

Knicken nach verschiedenen Vorschriften im Vergleich

Dipl.- Ing. Björnstjerne Zindler, M.Sc.

www.Zenithpoint.de

Erstellt: 19. Januar. 2020 – Letzte Revision: 27. Januar 2023

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Nachweise	5
2.1	Das Lambda- Verfahren - Druckstababsicherung nach Euler-Tetmajer	5
2.2	Das Phi- Verfahren - Berechnung nach den zulässigen Spannungen TGL 13503 Neu .	18
2.3	Das Omega- Verfahren - Nach DIN 4114	47
2.4	Das Kappa- Verfahren - Nach DIN 18 800 Neu	74
2.5	Nachweis über Eurocode 3 / EN 1993	85
3	Zusammenfassung und Vergleich	86
4	Anhang	87

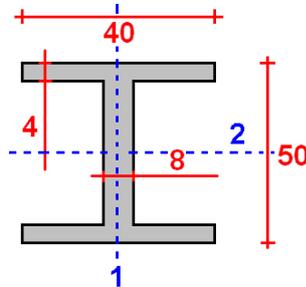
Literatur

[001] Keine für vorliegenden Text.

1 Einleitung

Im nachfolgenden Text wird anhand eines gleichbleibenden Beispiels der Nachweis auf Knicken [001] infolge einer Normalkraft N mit verschiedenen Vorschriften und Modellen geführt. Es wird versucht eine chronologische Reihenfolge einzuhalten.

Ein gewalztes I- Profil besitzt folgende Maße:



Daraus ergeben sich die statischen Größen:

$$I_1 = 2 \cdot \frac{40^3 \cdot 4}{12} + \frac{8^3 \cdot (50 - 2 \cdot 4)}{12} = 44.459 \text{ mm}^4 = I_{\min}$$

Und:

$$I_2 = 2 \cdot \frac{40 \cdot 4^3 + 40 \cdot 4 \cdot \left(\frac{50}{2} - \frac{4}{2}\right)}{12} + \frac{8 \cdot (50 - 2 \cdot 4)^3}{12} = 50.432 \text{ mm}^4 = I_{\max}$$

Der dazugehörige Trägheitsradius beträgt:

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{44.459}{2 \cdot 40 \cdot 4 + (50 - 2 \cdot 4) \cdot 8}} = 8,23 \text{ mm}$$

Für den angenommenen Knickfall 2 nach Euler (gelenkig, gelenkig) ergibt sich eine Knicklänge s_k aus der gewählten Stablänge $l = 500 \text{ mm}$ von:

$$s_k = \frac{l}{1} = \frac{500}{1} = 500 \text{ mm}$$

Die Schlankheit λ kann berechnet werden:

$$\lambda = \frac{s_k}{i_{\min}} = \frac{500}{8,23} = 60,75$$

Die Fläche des Querschnitts:

$$A = (2 \cdot 40 \cdot 4 + (50 - 2 \cdot 4) \cdot 8) = 656 \text{ mm}^2$$

Bei der angenommenen Belastung von $F = 120 \text{ kN}$ ergeben sich erfüllte Einzelnachweise für Knicken und Druck.

•Nachweis gegen Knicken

Die Knickkraft F_K ist definiert mit:

$$F_K = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot A}{\lambda^2}$$

⇒

$$F_K = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 656}{60,75^2} = 368,41 \text{ kN}$$

Der Nachweis erfolgt (mit einer angenommenen Sicherheit S^1 von 3 gegen Knicken) über:

$$0,977 = 3 \cdot \frac{120}{368,41} = S \cdot \frac{F}{F_K} \leq 1$$

¹Sollte zwischen 3 und 8 liegen.

•**Nachweis auf Druck**

Als Baustahl soll ein ST37² vorliegen.

$$\sigma_{vorh} = \frac{120000}{656} = \frac{F}{A} = 182,93 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \approx 180 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \sigma_{zul}$$

Es ist zu vermuten, dass die Belastung durch Druck³ kritischer für den Versagensfall anzusehen ist, als ein Knicken des Profils.

Es ist bekannt, dass die Nachweise nicht einzeln geführt werden dürfen. Die Kombination beider ergeben Modelle, welche im Folgenden aufgezeigt werden.

²S235JR+AR, S235JRG2, 1.0036 bis 1.0038, Fe360B

³für den Lasfall HZ, für H gilt $\sigma_{zul} = 150$. Nicht für den Nachweis nach DIN4114!

2 Nachweise

2.1 Das Lambda-Verfahren - Druckstababsicherung nach Euler-Tetmajer

Knicken nach Euler-Tetmajer.

–

Das λ -Verfahren.

Dipl.- Ing. Björnsterne Zindler, M.Sc.

www.Zenithpoint.de

Erstellt: 28. Januar 2020 – Letzte Revision: 27. Januar 2023

Inhaltsverzeichnis

1 Knicken nach Euler-Tetmajer - Vorbetrachtungen	3
1.1 Fallunterscheidungen	3
1.2 Knickartgrenzen	4
2 Knicken nach Euler-Tetmajer - Beispiel	5
2.1 Bemessung	5
2.2 Nachweise	6
3 Anhang	7
3.1 Anhang a: Materialeigenschaften	7
3.2 Anhang b: Sicherheiten	8
3.3 Anhang c: Tetmajer-Koeffizienten a und b	9
3.4 Anhang d: Tetmajer-Koeffizienten k_1 und k_2	10
3.5 Anhang e: Historische Tetmajer-Koeffizienten	11

Literatur

[Dip] Dipl.-Ing. Björnsterne Zindler, M.Sc. Das Omega-Verfahren.

[IS03] Einführung in die Technische Mechanik István Szabó. Knicken, 8. neu bearbeitete Auflage 1975 Nachdruck 2003. ISBN 3-540-44248-0.

[Kab] Karlheinz Kabus. Mechanik und Festigkeitslehre.

1 Knicken nach Euler-Tetmajer - Vorbetrachtungen

Die vorliegende Ausarbeitung beschäftigt sich mit Tetmajer aus akademischer Sicht. Daher weichen die im folgenden Text angegebenen Koeffizienten von denen in den üblichen Bautabellen ab.

Vorbetrachtungen

Hinweis

Siehe dazu auch unter Anhang c.

1.1 Fallunterscheidungen

Nachweis ist in drei Fällen vorliegend, dabei ist die Schlankheit λ fallunterscheidend.

[IS03][Kab]

- $\lambda_P < \lambda < \infty$ - **Elastisches Knicken nach Euler**

Die maximal zulässige Knickspannung:

$$\sigma_{max} = \pi^2 \cdot \frac{E}{\lambda^2}$$

Vorhandene Knickspannung:

$$\sigma_{vorh} = \frac{F}{A}$$

Nachweis:

$$\sigma_{vorh} \cdot S_{K,E} \leq \sigma_{max}$$

Mit dem Knicksicherheitsfaktor $S_{K,E}$.

- $\lambda_F < \lambda \leq \lambda_P$ - **Plastisches Knicken nach Tetmajer**

Die maximal zulässige Knickspannung:

$$\sigma_{max} = a - b \cdot \lambda$$

Wobei a und b werkstoffspezifische Werte darstellen.

Vorhandene Knickspannung:

$$\sigma_{vorh} = \frac{F}{A}$$

Nachweis:

$$\sigma_{vorh} \cdot S_{K,T} \leq \sigma_{max}$$

Mit dem Knicksicherheitsfaktor $S_{K,T}$.

- $0 < \lambda \leq \lambda_F$ - **Quetschen**

Die maximal zulässige Druckspannung:

$$\sigma_{F,max} = \frac{\sigma_F}{S_F} \quad \text{oder} \quad \sigma_{B,max} = \frac{\sigma_B}{S_B}$$

Mit dem Sicherheitsfaktor S_F für Fließen oder S_B für Druckfestigkeit.

Vorhandene Druckspannung:

$$\sigma_{vorh} = \frac{F}{A}$$

Nachweis:

$$\sigma_{vorh} \cdot S_F \leq \sigma_{F,max} \quad \text{oder} \quad \sigma_{vorh} \cdot S_B \leq \sigma_{B,max}$$

Grenzen

1.2 Knickartgrenzen

Die Grenzwerte und Koeffizienten sind nicht festgeschrieben, sie können je nach Quelle abweichend sein.

- Die Knickartgrenze λ_P ist berechenbar durch:

$$\lambda_P = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_P}} \approx \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{0,8 \cdot \sigma_F}}$$

Mit:

Baustahl	σ_P [Nmm ⁻²]	σ_F [Nmm ⁻²]	λ_P
ST37	190	240	104
ST52	290	360	85

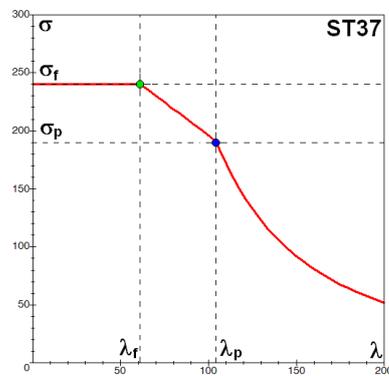
- Die Knickartgrenze λ_F ist berechenbar durch:

$$\lambda_F = \frac{a - \sigma_F}{b}$$

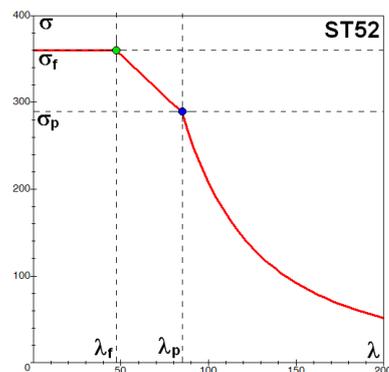
Mit:¹

Baustahl	a [Nmm ⁻²]	b [Nmm ⁻²]	σ_F [Nmm ⁻²]	λ_F
ST37	310	1,14	240	61
ST52	450	1,90	360	47

- Die grafische Darstellung für ST37:



- Die grafische Darstellung für ST52:

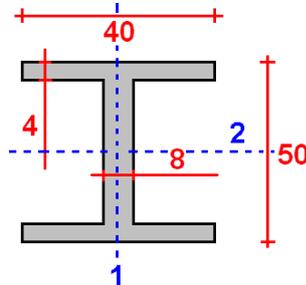


¹Tetmajer-Koeffizienten ohne Sicherheiten angegeben.

2 Knicken nach Euler-Tetmajer - Beispiel

2.1 Bemessung

Gegeben ist ein Profil folgender Form, eine Stablänge 500mm, ein Knickfall 2 nach Euler und eine einwirkende Kraft von 120kN. Die Trägheitsmomente sind berechenbar über:



Bemessung

$$I_1 = 2 \cdot \frac{40^3 \cdot 4}{12} + \frac{8^3 \cdot (50 - 2 \cdot 4)}{12} = 44.459 \text{mm}^4 = I_{\min}$$

Und:

$$I_2 = 2 \cdot \frac{40 \cdot 4^3 + 40 \cdot 4 \cdot \left(\frac{50}{2} - \frac{4}{2}\right)}{12} + \frac{8 \cdot (50 - 2 \cdot 4)^3}{12} = 50.432 \text{mm}^4 = I_{\max}$$

Der dazugehörige Trägheitsradius beträgt:

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{44.459}{2 \cdot 40 \cdot 4 + (50 - 2 \cdot 4) \cdot 8}} = 8,23 \text{mm}$$

Für den angenommenen Knickfall 2 nach Euler (gelenkig, gelenkig) ergibt sich eine Knicklänge s_k aus der gewählten Stablänge $l = 500 \text{mm}$ von:

$$s_k = \frac{l}{1} = \frac{500}{1} = 500 \text{mm}$$

Die Schlankheit λ kann berechnet werden:

$$\lambda = \frac{s_k}{i_{\min}} = \frac{500}{8,23} = 60,75$$

Der Nachweis erfolgt über plastisches Knicken nach Tetmajer und (oder) reine Druckbelastung (Quetschen).

