \text{mm}$$

Die Schlankheit λ kann berechnet werden:

$$\lambda = \frac{s_k}{i_{\min}} = \frac{500}{8,23} = 60,75$$

Der Nachweis erfolgt über plastisches Knicken nach Tetmajer und (oder) reine Druckbelastung (Quetschen).

Bei einer Profilbeanspruchung mit $F = 120 \text{kN}$ kommt es in diesem zu einer vorhandenen Spannung σ_{vorh} von:

$$\sigma_{vorh} = \frac{F}{A} = \frac{120.000}{2 \cdot 40 \cdot 4 + (50 - 2 \cdot 4) \cdot 8} = 183 \text{Nmm}^{-2}$$

Die maximal zulässige Knickspannung ist errechenbar.

$$\sigma_{max} = a - b \cdot \lambda = 310 - 1,14 \cdot 60,75 = 240,7 \text{Nmm}^{-2}$$

Für das Quetschen sind ebenfalls die Maximalspannungen vorgegeben.

$$\sigma_{F,max} = 240 \text{Nmm}^{-2} \quad \sigma_{B,max} = 360 \text{Nmm}^{-2}$$

Die Sicherheit soll mit $S = 1,5$ als ausreichend angesehen werden.

2.2 Nachweise

Nachweise

- **Plastisches Knicken nach Tetmajer**

$$\sigma_{vorh} \cdot S_{K,T} \leq \sigma_{max}$$

 \Rightarrow

$$274,5 \text{Nmm}^{-2} = 183 \cdot 1,5 > 240,7 \text{Nmm}^{-2}$$

Nicht erfüllt!

- **Quetschen**

$$\sigma_{vorh} \cdot S_F \leq \sigma_{F,max}$$

$$\sigma_{vorh} \cdot S_B \leq \sigma_{B,max}$$

 \Rightarrow

$$274,5 \text{Nmm}^{-2} = 183 \cdot 1,5 > 240 \text{Nmm}^{-2}$$

$$411,8 \text{Nmm}^{-2} = 183 \cdot 1,5^2 > 360 \text{Nmm}^{-2}$$

Nicht erfüllt! Das Profil ist in beiden Nachweisen zu 14% überlastet.

3 Anhang

3.1 Anhang I: Materialeigenschaften

| Charakteristische Größe [Nmm ⁻²] | ST37 \cong S235 | ST52 \cong S335 |
|--|-------------------|-------------------|
| Proportionalitätsgrenze Dehngrenze σ_P, R_P | 190 | 290 |
| Streckgrenze Fließgrenze $\sigma_F, R_e, f_{y,k}$ | 240 | 360 |
| Zugfestigkeit $\sigma_B, R_m, f_{u,k}$ | 360 | 510 |

| Bandbreiten nach Materialdicke [Nmm ⁻²] | ST37 \cong S235 | ST52 \cong S335 |
|---|-------------------|-------------------|
| Streckgrenze Fließgrenze $\sigma_F, R_e, f_{y,k}$ | 215 ... 240 | 315 ... 360 |
| Zugfestigkeit $\sigma_B, R_m, f_{u,k}$ | 340 ... 470 | 490 ... 630 |

3.2 Anhang II: Sicherheiten

Anhang II

| | Stahlbau | Maschinenbau |
|----------|----------|--------------|
| Euler | 3,0 | 5 bis 10 |
| Tetmajer | 1,5 | 3 bis 7,5 |

3.3 Anhang III: Tetmajer-Koeffizienten

Wieso gibt es unterschiedliche Tetmajer- Koeffizienten für ein und dasselbe Material in der Literatur?

Weil manche mit und manche ohne Sicherheiten angegeben sind. Weil die Koeffizienten aufwändig experimentell ermittelt wurden und daher Mittelwerte darstellen. Weil der Ingenieur die Grenzen zwischen den einzelnen Versagensfällen zu genau nimmt. Weil die Tetmajer- Gerade keine Gerade ist.

Für verschiedenste Materialien angewandt, ist die Tetmajer- Gerade streng genommen eine Parabel der Form

$$\sigma = a + b \cdot \lambda + c \cdot \lambda^2$$

mit $c = 0$ für die gebräuchlichen Baustähle. Mit der Kenntnis von $P_F(\lambda_F, \sigma_F)$ und $P_P(\lambda_P, \sigma_P)$ sind jedoch die Koeffizienten a und b vollständig definiert. Daher braucht es dort keiner aufwändiger Experimente zum Ermitteln der Koeffizienten. Methodisch besser war es, die Werte λ_F und λ_P experimentell zu ermitteln und diesen Mittelwert zu nutzen. Das Ergebnis wird dann gern gottgegeben, als *solum possibilitate*² angesehen. Der Baustahl selbst, wie bei jedem Naturprodukt, sieht das nicht so streng. Für ST37 genügt es durchaus, den plastischen Knickbereich (Tetmajer- Gerade) mit $60 < \lambda < 100$ anzugeben, ohne eine Nichtverletzung der Allgemeingültigkeit nachweisen zu müssen. Die Änderung des Intervalls hat aber durchaus größere Auswirkung auf die Regression von a und b . Werden dann noch Sicherheiten mit einberechnet, sind unterschiedliche Angaben der Koeffizienten vorprogrammiert. Eine Plausibilitätskontrolle ist immer angebracht, wie zum Beispiel, dass an den Punkten P_F und P_P keine Sprünge (Unstetigkeiten) im Graf auftreten. Ein kritischer Blick ist zu jeder Zeit angebracht.

ℒ_TEX 2_ε

²lat., die einzige Möglichkeit