Bei einer Profilbeanspruchung mit $F = 120 \text{kN}$ kommt es in diesem zu einer vorhandenen Spannung σ_{vorh} von:

$$\sigma_{vorh} = \frac{F}{A} = \frac{120.000}{2 \cdot 40 \cdot 4 + (50 - 2 \cdot 4) \cdot 8} = 183 \text{Nmm}^{-2}$$

Die maximal zulässige Knickspannung ist errechenbar.

$$\sigma_{max} = a - b \cdot \lambda = 310 - 1,14 \cdot 60,75 = 240,7 \text{Nmm}^{-2}$$

Für das Quetschen sind ebenfalls die Maximalspannungen vorgegeben.

$$\sigma_{F,max} = 240 \text{Nmm}^{-2} \quad \sigma_{B,max} = 360 \text{Nmm}^{-2}$$

Die Sicherheit soll mit $S = 1,5$ als ausreichend angesehen werden.

Nachweise

2.2 Nachweise

- **Plastisches Knicken nach Tetmajer**

$$\sigma_{vorh} \cdot S_{K,T} \leq \sigma_{max}$$

⇒

$$183 \cdot 1,5 = 274,5 \text{Nmm}^{-2} > 240,7 \text{Nmm}^{-2}$$

Nicht erfüllt!

Das Profil ist zu 14% überlastet.

- **Quetschen**

$$\sigma_{vorh} \cdot S_F \leq \sigma_{F,max}$$

$$\sigma_{vorh} \cdot S_B \leq \sigma_{B,max}$$

⇒

$$183 \cdot 1,5 = 274,5 \text{Nmm}^{-2} > 240 \text{Nmm}^{-2}$$

$$183 \cdot 1,5^2 = 411,8 \text{Nmm}^{-2} > 360 \text{Nmm}^{-2}$$

Nicht erfüllt!

Das Profil ist in beiden Nachweisen zu 14% überlastet.

3 Anhang

Anhang a

3.1 Anhang a: Materialeigenschaften

Charakteristische Größe [Nmm ⁻²]	ST37 \cong S235	ST52 \cong S335
Proportionalitätsgrenze Dehngrenze σ_P, R_P	190	290
Streckgrenze Fließgrenze $\sigma_F, R_e, f_{y,k}$	240	360
Zugfestigkeit $\sigma_B, R_m, f_{u,k}$	360	510

Bandbreiten nach Materialdicke [Nmm ⁻²]	ST37 \cong S235	ST52 \cong S335
Streckgrenze Fließgrenze $\sigma_F, R_e, f_{y,k}$	215 ... 240	315 ... 360
Zugfestigkeit $\sigma_B, R_m, f_{u,k}$	340 ... 470	490 ... 630

Anhang b

3.2 Anhang b: Sicherheiten

	Stahlbau	Maschinenbau
Euler	3,0	5 bis 10
Tetmajer	1,5	3 bis 7,5

3.3 Anhang c: Tetmajer-Koeffizienten a und b

Anhang c

Wieso gibt es unterschiedliche Tetmajer-Koeffizienten für ein und dasselbe Material in der Literatur?

- Weil verschiedene Darstellungsformen der Tetmajer-Geraden gibt, siehe Anhang d.
- Weil manche mit und manche ohne Sicherheiten angegeben sind.
- Weil die Koeffizienten aufwändig experimentell ermittelt wurden und daher Mittelwerte darstellen.
- Weil der Ingenieur die Grenzen zwischen den einzelnen Versagensfällen zu genau nimmt.
- Weil die Tetmajer-Gerade keine Gerade ist.
- ...

Für verschiedenste Materialien angewandt, ist die Tetmajer-Gerade streng genommen eine Parabel der Form

$$\sigma = a + b \cdot \lambda + c \cdot \lambda^2$$

mit $c \approx 0 \rightarrow c \stackrel{!}{=} 0$ für die gebräuchlichen Baustähle². Mit der Kenntnis von $P_F(\lambda_F, \sigma_F)$ und $P_P(\lambda_P, \sigma_P)$ sind jedoch die Koeffizienten a und b vollständig definiert. Daher braucht es dort keiner aufwändiger Experimente zum Ermitteln der Koeffizienten. Methodisch besser war es, die Werte λ_F und λ_P experimentell zu ermitteln und diese als Mittelwert zu nutzen. Das Ergebnis wird dann gern gottgegeben, als *solum possibilitate*³ angesehen. Der Baustahl selbst, wie bei jedem Naturprodukt, sieht das nicht so streng. Für ST37 genügt es durchaus, den plastischen Knickbereich (Tetmajer-Gerade) mit $60 < \lambda < 115$ nach [Dip] für ST37 anzugeben, ohne eine Nichtverletzung der Allgemeingültigkeit nachweisen zu müssen. Die Änderung des Intervalls hat aber durchaus größere Auswirkung auf die Regression von a und b . Werden dann noch Sicherheiten mit einberechnet, sind unterschiedliche Angaben der Koeffizienten vorprogrammiert. Eine Plausibilitätskontrolle ist immer angebracht, wie zum Beispiel, dass an den Punkten P_F und P_P keine Sprünge (Unstetigkeiten) im Graf auftreten. Ein kritischer Blick ist zu jeder Zeit angebracht.

Weiterführend siehe unter [Dip]. Dort ist die Entwicklung einer Berechnungsmöglichkeit der Tetmajer-Parabel ausführlich dargestellt.

²Nach den hier festgelegten Konventionen gilt nach [Dip]:

$c_{ST37} = -0,0136$

$c_{ST52} = -0,0289$

³lat., die einzige Möglichkeit, auch Ultima Ratio

3.4 Anhang d: Tetmajer-Koeffizienten k_1 und k_2

Die ursprüngliche Darstellung der Tetmajer-Parabel beinhaltete die Koeffizienten k_1 und k_2 .

$$\sigma = a + b \cdot \lambda + c \cdot \lambda^2$$

⇒

$$\sigma = a \cdot \left(1 + \frac{b}{a} \cdot \lambda + \frac{c}{a} \cdot \lambda^2 \right)$$

⇒

$$\sigma = \sigma_F \cdot (1 + k_1 \cdot \lambda + k_2 \cdot \lambda^2)$$

⇒

Werkstoff	λ_{MIN}	σ_F [Nmm ⁻²]	k_1	k_2
Weicher Stahl	105	310	0,00368	0,00000
Mittelharter Stahl	89	335	0,00185	0,00000
Nickelstahl	86	470	0,00490	0,00000
Grauguss	80	776	0,01546	0,00007
Kiefernholz	100	293	0,00662	0,00000

3.5 Anhang e: Historische Tetmajer-Koeffizienten

Anhang e

Material	a [kg · cm ⁻²]	b [kg · cm ⁻²]	Gültigkeitsbereich
Gusseisen	7760	120	$0 \leq \lambda \leq 80$
St 37	2400	0	$0 \leq \lambda \leq 60$
St 37	2890	8,175	$60 < \lambda \leq 100$
St 48	3120	0	$0 \leq \lambda \leq 60$
St 48	4690	26,175	$60 < \lambda \leq 100$
St 52	3600	0	$0 \leq \lambda \leq 60$
St 52	5890	38,175	$60 < \lambda \leq 100$
Niedriglegierter Stahl	4700	23,05	$0 \leq \lambda \leq 86$
Nadelholz	300	2,00	$0 \leq \lambda \leq 100$

L^AT_EX 2_ε

2.2 Das Phi- Verfahren - Berechnung nach den zulässigen Spannungen TGL 13503 Neu

Das Phi- Verfahren nach TGL 13503 / 1982

Dipl.- Ing. Björnsterne Zindler, M.Sc.

www.Zenithpoint.de

Erstellt: 16. Januar 2020 - Letzte Revision: 23. April 2020

Inhaltsverzeichnis

1	Nachweis für den mittig gedrückten, einteiligen Stab	3
2	Beispiel - Bemessung	4
2.1	Sicherheiten ν	5
2.2	Schlankheitsgrade λ und $\bar{\lambda}$	6
2.2.1	Grundlagen	6
2.2.2	Beispiel	6
2.3	Entscheidungskriterium geometrisch günstig/ungünstig D	7
2.3.1	Grundlagen	7
2.3.2	Beispiel	7
2.4	Imperfektion des gedrückten Stabes μ_N	9
2.4.1	Grundlagen	9
2.4.2	Beispiel	9
2.5	Numerische Bestimmung des Knickfaktors φ	10
2.5.1	Grundlagen	10
2.5.2	Beispiel	10
2.6	Auslenkamplitude des imperfekten Stabes u	11
2.6.1	Grundlagen	11
2.6.2	Beispiel	11
3	Beispiel - Nachweis	12
4	Anhang	13
4.1	Werkstoffeigenschaften	13
4.2	Knicksprungslinien	14
4.3	Knickfaktor φ über $\bar{\lambda}$	15
4.4	Knickfaktor φ über λ	16
4.4.1	$\sigma_F = 240\text{Nmm}^{-2}$, Kennlinie – a	16
4.4.2	$\sigma_F = 240\text{Nmm}^{-2}$, Kennlinie – b	17
4.4.3	$\sigma_F = 240\text{Nmm}^{-2}$, Kennlinie – c	18
4.4.4	$\sigma_F = 300\text{Nmm}^{-2}$, Kennlinie – a	19
4.4.5	$\sigma_F = 300\text{Nmm}^{-2}$, Kennlinie – b	20
4.4.6	$\sigma_F = 300\text{Nmm}^{-2}$, Kennlinie – c	21
4.4.7	$\sigma_F = 360\text{Nmm}^{-2}$, Kennlinie – a	22
4.4.8	$\sigma_F = 360\text{Nmm}^{-2}$, Kennlinie – b	23
4.4.9	$\sigma_F = 360\text{Nmm}^{-2}$, Kennlinie – c	24
4.4.10	$\sigma_F = 450\text{Nmm}^{-2}$, Kennlinie – a	25
4.4.11	$\sigma_F = 450\text{Nmm}^{-2}$, Kennlinie – b	26
4.4.12	$\sigma_F = 450\text{Nmm}^{-2}$, Kennlinie – c	27

Literatur

[001] TGL 13503 Ausgabe 1982 Teil 1 und 2.

[Dip] Dipl.- Ing. Björnsterne Zindler, M.Sc. Das Omega- Verfahren nach DIN4114.

1 Nachweis für den mittig gedrückten, einteiligen Stab

Der geforderte Nachweis darf bei planmäßig mittlerer Belastung¹ in folgender Form durchgeführt werden:

$$\sigma_{vorh} = \frac{F}{A} \leq \sigma_{zul} \cdot \varphi$$

Nachweis

Wobei:

[001]

- σ_{zul} für den untersuchten Grenzlastfall und die Festigkeitsklasse des Stahls geltende zulässige Spannung nach TGL 13500 Teil 1
- φ Knickfaktor, abhängig von der Form des Querschnitts und den Eigenspannungen nach TGL 13503 Neu Teil 1 Tabelle 2 abhängig vom bezogenen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}$ oder vom Schlankheitsgrad λ und der Streckgrenze

Zu beachten ist, dass in σ_{zul} aus Tabelle 2 die Sicherheit ν einberechnet ist.

¹Ein Nachweis des planmäßig außermittig beanspruchten Stabes ist anspruchsvoll. So erweitert sich der Nachweis zu:

$$\sigma_c \cdot (1 + \mu_N \cdot f_N) + \sigma_{bc} \cdot f_M \leq \sigma_{zul} \quad \text{und} \quad \sigma_c \cdot (\mu_N \cdot f_N - 1) + \sigma_{bz} \cdot f_M \leq \sigma_{zul}$$

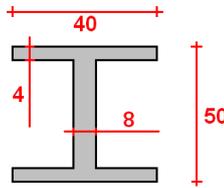
Mit:

- σ_c Absolutwert der Druckspannung
- σ_{bc} Absolutwert der Biege-Druckspannung
- σ_{bz} Absolutwert der Biege-Zugspannung
- σ_{zul} Zulässige Spannung, abhängig vom Grenzlastfall
- f_N, f_M Faktor, der die Vergrößerung der Momente nach Th. II. Ordnung gegenüber Th. I. Ordnung ausdrückt.

2 Beispiel - Bemessung

Bemessung

Gegeben ist ein Profil folgender Form:



[Dip]

Die Trägheitsmomente sind berechenbar über:

$$I_1 = 2 \cdot \frac{40^3 \cdot 4}{12} + \frac{8^3 \cdot (50 - 2 \cdot 4)}{12} = 44.459 \text{mm}^4 = I_{\min}$$

Und:

$$I_2 = 2 \cdot \frac{40 \cdot 4^3 + 40 \cdot 4 \cdot \left(\frac{50}{2} - \frac{4}{2}\right)}{12} + \frac{8 \cdot (50 - 2 \cdot 4)^3}{12} = 50.432 \text{mm}^4 = I_{\max}$$

Der dazugehörige Trägheitsradius beträgt:

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{44.459}{2 \cdot 40 \cdot 4 + (50 - 2 \cdot 4) \cdot 8}} = 8,23 \text{mm}$$

Für den angenommenen Knickfall 2 nach Euler (gelenkig, gelenkig) ergibt sich eine Knicklänge s_k aus der gewählten Stablänge $l = 500 \text{mm}$ von:

$$s_k = \frac{l}{1} = \frac{500}{1} = 500 \text{mm}$$

Die belastende Kraft wird mit 120kN angenommen.

2.1 Sicherheiten ν

Nach TGL 13503 Neu Teil 1.

Die Sicherheiten betragen für die einzelnen Lastfälle:

Sicherheiten

H	$\nu_r = 1,50$
HZ	$\nu_r = 1,33$
S	$\nu_r = 1,20$

Für den hier nicht betrachteten Ausnahmefall, dass die ideale Knicklast als maßgebend angesehen wird, unter Umgehung des Schlankheitsgrades:

H	$\nu_i = 2,00$
HZ	$\nu_i = 1,78$
S	$\nu_i = 1,60$

2.2 Schlankheitsgrade λ und $\bar{\lambda}$

2.2.1 Grundlagen

Schlankheitsgrade

Der Schlankheitsgrad ist das Verhältnis der Knicklänge zum Trägheitsradius.

$$\lambda = \frac{l}{i}$$

Der bezogene Schlankheitsgrad.

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_S}$$

Hierbei bedeutet:

$$\lambda_S = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_F}}$$

⇒

σ_F N/mm ²	λ_S ≈
240	93
300	83
360	76
450	68

Mit:

E

Elastizitätsmodul mit $210 \cdot 10^3 \text{Nmm}^{-2}$

Dabei gilt:²

$\lambda < 10$

Kein Nachweis nötig

$\lambda \leq 150$

Druckstäbe in Brücken des Verkehrsbaus

$\lambda \leq 200$

Füllstäbe, Hilfsstäbe

$\lambda \leq 300$

Allgemeine Grenze für Druckstäbe

2.2.2 Beispiel

Die Schlankheit λ kann berechnet werden:

$$\lambda = \frac{s_k}{i_{\min}} = \frac{500}{8,23} = 60,75$$

Der bezogene Schlankheitsgrad dazu für $\sigma_F = 240 \text{Nmm}^{-2}$.

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_S} = \frac{60,75}{93} = 0,654$$

²Diese Grenze steht nicht explizit in der TGL 15503 Neu Teil 1. Jedoch beginnen die Tabellen des Knickfaktors φ erst ab $\lambda > 10$. Sowie bei der Auswertung des Koeffizienten c_1 bei der Imperfektion μ_N lässt diese Grenze vermuten.

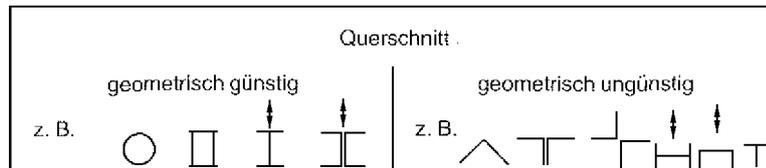
2.3 Entscheidungskriterium geometrisch günstig/ungünstig D

2.3.1 Grundlagen

Die Festlegung des Kriteriums ist notwendig für die Auswahl der Knickspannungslinie. Die TGL 13503 Neu gibt dafür eine rein grafische Auswahl an und alternativ als numerische Möglichkeit über die Berechnung einer Diskriminante D .

Grafisch über TGL 13503 Teil 1 Tabelle 2

Diese Tabelle nutzt das Kriterium günstig/ungünstig direkt.



Grafisch über TGL 13503 Teil 2 Tabelle 6

Hier ist die Auswahl indirekt eingearbeitet.

	<ul style="list-style-type: none"> - ohne Längsnähte oder - spannungsarm gegläht oder geschweißt
	<ul style="list-style-type: none"> - mit Längsnähten
	<ul style="list-style-type: none"> - ohne Längsnähte oder - spannungsarm gegläht oder geschweißt
	<ul style="list-style-type: none"> - mit Längsnähten
	<ul style="list-style-type: none"> - brenngeschnitten

Numerisch nach TGL 13503 Teil 2 Abschnitt 6.1.3. Knickfaktoren

Als geometrisch günstig gilt ein Querschnitt dann, wenn gilt:

$$D = \frac{\sqrt{A \cdot I}}{W_{pl}} < 1,15 \quad \text{oder} \quad D = \frac{z}{i \cdot \alpha} < 1,15$$

Wobei:

- D Wert des Entscheidungskriteriums
- z Randfaserabstand vom Schwerpunkt aus
- α der Quotient W_{pl}/W_{el} aus dem plastischen bzw. elastischen Widerstandsmoment, auch als Angabe der Systemreserve des Profils

2.3.2 Beispiel

Für die Achse 2-2 (kein Knicken zu erwarten)

Das elastische Widerstandsmoment ist ermittelbar:

$$W_{el,(2-2)} = \frac{I_{\max}}{z} = \frac{50.432}{\frac{50}{2}} = 2.017 \text{mm}^3$$

Das plastische Widerstandsmoment ist ermittelbar:

$$W_{pl,(2-2)} = \sum_i A_i \cdot z_i$$

⇒

$$W_{pl,(2-2)} = 2 \cdot \left(40 \cdot 4 \cdot \left(\frac{50}{2} - 4 \right) \right) + 2 \cdot \left(8 \cdot \left(\frac{50}{2} - 4 \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{50}{2} - 4 \right) \right) = 10.888 \text{mm}^3$$

⇒

$$\alpha_{(2-2)} = \frac{10.888}{2.017} = 5,4$$

Damit ist die Diskriminante berechenbar:

$$D_{(2-2)} = \frac{\sqrt{656 \cdot 50.432}}{10.888} = \frac{\frac{50}{2}}{8,768 \cdot 5,4} = 0,528 < 1,15$$

Für die Achse 2 ist das Profil geometrisch günstig.

Für die Achse 1-1 (knickgefährdete Achse)

Das elastische Widerstandsmoment ist ermittelbar:

$$W_{el,(1-1)} = \frac{I_{\min}}{z} = \frac{44.459}{\frac{40}{2}} = 2.223 \text{mm}^3$$

Das plastische Widerstandsmoment ist ermittelbar:

$$W_{pl,(1-1)} = \sum_i A_i \cdot z_i$$

⇒

$$W_{pl,(1-1)} = 4 \cdot \left(\frac{40}{2} \cdot 4 \cdot \frac{40}{4} \right) + 2 \cdot \left((50 - 2 \cdot 4) \cdot \frac{8}{2} \cdot \frac{8}{4} \right) = 3.872 \text{mm}^3$$

⇒

$$\alpha = \frac{3.872}{2.223} = 1,742$$

Damit ist die Diskriminante berechenbar:

$$D_{(1-1)} = \frac{\sqrt{656 \cdot 44.459}}{3.872} = \frac{\frac{40}{2}}{8,23 \cdot 1,742} = 1,395 > 1,15$$

Für die Achse 1 ist das Profil geometrisch ungünstig.

Auswahl der Knickspannungslinie

Damit ist durch Tabelle 2 nach TGL 13503 Neu Teil 1 die Knickspannungslinie b mit den Koeffizienten $c_1 = 10$ und $c_2 = 320$ gültig.

Mit $\bar{\lambda} = 0,654$ ergibt sich nach Tabelle 1 nach TGL 13503 Neu Teil 1 ein Knickfaktor φ von:

$$\varphi = 0,807$$

Alternativ dazu nach Seite 17 TGL 13503 Neu Teil 1 Tabelle $\sigma_F = 240 \text{Nmm}^{-2}$ Knickspannungslinie b für $\lambda = 60,75$:

$$\varphi = 0,804$$

2.4 Imperfektion des gedrückten Stabes μ_N

2.4.1 Grundlagen

Für die Berechnung der Imperfektion³ gibt die TGL 13503 Neu Teil 1 Abschnitt 9.1 eine Möglichkeit an.

Imperfektion

$$\mu_N = \frac{\lambda \cdot \sqrt{\frac{\sigma_F}{\sigma_F^*}} - c_1}{c_2} = \frac{92,93 \cdot \bar{\lambda} - c_1}{c_2} \approx \frac{93 \cdot \bar{\lambda} - c_1}{c_2} \geq 0$$

Wobei:

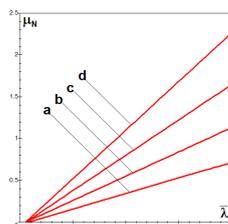
- c_1, c_2 abhängig und ablesbar aus der Tabelle der Knickspannungslinien
- σ_F Streckgrenze des benutzten Materials in Nmm^{-2}
- σ_F^* 240Nmm^{-2}

2.4.2 Beispiel

Die Imperfektion μ_N ist definiert für $\sigma_F = 240\text{Nmm}^{-2}$:

$$\mu_N = \frac{\lambda \cdot \sqrt{\frac{\sigma_F}{\sigma_F^*}} - c_1}{c_2} = \frac{60,75 - 10}{320} = 0,159 \geq 0$$

³Die grafische Darstellung der Imperfektion μ_N :



2.5 Numerische Bestimmung des Knickfaktors φ

2.5.1 Grundlagen

Knickfaktor

Neben der grafischen Bestimmung des Knickfaktors⁴ gibt die TGL 13503 Neu Teil 2 Abschnitt 6.1.3 eine numerische Möglichkeit der Bestimmung von φ an. So gilt:

$$\varphi = p - \sqrt{p^2 - q}$$

Mit:

$$p = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1 + \mu_N}{\bar{\lambda}^2} + 1 \right) \quad q = \frac{1}{\bar{\lambda}^2}$$

Mit:

μ_N Imperfektion des gedrückten Stabes

2.5.2 Beispiel

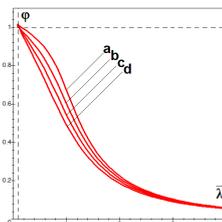
Über die bekannten Werte von μ_N und $\bar{\lambda}$ ist φ ermittelbar.

$$p = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1 + 0,159}{0,654^2} + 1 \right) = 1,855 \quad q = \frac{1}{0,654^2} = 2,338$$

⇒

$$\varphi = 1,855 - \sqrt{1,855^2 - 2,338} = 0,805$$

⁴Die grafische Darstellung der Knicklinien zwecks Berechnung des Knickfaktors φ :



2.6 Auslenkamplitude des imperfekten Stabes u

2.6.1 Grundlagen

Die Auslenkung des imperfekten Stabes kann informativ nach TGL 13503 Neu Teil 2 Abschnitt 6.1.2 berechnet werden.

$$u = \mu_N \cdot \frac{W_T}{A}$$

Auslenkung

Dabei ist W_T das modifizierte Widerstandsmoment nach TGL 13503 Neu Teil 2 Abschnitt 9.1. Dort wird man direkt zur TGL 13500 Neu Teil 2 Abschnitt 2.1.1 umgeleitet.

$$W_T = \frac{W_{el} + W_{pl}}{2} \leq 1,2 \cdot W_{el}$$

2.6.2 Beispiel

Für vorliegendes Beispiel gilt dann:

$$W_{T,(1-1)} = \frac{W_{el,(1-1)} + W_{pl,(1-1)}}{2} \leq 1,2 \cdot W_{el,(1-1)}$$

⇒

$$W_{T,(1-1)} = \frac{2.223 + 3.872}{2} \leq 1,2 \cdot 2.223$$

⇒

$$W_{T,(1-1)} = 3.047,5 \text{ mm}^3 \geq 2.667,6 \text{ mm}^3$$

⇒

$$W_{T,(1-1)} = 2.667,6 \text{ mm}^3$$

⇒

$$u = 0,159 \cdot \frac{2.667,6}{656} = 0,647 \text{ mm}$$

3 Beispiel - Nachweis

Nachweis

Erfolgt jetzt im Grenzlastfall H durch:

$$\sigma_{vorh} = \frac{F}{A} \leq \sigma_{zul} \cdot \varphi$$

⇒

$$\frac{120.000}{656} \leq 160 \cdot 0,805$$

⇒

$$183\text{Nmm}^{-2} > 129\text{Nmm}^{-2}$$

Der Nachweis ist nicht erfüllt.

4 Anhang

4.1 Werkstoffeigenschaften

Anhang

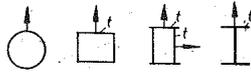
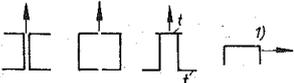
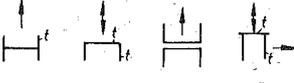
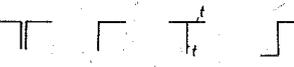
Festigkeitsklasse	Zugfestigkeit σ_B N/mm ²	Streckgrenze σ_F N/mm ²	Bruchdehnung δ_5 %	Elastizitätsmodul E N/mm ²	Schubmodul G N/mm ²	Wärme-dehnzahl α_t 1/K
S 38/24	380	240	25	210 000	81 000	0,000 012
S 45/30	450	300	22			
S 52/36	520	360	22			
S 60/45	600	450	20			

Nr.	Art der Bauteile oder Schweißnähte	Beanspruchung	S 38/24 Grenzlastfall			S 45/30 Grenzlastfall			S 52/36 Grenzlastfall			S 60/45 Grenzlastfall				
			H	HZ	S	H	HZ	S	H	HZ	S	H	HZ	S		
1	Grundwerkstoff in geschraubten, genieteten oder geschweißten Konstruktionen	Zug, Druck	σ_z	σ_y	160	180	200	200	225	250	240	270	300	300	338	376
2		Schub	τ		92	104	116	116	131	146	139	156	173	173	195	217
3		mehrachsig, Nachweis	σ_z	σ_y	180	190	200	225	238	250	270	285	300	338	357	376
4		nach Formel (3) oder (3a)	τ		104	110	116	131	139	146	156	165	173	195	206	217

4.2 Knickspannungslinien

Eigen- spannungen	Querschnitt					
	geometrisch günstig			geometrisch ungünstig		
	z. B.			z. B.		
	Knick- spannungslinie	c ₁	c ₂	Knick- spannungslinie	c ₁	c ₂
gering	a	15	500	b	10	320
t ≤ 40 mm ^{*1)}	b	10	320	c	10	220
hoch t > 40 mm ^{*1)}	c	10	220	d	10	160

Oder:

Querschnitt und Knickrichtung	Eigenspannungseinfluß	Dicke t mm	Knicks- pannungslinie
	- ohne Längsnähte oder - spannungsarm geglüht oder geschweißt	-	a
	- mit Längsnähten	≤ 40	b
		> 40	c
	- ohne Längsnähte oder - spannungsarm geglüht oder geschweißt	-	b
	- mit Längsnähten	≤ 40	c
		> 40	d
	- brenngeschnitten	-	c

4.3 Knickfaktor φ über $\bar{\lambda}$

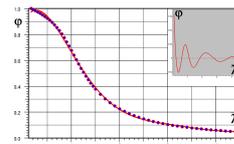
$\bar{\lambda}$	φ für Knickspannungslinie				$\bar{\lambda}$	φ für Knickspannungslinie			
	a	b	c	d		a	b	c	d
0.108		1.000	1.000	1.000	1.6	0.337	0.313	0.290	0.267
0.15		0.988	0.982	0.975	1.7	.303	.283	.263	.243
0.161	1.000				1.8	.273	.256	.239	.222
0.2	0.993	0.973	0.961	0.947	1.9	.248	.233	.218	.203
0.25	.983	.958	.940	.919	2.0	.225	.213	.200	.187
0.3	.973	.942	.919	.892	2.1	.206	.195	.184	.172
0.35	.962	.926	.897	.864	2.2	.188	.179	.169	.159
0.4	.950	.910	.874	.836	2.3	.173	.165	.157	.147
0.45	.938	.892	.851	.808	2.4	.160	.153	.145	.137
0.5	.924	.873	.827	.779	2.5	.148	.142	.135	.128
0.55	.909	.852	.802	.751	2.6	.1373	.1317	.1256	.1190
0.6	.893	.831	.776	.721	2.7	.1277	.1227	.1172	.1113
0.65	.874	.807	.749	.692	2.8	.1191	.1145	.1097	.1043
0.7	.853	.782	.721	.662	2.9	.1113	.1073	.1029	.0980
0.75	.830	.755	.692	.633	3.0	.1043	.1007	.0966	.0922
0.8	.804	.727	.663	.604	3.1	.0979	.0946	.0909	.0869
0.85	.775	.697	.634	.575	3.2	.0921	.0891	.0857	.0820
0.9	.743	.667	.604	.547	3.3	.0867	.0840	.0809	.0775
0.95	.710	.635	.575	.520	3.4	.0819	.0794	.0765	.0734
1.0	.676	.604	.546	.494	3.5	.0774	.0751	.0725	.0696
1.05	.640	.573	.518	.469	3.6	.0733	.0712	.0688	.0661
1.1	.605	.543	.492	.445	3.7	.0695	.0675	.0653	.0628
1.15	.571	.514	.466	.422	3.8	.0659	.0642	.0621	.0598
1.2	.538	.486	.441	.400	3.9	.0627	.0610	.0591	.0570
1.25	.507	.459	.418	.380	4.0	.0597	.0581	.0564	.0544
1.3	.477	.434	.396	.361	4.1	.0569	.0554	.0538	.0519
1.35	.450	.411	.376	.342	4.2	.0542	.0529	.0514	.0496
1.4	.424	.388	.356	.325	4.3	.0518	.0506	.0491	.0475
1.45	.400	.368	.338	.309	4.4	.0495	.0484	.0470	.0455
1.5	.377	.348	.321	.294	4.5	.0474	.0463	.0451	.0436

5)

⁵Obwohl eine numerische Berechnungsgrundlage für φ bekannt ist, im Folgenden die Regressionspolynome 6. Grades zur Berechnung des Knickfaktors sowie die grafische Darstellung der Tabellenwerte und der regressierten Funktion, weiterhin die zu erwartende Abweichung zwischen Tabellen- und Regressionswerte.

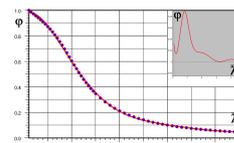
- **Knicklinie a:**

$$\varphi_a = 0,88687 + \frac{\bar{\lambda}}{1,22162} - \frac{\bar{\lambda}^2}{0,71406^2} + \frac{\bar{\lambda}^3}{0,93342^3} - \frac{\bar{\lambda}^4}{1,29255^4} + \frac{\bar{\lambda}^5}{1,81737^5} - \frac{\bar{\lambda}^6}{2,66812^6}$$



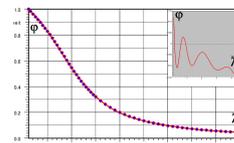
- **Knicklinie b:**

$$\varphi_b = 0,9614 + \frac{\bar{\lambda}}{3,22501} - \frac{\bar{\lambda}^2}{0,86174^2} + \frac{\bar{\lambda}^3}{1,03053^3} - \frac{\bar{\lambda}^4}{1,37746^4} + \frac{\bar{\lambda}^5}{1,89919^5} - \frac{\bar{\lambda}^6}{2,75272^6}$$



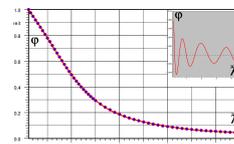
- **Knicklinie c:**

$$\varphi_c = 1,00093 + \frac{\bar{\lambda}}{744,6704} - \frac{\bar{\lambda}^2}{0,99634^2} + \frac{\bar{\lambda}^3}{1,09104^3} - \frac{\bar{\lambda}^4}{1,4114^4} + \frac{\bar{\lambda}^5}{1,91167^5} - \frac{\bar{\lambda}^6}{2,73925^6}$$



- **Knicklinie d:**

$$\varphi_d = 1,03519 - \frac{\bar{\lambda}}{3,06801} - \frac{\bar{\lambda}^2}{1,27696^2} + \frac{\bar{\lambda}^3}{1,20656^3} - \frac{\bar{\lambda}^4}{1,49259^4} + \frac{\bar{\lambda}^5}{1,97822^5} - \frac{\bar{\lambda}^6}{2,79876^6}$$



4.4 Knickfaktor φ über λ

Für die Kennlinie d gibt es keine Ablesemöglichkeit über λ in der TGL 13503 Neu Teil 1.

4.4.1 $\sigma_F = 240\text{Nmm}^{-2}$, Kennlinie – a

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	λ
10	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	,998	,996	,994	,992	10
20	,990	,988	,985	,983	,981	,979	,977	,975	,972	,970	20
30	,968	,965	,963	,961	,958	,956	,953	,951	,948	,946	30
40	,943	,940	,937	,935	,932	,929	,926	,923	,920	,916	40
50	,913	,910	,906	,903	,899	,896	,892	,888	,884	,880	50
60	,876	,872	,867	,863	,858	,853	,849	,844	,839	,833	60
70	,828	,823	,817	,811	,806	,800	,794	,787	,781	,775	70
80	,768	,762	,755	,748	,741	,734	,727	,720	,712	,705	80
90	,697	,690	,683	,675	,667	,660	,652	,645	,637	,630	90
100	,622	,614	,607	,600	,592	,585	,577	,570	,563	,556	100
110	,549	,542	,535	,528	,521	,515	,508	,501	,495	,489	110
120	,432	,424	,419	,414	,409	,404	,399	,394	,389	,384	120
130	,424	,419	,414	,409	,404	,399	,394	,389	,384	,379	130
140	,375	,370	,366	,361	,357	,353	,348	,344	,340	,336	140
150	,332	,328	,325	,321	,317	,313	,310	,306	,303	,300	150
160	,296	,293	,290	,286	,283	,280	,277	,274	,271	,268	160
170	,265	,263	,260	,257	,254	,252	,249	,246	,244	,241	170
180	,239	,236	,234	,232	,229	,227	,225	,223	,220	,218	180
190	,216	,214	,212	,210	,208	,206	,204	,202	,200	,198	190
200	,196	,195	,193	,191	,189	,187	,186	,184	,182	,181	200
210	,179	,178	,176	,174	,173	,171	,170	,168	,167	,165	210
220	,164	,163	,161	,160	,159	,157	,156	,155	,153	,152	220
230	,151	,150	,148	,147	,146	,145	,144	,142	,141	,140	230
240	,139	,138	,137	,136	,135	,134	,133	,132	,131	,130	240
250	,129	,128	,127	,126	,125	,124	,123	,122	,121	,120	250
260	,119	,118	,118	,117	,116	,115	,114	,113	,113	,112	260
270	,111	,110	,109	,109	,108	,107	,106	,106	,105	,104	270
280	,103	,103	,102	,101	,101	,100	,099	,099	,098	,097	280
290	,097	,096	,095	,095	,094	,094	,093	,092	,092	,091	290
300	,093										300

6)

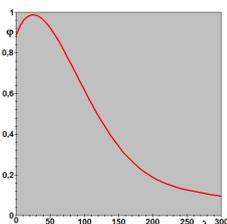
⁶Aus Abschnitt 4.3 und mit $\lambda_S = 92,92956392$:

$$\varphi_a = 0,88687 + \frac{\lambda/\lambda_S}{1,22162} - \frac{\lambda^2/\lambda_S^2}{0,71406^2} + \frac{\lambda^3/\lambda_S^3}{0,93342^3} - \frac{\lambda^4/\lambda_S^4}{1,29255^4} + \frac{\lambda^5/\lambda_S^5}{1,81737^5} - \frac{\lambda^6/\lambda_S^6}{2,66812^6}$$

⇒

$$\varphi_a = 0,88687 + \frac{\lambda}{113,52461} - \frac{\lambda^2}{66,35728^2} + \frac{\lambda^3}{86,74231^3} - \frac{\lambda^4}{120,11611^4} + \frac{\lambda^5}{168,8874^5} - \frac{\lambda^6}{247,94723^6}$$

⇒



Im Bereich $\lambda \leq 50$ ist mit größeren Abweichungen zu rechnen.

4.4.2 $\sigma_F = 240\text{Nmm}^{-2}$, Kennlinie – b

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	λ
10	1,000	,997	,994	,991	,987	,984	,981	,978	,975	,972	10
20	,968	,965	,962	,959	,955	,952	,949	,945	,942	,939	20
30	,935	,932	,928	,925	,921	,918	,914	,910	,907	,903	30
40	,899	,895	,891	,887	,883	,879	,875	,871	,866	,862	40
50	,857	,853	,848	,844	,839	,834	,829	,824	,819	,814	50
60	,809	,804	,799	,793	,788	,782	,777	,771	,765	,759	60
70	,753	,747	,741	,735	,729	,723	,716	,710	,704	,697	70
80	,691	,684	,677	,671	,664	,657	,651	,644	,637	,631	80
90	,624	,617	,611	,604	,597	,590	,584	,577	,571	,564	90
100	,558	,551	,545	,538	,532	,526	,519	,513	,507	,501	100
110	,495	,489	,483	,477	,472	,466	,460	,455	,449	,444	110
120	,439	,433	,428	,423	,418	,413	,408	,403	,398	,394	120
130	,389	,384	,380	,375	,371	,367	,362	,358	,354	,350	130
140	,346	,342	,338	,334	,330	,327	,323	,319	,316	,312	140
150	,309	,305	,302	,299	,295	,292	,289	,286	,283	,280	150
160	,277	,274	,271	,268	,265	,263	,260	,257	,254	,252	160
170	,249	,247	,244	,242	,239	,237	,234	,232	,230	,228	170
180	,225	,223	,221	,219	,217	,215	,213	,211	,209	,207	180
190	,205	,203	,201	,199	,197	,195	,193	,192	,190	,188	190
200	,187	,185	,183	,182	,180	,178	,177	,175	,174	,172	200
210	,171	,169	,168	,166	,165	,163	,162	,161	,159	,158	210
220	,157	,155	,154	,153	,152	,150	,149	,148	,147	,145	220
230	,144	,143	,142	,141	,140	,139	,138	,137	,135	,134	230
240	,133	,132	,131	,130	,129	,128	,127	,126	,125	,124	240
250	,124	,123	,122	,121	,120	,119	,118	,117	,116	,116	250
260	,115	,114	,113	,112	,112	,111	,110	,109	,108	,108	260
270	,107	,106	,105	,105	,104	,103	,103	,102	,101	,101	270
280	,100	,099	,099	,098	,097	,097	,096	,095	,095	,094	280
290	,093	,093	,092	,092	,091	,090	,090	,089	,089	,088	290
300	,088										300

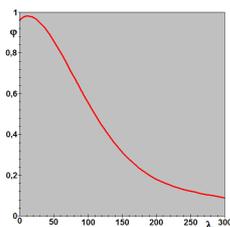
7)

⁷Aus Abschnitt 4.3 und mit $\lambda_S = 92,92956392$:

$$\varphi_b = 0,9614 + \frac{\lambda/\lambda_S}{3,22501} - \frac{\lambda^2/\lambda_S^2}{0,86174^2} + \frac{\lambda^3/\lambda_S^3}{1,03053^3} - \frac{\lambda^4/\lambda_S^4}{1,37746^4} + \frac{\lambda^5/\lambda_S^5}{1,89919^5} - \frac{\lambda^6/\lambda_S^6}{2,75272^6}$$

$$\Rightarrow \varphi_b = 0,9614 + \frac{\lambda}{299,69877} - \frac{\lambda^2}{80,08112^2} + \frac{\lambda^3}{95,7667^3} - \frac{\lambda^4}{128,00676^4} + \frac{\lambda^5}{176,4909^5} - \frac{\lambda^6}{255,80907^6}$$

$$\Rightarrow$$



Im Bereich $\lambda \leq 50$ ist mit größeren Abweichungen zu rechnen.

4.4.3 $\sigma_F = 240\text{Nmm}^{-2}$, Kennlinie – c

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	λ
10	1,000	,995	,991	,986	,982	,977	,973	,968	,964	,959	10
20	,955	,950	,946	,941	,936	,932	,927	,923	,918	,913	20
30	,909	,904	,899	,895	,890	,885	,880	,875	,870	,865	30
40	,860	,855	,850	,845	,840	,835	,830	,824	,819	,814	40
50	,808	,803	,797	,792	,786	,780	,775	,769	,763	,757	50
60	,751	,745	,739	,733	,727	,721	,715	,709	,703	,697	60
70	,690	,684	,678	,672	,665	,659	,653	,646	,640	,634	70
80	,627	,621	,614	,608	,602	,595	,589	,583	,577	,570	80
90	,564	,558	,552	,546	,540	,534	,528	,522	,516	,510	90
100	,504	,498	,493	,487	,482	,476	,471	,465	,460	,454	100
110	,449	,444	,439	,434	,429	,424	,419	,414	,409	,405	110
120	,400	,395	,391	,386	,382	,377	,373	,369	,365	,361	120
130	,357	,353	,349	,345	,341	,337	,333	,330	,326	,322	130
140	,319	,315	,312	,308	,305	,302	,299	,295	,292	,289	140
150	,286	,283	,280	,277	,274	,271	,268	,266	,263	,260	150
160	,258	,255	,252	,250	,247	,245	,242	,240	,238	,235	160
170	,233	,231	,228	,226	,224	,222	,220	,217	,215	,213	170
180	,211	,209	,207	,205	,204	,202	,200	,198	,196	,194	180
190	,193	,191	,189	,187	,186	,184	,182	,181	,179	,178	190
200	,176	,175	,173	,172	,170	,169	,167	,166	,164	,163	200
210	,162	,160	,159	,158	,156	,155	,154	,152	,151	,150	210
220	,149	,147	,146	,145	,144	,143	,142	,141	,139	,138	220
230	,137	,136	,135	,134	,133	,132	,131	,130	,129	,128	230
240	,127	,126	,125	,124	,123	,122	,122	,121	,120	,119	240
250	,118	,117	,116	,115	,115	,114	,113	,112	,111	,111	250
260	,110	,109	,108	,108	,107	,106	,105	,105	,104	,103	260
270	,102	,102	,101	,100	,100	,099	,098	,098	,097	,096	270
280	,096	,095	,095	,094	,093	,093	,092	,092	,091	,090	280
290	,090	,089	,089	,088	,088	,087	,086	,086	,085	,085	290
300	,084										300

8)

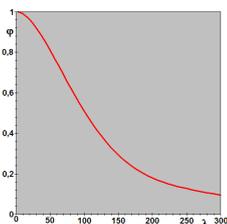
⁸Aus Abschnitt 4.3 und mit $\lambda_S = 92,92956392$:

$$\varphi_c = 1,00093 + \frac{\lambda/\lambda_S}{744,6704} - \frac{\lambda^2/\lambda_S^2}{0,99634^2} + \frac{\lambda^3/\lambda_S^3}{1,09104^3} - \frac{\lambda^4/\lambda_S^4}{1,4114^4} + \frac{\lambda^5/\lambda_S^5}{1,91167^5} - \frac{\lambda^6/\lambda_S^6}{2,73925^6}$$

⇒

$$\varphi_c = 1,00093 + \frac{\lambda}{6.9201,8955} - \frac{\lambda^2}{92,58944^2} + \frac{\lambda^3}{101,38987^3} - \frac{\lambda^4}{131,16079^4} + \frac{\lambda^5}{177,65066^5} - \frac{\lambda^6}{254,55731^6}$$

⇒



Im Bereich $\lambda \leq 50$ ist mit größeren Abweichungen zu rechnen.

4.4.4 $\sigma_F = 300\text{Nmm}^{-2}$, Kennlinie – a

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	λ
10	1,000	1,000	1,000	1,000	,999	,996	,994	,992	,989	,987	10
20	,985	,982	,980	,977	,975	,972	,970	,967	,965	,962	20
30	,959	,957	,954	,951	,948	,945	,942	,939	,936	,933	30
40	,930	,926	,923	,919	,916	,912	,908	,904	,900	,896	40
50	,892	,888	,883	,879	,874	,869	,865	,859	,854	,849	50
60	,843	,838	,832	,826	,820	,813	,807	,800	,793	,787	60
70	,779	,772	,765	,757	,750	,742	,734	,726	,718	,710	70
80	,702	,693	,685	,677	,668	,660	,651	,643	,634	,626	80
90	,617	,609	,601	,592	,584	,576	,568	,560	,552	,544	90
100	,536	,529	,521	,514	,506	,499	,492	,485	,478	,471	100
110	,434	,428	,421	,414	,408	,402	,396	,390	,384	,378	110
120	,403	,397	,392	,386	,381	,376	,371	,366	,361	,356	120
130	,351	,346	,342	,337	,333	,329	,324	,320	,316	,312	130
140	,308	,304	,300	,297	,293	,289	,286	,282	,279	,275	140
150	,272	,269	,266	,262	,259	,256	,253	,250	,247	,244	150
160	,242	,239	,236	,234	,231	,228	,226	,223	,221	,218	160
170	,216	,214	,211	,209	,207	,205	,202	,200	,198	,196	170
180	,194	,192	,190	,188	,186	,184	,182	,181	,179	,177	180
190	,175	,174	,172	,170	,169	,167	,165	,164	,162	,161	190
200	,159	,158	,156	,155	,153	,152	,150	,149	,148	,146	200
210	,145	,144	,142	,141	,140	,139	,137	,136	,135	,134	210
220	,133	,132	,130	,129	,128	,127	,126	,125	,124	,123	220
230	,122	,121	,120	,119	,118	,117	,116	,115	,114	,113	230
240	,112	,111	,110	,110	,109	,108	,107	,106	,105	,105	240
250	,104	,103	,102	,101	,101	,100	,099	,098	,098	,097	250
260	,096	,095	,095	,094	,093	,093	,092	,091	,091	,090	260
270	,089	,089	,088	,088	,087	,086	,086	,085	,085	,084	270
280	,083	,083	,082	,082	,081	,081	,080	,079	,079	,078	280
290	,078	,077	,077	,076	,076	,075	,075	,074	,074	,073	290
300	,073										300

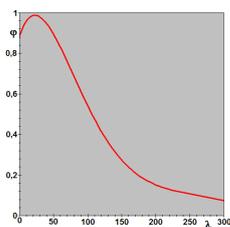
9)

⁹Aus Abschnitt 4.3 und mit $\lambda_S = 83, 11872882$:

$$\varphi_a = 0,88687 + \frac{\lambda/\lambda_S}{1,22162} - \frac{\lambda^2/\lambda_S^2}{0,71406^2} + \frac{\lambda^3/\lambda_S^3}{0,93342^3} - \frac{\lambda^4/\lambda_S^4}{1,29255^4} + \frac{\lambda^5/\lambda_S^5}{1,81737^5} - \frac{\lambda^6/\lambda_S^6}{2,66812^6}$$

$$\Rightarrow \varphi_a = 0,88687 + \frac{\lambda}{101,5395} - \frac{\lambda^2}{59,35176^2} + \frac{\lambda^3}{77,58468^3} - \frac{\lambda^4}{107,43511^4} + \frac{\lambda^5}{151,05748^5} - \frac{\lambda^6}{221,77074^6}$$

$$\Rightarrow$$



Im Bereich $\lambda \leq 50$ ist mit größeren Abweichungen zu rechnen.

4.4.5 $\sigma_F = 300\text{Nmm}^{-2}$, Kennlinie – b

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	λ
10	,996	,993	,989	,986	,982	,979	,975	,971	,968	,964	10
20	,961	,957	,953	,950	,946	,942	,938	,935	,931	,927	20
30	,923	,919	,915	,911	,906	,902	,898	,894	,889	,885	30
40	,880	,875	,871	,866	,861	,856	,851	,846	,841	,835	40
50	,830	,824	,819	,813	,807	,801	,795	,789	,783	,777	50
60	,770	,764	,757	,751	,744	,737	,730	,723	,716	,709	60
70	,702	,695	,687	,680	,673	,665	,658	,650	,643	,635	70
80	,628	,620	,613	,605	,598	,590	,583	,575	,568	,561	80
90	,553	,546	,539	,532	,525	,518	,511	,504	,498	,491	90
100	,484	,478	,471	,465	,459	,453	,447	,441	,435	,429	100
110	,423	,417	,412	,406	,401	,396	,390	,385	,380	,375	110
120	,370	,365	,361	,356	,351	,347	,342	,338	,334	,330	120
130	,325	,321	,317	,313	,309	,306	,302	,298	,294	,291	130
140	,287	,284	,281	,277	,274	,271	,267	,264	,261	,258	140
150	,255	,252	,249	,247	,244	,241	,238	,236	,233	,230	150
160	,228	,225	,223	,220	,218	,216	,213	,211	,209	,207	160
170	,204	,202	,200	,198	,196	,194	,192	,190	,188	,186	170
180	,184	,183	,181	,179	,177	,175	,174	,172	,170	,169	180
190	,167	,165	,164	,162	,161	,159	,158	,156	,155	,153	190
200	,152	,151	,149	,148	,147	,145	,144	,143	,141	,140	200
210	,139	,138	,136	,135	,134	,133	,132	,131	,130	,128	210
220	,127	,126	,125	,124	,123	,122	,121	,120	,119	,118	220
230	,117	,116	,115	,114	,113	,113	,112	,111	,110	,109	230
240	,108	,107	,107	,106	,105	,104	,103	,102	,102	,101	240
250	,100	,099	,099	,098	,097	,096	,096	,095	,094	,094	250
260	,093	,092	,092	,091	,090	,090	,089	,088	,088	,087	260
270	,087	,086	,085	,085	,084	,084	,083	,082	,082	,081	270
280	,081	,080	,080	,079	,079	,078	,078	,077	,077	,076	280
290	,076	,075	,075	,074	,074	,073	,073	,072	,072	,071	290
300	,071										300

10)

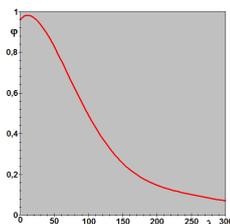
¹⁰Aus Abschnitt 4.3 und mit $\lambda_S = 83, 11872882$:

$$\varphi_b = 0,9614 + \frac{\lambda/\lambda_S}{3,22501} - \frac{\lambda^2/\lambda_S^2}{0,86174^2} + \frac{\lambda^3/\lambda_S^3}{1,03053^3} - \frac{\lambda^4/\lambda_S^4}{1,37746^4} + \frac{\lambda^5/\lambda_S^5}{1,89919^5} - \frac{\lambda^6/\lambda_S^6}{2,75272^6}$$

⇒

$$\varphi_b = 0,9614 + \frac{\lambda}{268,05873} - \frac{\lambda^2}{71,62673^2} + \frac{\lambda^3}{85,65634^3} - \frac{\lambda^4}{114,49272^4} + \frac{\lambda^5}{157,85826^5} - \frac{\lambda^6}{228,80259^6}$$

⇒



Im Bereich $\lambda \leq 50$ ist mit größeren Abweichungen zu rechnen.

4.4.6 $\sigma_F = 300\text{Nmm}^{-2}$, Kennlinie – c

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	λ
10	,995	,989	,984	,979	,974	,969	,964	,959	,954	,949	10
20	,944	,939	,934	,929	,923	,918	,913	,908	,903	,897	20
30	,892	,887	,881	,876	,870	,865	,859	,854	,848	,842	30
40	,836	,830	,825	,819	,813	,806	,800	,794	,788	,782	40
50	,775	,769	,762	,756	,749	,743	,736	,729	,722	,715	50
60	,709	,702	,695	,688	,681	,674	,667	,660	,652	,645	60
70	,638	,631	,624	,617	,610	,603	,596	,589	,582	,575	70
80	,568	,561	,554	,547	,540	,534	,527	,520	,514	,507	80
90	,501	,494	,488	,482	,475	,469	,463	,457	,451	,446	90
100	,440	,434	,429	,423	,418	,412	,407	,402	,396	,391	100
110	,386	,381	,377	,372	,367	,362	,358	,353	,349	,344	110
120	,340	,336	,332	,328	,324	,320	,316	,312	,308	,304	120
130	,301	,297	,293	,290	,287	,283	,280	,277	,273	,270	130
140	,267	,264	,261	,258	,255	,252	,249	,246	,244	,241	140
150	,238	,236	,233	,230	,228	,225	,223	,221	,218	,216	150
160	,214	,211	,209	,207	,205	,203	,201	,198	,196	,194	160
170	,192	,190	,189	,187	,185	,183	,181	,179	,178	,176	170
180	,174	,172	,171	,169	,168	,166	,164	,163	,161	,160	180
190	,158	,157	,155	,154	,153	,151	,150	,148	,147	,146	190
200	,144	,143	,142	,141	,139	,138	,137	,136	,135	,133	200
210	,132	,131	,130	,129	,128	,127	,126	,125	,124	,123	210
220	,122	,121	,120	,119	,118	,117	,116	,115	,114	,113	220
230	,112	,111	,110	,109	,109	,108	,107	,106	,105	,104	230
240	,104	,103	,102	,101	,101	,100	,099	,098	,098	,097	240
250	,096	,095	,095	,094	,093	,093	,092	,091	,091	,090	250
260	,089	,089	,088	,088	,087	,086	,086	,085	,085	,084	260
270	,083	,083	,082	,082	,081	,081	,080	,079	,079	,078	270
280	,078	,077	,077	,076	,076	,075	,075	,074	,074	,073	280
290	,073	,072	,072	,072	,071	,071	,070	,070	,069	,069	290
300	,068										300

11)

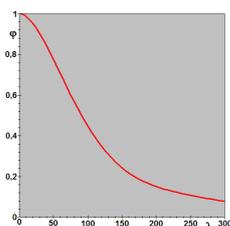
¹¹Aus Abschnitt 4.3 und mit $\lambda_S = 83, 11872882$:

$$\varphi_c = 1,00093 + \frac{\lambda/\lambda_S}{744,6704} - \frac{\lambda^2/\lambda_S^2}{0,99634^2} + \frac{\lambda^3/\lambda_S^3}{1,09104^3} - \frac{\lambda^4/\lambda_S^4}{1,4114^4} + \frac{\lambda^5/\lambda_S^5}{1,91167^5} - \frac{\lambda^6/\lambda_S^6}{2,73925^6}$$

⇒

$$\varphi_c = 1,00093 + \frac{\lambda}{6.1896,05704} - \frac{\lambda^2}{82,81451^2} + \frac{\lambda^3}{90,68586^3} - \frac{\lambda^4}{117,31377^4} + \frac{\lambda^5}{158,89558^5} - \frac{\lambda^6}{227,68298^6}$$

⇒



Im Bereich $\lambda \leq 50$ ist mit größeren Abweichungen zu rechnen.

4.4.7 $\sigma_F = 360\text{Nmm}^{-2}$, Kennlinie – a

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	λ
10	1,000	1,000	1,000	,998	,996	,993	,990	,988	,985	,983	10
20	,980	,977	,975	,972	,969	,966	,963	,960	,958	,954	20
30	,951	,948	,945	,942	,938	,935	,931	,928	,924	,920	30
40	,916	,912	,908	,904	,900	,895	,891	,886	,881	,876	40
50	,871	,865	,860	,854	,848	,842	,836	,829	,823	,816	50
60	,809	,801	,794	,786	,779	,771	,763	,754	,746	,737	60
70	,729	,720	,711	,702	,693	,684	,674	,665	,656	,647	70
80	,637	,628	,619	,610	,600	,591	,582	,573	,565	,556	80
90	,547	,539	,530	,522	,514	,506	,498	,490	,482	,475	90
100	,467	,460	,453	,446	,439	,432	,425	,419	,412	,406	100
110	,400	,394	,388	,382	,376	,371	,365	,360	,355	,349	110
120	,344	,339	,335	,330	,325	,320	,316	,312	,307	,303	120
130	,299	,295	,291	,287	,283	,279	,275	,272	,268	,265	130
140	,261	,258	,255	,251	,248	,245	,242	,239	,236	,233	140
150	,230	,227	,224	,222	,219	,216	,214	,211	,209	,206	150
160	,204	,202	,199	,197	,195	,193	,190	,188	,186	,184	160
170	,182	,180	,178	,176	,174	,172	,171	,169	,167	,165	170
180	,163	,162	,160	,158	,157	,155	,154	,152	,150	,149	180
190	,147	,146	,145	,143	,142	,140	,139	,138	,136	,135	190
200	,134	,132	,131	,130	,129	,128	,126	,125	,124	,123	200
210	,122	,121	,120	,119	,117	,116	,115	,114	,113	,112	210
220	,111	,110	,109	,108	,108	,107	,106	,105	,104	,103	220
230	,102	,101	,101	,100	,099	,098	,097	,096	,096	,095	230
240	,094	,093	,093	,092	,091	,090	,090	,089	,088	,088	240
250	,087	,086	,086	,085	,084	,084	,083	,082	,082	,081	250
260	,081	,080	,079	,079	,078	,078	,077	,077	,076	,075	260
270	,075	,074	,074	,073	,073	,072	,072	,071	,071	,070	270
280	,070	,069	,069	,068	,068	,067	,067	,067	,066	,066	280
290	,065	,065	,064	,064	,063	,063	,063	,062	,062	,061	290
300	,061										300

12)

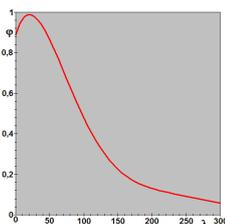
¹²Aus Abschnitt 4.3 und mit $\lambda_S = 75,87667121$:

$$\varphi_a = 0,88687 + \frac{\lambda/\lambda_S}{1,22162} - \frac{\lambda^2/\lambda_S^2}{0,71406^2} + \frac{\lambda^3/\lambda_S^3}{0,93342^3} - \frac{\lambda^4/\lambda_S^4}{1,29255^4} + \frac{\lambda^5/\lambda_S^5}{1,81737^5} - \frac{\lambda^6/\lambda_S^6}{2,66812^6}$$

⇒

$$\varphi_a = 0,88687 + \frac{\lambda}{92,69246} - \frac{\lambda^2}{54,18054^2} + \frac{\lambda^3}{70,8248^3} - \frac{\lambda^4}{98,07439^4} + \frac{\lambda^5}{137,89599^5} - \frac{\lambda^6}{202,44806^6}$$

⇒



Im Bereich $\lambda \leq 50$ ist mit größeren Abweichungen zu rechnen.

4.4.8 $\sigma_F = 360\text{Nmm}^{-2}$, Kennlinie – b

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	λ
10	,993	,989	,985	,981	,977	,974	,970	,966	,962	,958	10
20	,954	,950	,946	,941	,937	,933	,929	,925	,920	,916	20
30	,911	,907	,902	,897	,892	,888	,883	,878	,872	,867	30
40	,862	,856	,851	,845	,840	,834	,828	,822	,815	,809	40
50	,803	,796	,789	,783	,776	,769	,762	,754	,747	,740	50
60	,732	,724	,717	,709	,701	,693	,685	,677	,669	,661	60
70	,653	,644	,636	,628	,620	,611	,603	,595	,587	,579	70
80	,571	,563	,555	,547	,539	,531	,524	,516	,508	,501	80
90	,494	,486	,479	,472	,465	,458	,452	,445	,439	,432	90
100	,426	,419	,413	,407	,401	,396	,390	,384	,379	,373	100
110	,368	,363	,357	,352	,347	,343	,338	,333	,328	,324	110
120	,319	,315	,311	,307	,302	,298	,294	,290	,287	,283	120
130	,279	,276	,272	,268	,265	,262	,258	,255	,252	,249	130
140	,246	,242	,239	,237	,234	,231	,228	,225	,223	,220	140
150	,217	,215	,212	,210	,207	,205	,203	,200	,198	,196	150
160	,194	,191	,189	,187	,185	,183	,181	,179	,177	,175	160
170	,173	,171	,170	,168	,166	,164	,163	,161	,159	,158	170
180	,156	,154	,153	,151	,150	,148	,147	,145	,144	,143	180
190	,141	,140	,139	,137	,136	,135	,133	,132	,131	,130	190
200	,128	,127	,126	,125	,124	,123	,121	,120	,119	,118	200
210	,117	,116	,115	,114	,113	,112	,111	,110	,109	,108	210
220	,107	,106	,106	,105	,104	,103	,102	,101	,100	,100	220
230	,099	,098	,097	,096	,096	,095	,094	,093	,093	,092	230
240	,091	,090	,090	,089	,088	,088	,087	,086	,086	,085	240
250	,084	,084	,083	,082	,082	,081	,081	,080	,079	,079	250
260	,078	,078	,077	,077	,076	,075	,075	,074	,074	,073	260
270	,073	,072	,072	,071	,071	,070	,070	,069	,069	,068	270
280	,068	,067	,067	,066	,066	,066	,065	,065	,064	,064	280
290	,063	,063	,063	,062	,062	,061	,061	,061	,060	,060	290
300	,059										300

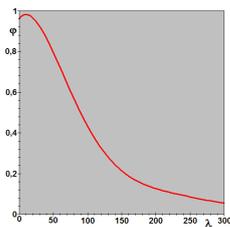
13)

¹³Aus Abschnitt 4.3 und mit $\lambda_S = 75, 87667121$:

$$\varphi_b = 0,9614 + \frac{\lambda/\lambda_S}{3,22501} - \frac{\lambda^2/\lambda_S^2}{0,86174^2} + \frac{\lambda^3/\lambda_S^3}{1,03053^3} - \frac{\lambda^4/\lambda_S^4}{1,37746^4} + \frac{\lambda^5/\lambda_S^5}{1,89919^5} - \frac{\lambda^6/\lambda_S^6}{2,75272^6}$$

$$\Rightarrow \varphi_b = 0,9614 + \frac{\lambda}{244,70302} - \frac{\lambda^2}{65,38596^2} + \frac{\lambda^3}{78,19319^3} - \frac{\lambda^4}{104,51708^4} + \frac{\lambda^5}{144,10422^5} - \frac{\lambda^6}{208,86723^6}$$

$$\Rightarrow$$

Im Bereich $\lambda \leq 50$ ist mit größeren Abweichungen zu rechnen.

4.4.9 $\sigma_F = 360\text{Nmm}^{-2}$, Kennlinie – c

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	λ
10	,990	,984	,979	,973	,968	,962	,956	,951	,945	,940	10
20	,934	,929	,923	,917	,912	,906	,900	,894	,888	,882	20
30	,877	,871	,864	,858	,852	,846	,840	,833	,827	,820	30
40	,814	,807	,800	,793	,787	,780	,773	,766	,758	,751	40
50	,744	,737	,729	,722	,714	,707	,699	,692	,684	,676	50
60	,669	,661	,653	,645	,637	,630	,622	,614	,606	,599	60
70	,591	,583	,576	,568	,560	,553	,545	,538	,531	,523	70
80	,516	,509	,502	,495	,488	,481	,474	,468	,461	,454	80
90	,448	,442	,435	,429	,423	,417	,411	,405	,400	,394	90
100	,389	,383	,378	,373	,367	,362	,357	,352	,347	,343	100
110	,338	,333	,329	,324	,320	,316	,312	,307	,303	,299	110
120	,295	,292	,288	,284	,280	,277	,273	,270	,266	,263	120
130	,260	,256	,253	,250	,247	,244	,241	,238	,235	,232	130
140	,230	,227	,224	,221	,219	,216	,214	,211	,209	,206	140
150	,204	,202	,199	,197	,195	,193	,191	,189	,187	,184	150
160	,182	,180	,179	,177	,175	,173	,171	,169	,167	,166	160
170	,164	,162	,161	,159	,157	,156	,154	,153	,151	,150	170
180	,148	,147	,145	,144	,142	,141	,140	,138	,137	,136	180
190	,134	,133	,132	,131	,129	,128	,127	,126	,125	,124	190
200	,122	,121	,120	,119	,118	,117	,116	,115	,114	,113	200
210	,112	,111	,110	,109	,108	,107	,106	,105	,105	,104	210
220	,103	,102	,101	,100	,100	,099	,098	,097	,096	,096	220
230	,095	,094	,093	,093	,092	,091	,090	,090	,089	,088	230
240	,088	,087	,086	,086	,085	,084	,084	,083	,082	,082	240
250	,081	,081	,080	,079	,079	,078	,078	,077	,077	,076	250
260	,075	,075	,074	,074	,073	,073	,072	,072	,071	,071	260
270	,070	,070	,069	,069	,068	,068	,067	,067	,067	,066	270
280	,066	,065	,065	,064	,064	,063	,063	,063	,062	,062	280
290	,061	,061	,061	,060	,060	,059	,059	,059	,058	,058	290
300	,058										300

14)

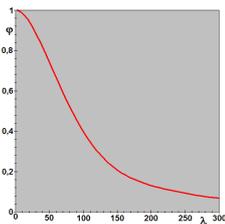
¹⁴Aus Abschnitt 4.3 und mit $\lambda_S = 75,87667121$:

$$\varphi_c = 1,00093 + \frac{\lambda/\lambda_S}{744,6704} - \frac{\lambda^2/\lambda_S^2}{0,99634^2} + \frac{\lambda^3/\lambda_S^3}{1,09104^3} - \frac{\lambda^4/\lambda_S^4}{1,4114^4} + \frac{\lambda^5/\lambda_S^5}{1,91167^5} - \frac{\lambda^6/\lambda_S^6}{2,73925^6}$$

⇒

$$\varphi_c = 1,00093 + \frac{\lambda}{5,6503,1111} - \frac{\lambda^2}{75,59896^2} + \frac{\lambda^3}{82,78448^3} - \frac{\lambda^4}{107,09233^4} + \frac{\lambda^5}{145,05116^5} - \frac{\lambda^6}{207,84517^6}$$

⇒



Im Bereich $\lambda \leq 50$ ist mit größeren Abweichungen zu rechnen.

4.4.10 $\sigma_F = 450\text{Nmm}^{-2}$, Kennlinie – a

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	λ
10	1,000	1,000	,997	,994	,991	,988	,986	,983	,980	,977	10
20	,974	,971	,967	,964	,961	,958	,954	,951	,947	,944	20
30	,940	,936	,932	,928	,924	,920	,915	,911	,906	,901	30
40	,896	,891	,886	,880	,875	,869	,863	,857	,850	,843	40
50	,836	,829	,822	,814	,806	,798	,789	,781	,772	,763	50
60	,754	,744	,735	,725	,715	,705	,695	,684	,674	,664	60
70	,653	,643	,633	,622	,612	,602	,592	,582	,572	,562	70
80	,552	,542	,533	,524	,514	,505	,497	,488	,479	,471	80
90	,463	,455	,447	,439	,431	,424	,417	,410	,403	,396	90
100	,389	,383	,376	,370	,364	,358	,352	,346	,341	,335	100
110	,330	,325	,319	,314	,310	,305	,300	,295	,291	,287	110
120	,282	,278	,274	,270	,266	,262	,258	,255	,251	,247	120
130	,244	,240	,237	,234	,231	,227	,224	,221	,218	,215	130
140	,213	,210	,207	,204	,202	,199	,197	,194	,192	,189	140
150	,187	,184	,182	,180	,178	,176	,173	,171	,169	,167	150
160	,165	,163	,162	,160	,158	,156	,154	,152	,151	,149	160
170	,147	,146	,144	,143	,141	,139	,138	,136	,135	,134	170
180	,132	,131	,129	,128	,127	,125	,124	,123	,122	,120	180
190	,119	,118	,117	,116	,114	,113	,112	,111	,110	,109	190
200	,108	,107	,106	,105	,104	,103	,102	,101	,100	,099	200
210	,098	,097	,096	,096	,095	,094	,093	,092	,091	,091	210
220	,090	,089	,088	,087	,087	,086	,085	,085	,084	,083	220
230	,082	,082	,081	,080	,080	,079	,078	,078	,077	,076	230
240	,070	,075	,075	,074	,073	,073	,072	,072	,071	,071	240
250	,070	,070	,069	,068	,068	,067	,067	,066	,066	,065	250
260	,065	,064	,064	,063	,063	,063	,062	,062	,061	,061	260
270	,060	,060	,059	,059	,059	,058	,058	,057	,057	,057	270
280	,056	,056	,055	,055	,055	,054	,054	,054	,053	,053	280
290	,052	,052	,052	,051	,051	,051	,050	,050	,050	,049	290
300	,049										300

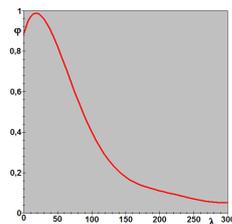
15)

¹⁵Aus Abschnitt 4.3 und mit $\lambda_S = 67,86615789$:

$$\varphi_a = 0,88687 + \frac{\lambda/\lambda_S}{1,22162} - \frac{\lambda^2/\lambda_S^2}{0,71406^2} + \frac{\lambda^3/\lambda_S^3}{0,93342^3} - \frac{\lambda^4/\lambda_S^4}{1,29255^4} + \frac{\lambda^5/\lambda_S^5}{1,81737^5} - \frac{\lambda^6/\lambda_S^6}{2,66812^6}$$

$$\Rightarrow \varphi_a = 0,88687 + \frac{\lambda}{82,90666} - \frac{\lambda^2}{48,46051^2} + \frac{\lambda^3}{63,34763^3} - \frac{\lambda^4}{87,7204^4} + \frac{\lambda^5}{411,0274^5} - \frac{\lambda^6}{181,07505^6}$$

$$\Rightarrow$$



Im Bereich $\lambda \leq 50$ ist mit größeren Abweichungen zu rechnen.

4.4.11 $\sigma_F = 450\text{Nmm}^{-2}$, Kennlinie – b

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	λ
10	,988	,984	,980	,975	,971	,967	,962	,958	,953	,949	10
20	,944	,939	,935	,930	,925	,920	,915	,910	,905	,900	20
30	,895	,889	,884	,878	,872	,867	,861	,854	,848	,842	30
40	,835	,829	,822	,815	,808	,801	,793	,786	,778	,770	40
50	,762	,754	,746	,738	,729	,721	,712	,703	,694	,685	50
60	,676	,667	,658	,649	,640	,631	,621	,612	,603	,594	60
70	,585	,576	,567	,558	,549	,540	,531	,523	,514	,506	70
80	,498	,490	,482	,474	,466	,458	,451	,443	,436	,429	80
90	,422	,415	,408	,402	,395	,389	,382	,376	,370	,364	90
100	,358	,353	,347	,342	,336	,331	,326	,321	,316	,311	100
110	,307	,302	,298	,293	,289	,284	,280	,276	,272	,268	110
120	,264	,261	,257	,253	,250	,246	,243	,239	,236	,233	120
130	,230	,227	,224	,221	,218	,215	,212	,209	,207	,204	130
140	,201	,199	,196	,194	,191	,189	,187	,184	,182	,180	140
150	,178	,176	,173	,171	,169	,167	,165	,163	,162	,160	150
160	,158	,156	,154	,153	,151	,149	,148	,146	,144	,143	160
170	,141	,140	,138	,137	,135	,134	,132	,131	,130	,128	170
180	,127	,126	,124	,123	,122	,121	,119	,118	,117	,116	180
190	,115	,114	,112	,111	,110	,109	,108	,107	,106	,105	190
200	,104	,103	,102	,101	,100	,099	,098	,098	,097	,096	200
210	,095	,094	,093	,092	,092	,091	,090	,089	,088	,088	210
220	,087	,086	,085	,085	,084	,083	,083	,082	,081	,081	220
230	,080	,079	,079	,078	,077	,077	,076	,075	,075	,074	230
240	,074	,073	,072	,072	,071	,071	,070	,070	,069	,069	240
250	,068	,068	,067	,067	,066	,066	,065	,065	,064	,064	250
260	,063	,063	,062	,062	,061	,061	,060	,060	,060	,059	260
270	,059	,058	,058	,058	,057	,057	,056	,056	,056	,055	270
280	,055	,054	,054	,054	,053	,053	,053	,052	,052	,052	280
290	,051	,051	,051	,050	,050	,050	,049	,049	,049	,048	290
300	,048										300

16)

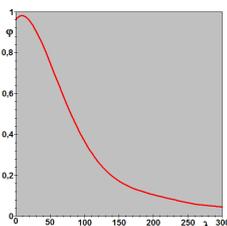
¹⁶Aus Abschnitt 4.3 und mit $\lambda_S = 67,86615789$:

$$\varphi_b = 0,9614 + \frac{\lambda/\lambda_S}{3,22501} - \frac{\lambda^2/\lambda_S^2}{0,86174^2} + \frac{\lambda^3/\lambda_S^3}{1,03053^3} - \frac{\lambda^4/\lambda_S^4}{1,37746^4} + \frac{\lambda^5/\lambda_S^5}{1,89919^5} - \frac{\lambda^6/\lambda_S^6}{2,75272^6}$$

⇒

$$\varphi_b = 0,9614 + \frac{\lambda}{218,86904} - \frac{\lambda^2}{58,48298^2} + \frac{\lambda^3}{69,93811^3} - \frac{\lambda^4}{93,48292^4} + \frac{\lambda^5}{128,89073^5} - \frac{\lambda^6}{186,81653^6}$$

⇒



Im Bereich $\lambda \leq 50$ ist mit größeren Abweichungen zu rechnen.

4.4.12 $\sigma_F = 450\text{Nmm}^{-2}$, Kennlinie – c

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	λ
10	,983	,977	,971	,965	,958	,952	,946	,940	,933	,927	10
20	,921	,915	,908	,902	,895	,889	,882	,875	,869	,862	20
30	,855	,848	,841	,834	,827	,819	,812	,805	,797	,789	30
40	,782	,774	,766	,758	,750	,742	,734	,725	,717	,708	40
50	,700	,691	,683	,674	,666	,657	,648	,640	,631	,622	50
60	,613	,605	,596	,587	,579	,570	,562	,553	,545	,537	60
70	,529	,520	,512	,504	,497	,489	,481	,474	,466	,459	70
80	,452	,444	,437	,430	,424	,417	,410	,404	,398	,391	80
90	,385	,379	,373	,367	,362	,356	,351	,345	,340	,335	90
100	,330	,325	,320	,315	,310	,306	,301	,297	,293	,288	100
110	,284	,280	,276	,272	,268	,264	,261	,257	,253	,250	110
120	,246	,243	,240	,237	,233	,230	,227	,224	,221	,218	120
130	,215	,213	,210	,207	,205	,202	,199	,197	,194	,192	130
140	,190	,187	,185	,183	,180	,178	,176	,174	,172	,170	140
150	,168	,166	,164	,162	,160	,159	,157	,155	,153	,151	150
160	,150	,148	,146	,145	,143	,142	,140	,139	,137	,136	160
170	,134	,133	,132	,130	,129	,127	,126	,125	,124	,122	170
180	,121	,120	,119	,118	,116	,115	,114	,113	,112	,111	180
190	,110	,109	,108	,107	,106	,105	,104	,103	,102	,101	190
200	,100	,099	,098	,097	,096	,095	,095	,094	,093	,092	200
210	,091	,090	,090	,089	,088	,087	,087	,086	,085	,084	210
220	,084	,083	,082	,082	,081	,080	,080	,079	,078	,078	220
230	,077	,076	,076	,075	,075	,074	,073	,073	,072	,072	230
240	,071	,071	,070	,069	,069	,068	,068	,067	,067	,066	240
250	,066	,065	,065	,064	,064	,063	,063	,063	,062	,062	250
260	,061	,061	,060	,060	,059	,059	,059	,058	,058	,057	260
270	,057	,057	,056	,056	,055	,055	,055	,054	,054	,054	270
280	,053	,053	,052	,052	,052	,051	,051	,051	,050	,050	280
290	,050	,049	,049	,049	,048	,048	,048	,048	,047	,047	290
300	,047										300

17)

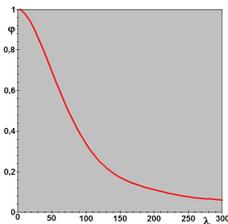
L^AT_EX 2_ε

¹⁷Aus Abschnitt 4.3 und mit $\lambda_S = 67,86615789$:

$$\varphi_c = 1,00093 + \frac{\lambda/\lambda_S}{744,6704} - \frac{\lambda^2/\lambda_S^2}{0,99634^2} + \frac{\lambda^3/\lambda_S^3}{1,09104^3} - \frac{\lambda^4/\lambda_S^4}{1,4114^4} + \frac{\lambda^5/\lambda_S^5}{1,91167^5} - \frac{\lambda^6/\lambda_S^6}{2,73925^6}$$

$$\Rightarrow \varphi_c = 1,00093 + \frac{\lambda}{5,0537,91894} - \frac{\lambda^2}{67,61777^2} + \frac{\lambda^3}{74,04469^3} - \frac{\lambda^4}{95,7863^4} + \frac{\lambda^5}{129,7377^5} - \frac{\lambda^6}{185,90237^6}$$

$$\Rightarrow$$



Im Bereich $\lambda \leq 50$ ist mit größeren Abweichungen zu rechnen.

2.3 Das Omega- Verfahren - Nach DIN 4114

Das Omega-Verfahren nach DIN 4114

–

Das ω -Verfahren.

Dipl.-Ing. Björnstjerne Zindler, M.Sc.

<https://www.Zenithpoint.de>

Erstellt: 09. Mai 2012 – Letzte Revision: 27. Januar 2023

Inhaltsverzeichnis

1	Das Omega-Verfahren im Allgemeinen	3
2	Das Omega-Verfahren im Besonderen	4
3	Beispiel für eine Anwendung des Omega-Verfahrens	5
3.1	Bemessung	5
3.2	Nachweis	6
4	Anhang	7
4.1	Anhang a: ω -Tabellen nach TGL 0-4114 (DIN 4114)	7
4.2	Anhang b: ω -Regressionspolynome nach TGL 0-4114 (DIN 4114)	9
4.3	Anhang c: Zulässige Spannungen	12
4.4	Anhang d: Tetmajer-Parabel oder Tetmajer-Gerade	13
4.4.1	Vorbetrachtungen	14
4.4.2	Modell 1	15
4.4.3	Modell 2	17
4.4.4	Modell 3	19
4.4.5	Validierung	21
4.4.6	Zusammenfassung	22
4.4.7	Modell 4	23
4.5	Anhang e: Historische Tetmajer- und ω -Werte	25
4.6	Anhang f: Tetmajer-Koeffizienten k_1 und k_2	26

Literatur

[fbb] fbb.fh-darmstadt.de, jetzt fbb.h-da.de. Das Omega-Verfahren.

[Ist03] István Szabó, Einführung in die Technische Mechanik. Knicken, 8. neu bearbeitete Auflage 1975 Nachdruck 2003. ISBN 3-540-44248-0.

[Kar] Karlheinz Kabus. Mechanik und Festigkeitslehre.

[Kni] Knicken nach Euler-Tetmajer, das Lambda-Verfahren. Dipl.-Ing. Björnstjerne Zindler, M.Sc.

[Staa] Stahlbau; Stabilitätsfälle (Knickung, Kippung, Beulung). DIN 4114.

[Stab] Stahlbau; Stabilitätsfälle (Knickung, Kippung, Beulung). TGL 0-4114.

1 Das Omega-Verfahren im Allgemeinen

Das ω -Verfahren wurde von der damaligen Deutschen Reichsbahn für die eigenen Stahlbrücken aus Baustahl entwickelt und ist in der DIN 4114 festgelegt (**DIN ist zurückgezogen!**). Es liefert einen sehr einfachen Nachweis der Knicksicherheit.

[Ist03][Staa]

Omega-Verfahren I

In Abhängigkeit vom Schlankheitsgrad λ werden die Knickzahlen ω in zwei Tabellen für die Werkstoffe St37¹ und St52² dargestellt und so der Nachweis durchgeführt.

Schlankheitsgrade von

- kleiner 20 bedingen keine Notwendigkeit eines (Knick)Nachweises³,
- größer 250 sind unzulässig und der Nachweis ist a-priori negativ.

Die als ω -Zahlen genannten Knickwerte liegen zwischen 1 und 10,55 bei St37.

Der Nachweis hat folgende Form⁴:

$$\sigma_k = \omega \cdot \frac{F_k}{A} \leq \sigma_{zul}$$

Der Wert von σ_{zul} entspricht der zulässigen Druckspannung für den entsprechenden Werkstoff im zugehörigen Lastfall.

Der große Vorteil des Verfahrens liegt in der Tatsache, dass der Knicknachweis auf einen einfachen Spannungsnachweis mit Druckkräften reduziert wird. In den ω -Zahlen ist eine Knicksicherheit von 1,3 bis 1,5 eingearbeitet.

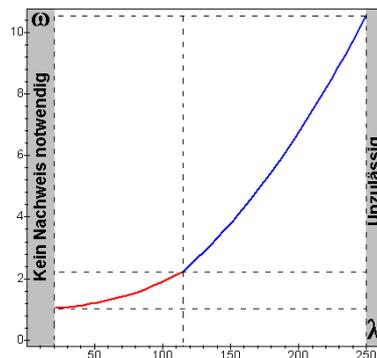
Sollten keine Tafeln der ω -Zahlen zur Verfügung stehen, können für den Werkstoff St37 die ω -Zahlen näherungsweise⁵ nach der folgenden Formel bestimmt werden:

$$\omega \approx 1 + \frac{\lambda}{728} + \frac{\lambda^2}{153^2} + \frac{\lambda^3}{143^3} \quad \text{für} \quad 20 \leq \lambda \leq 115$$

Und:

$$\omega \approx \frac{\lambda^2}{77^2} \quad \text{für} \quad 115 < \lambda \leq 250$$

Das Verfahren wurde zwischenzeitlich durch andere und genauere Verfahren ersetzt, besitzt jedoch durch seine Anschaulichkeit noch eine gewisse Bedeutung in der Ausbildung von Ingenieuren.



¹frühere Bezeichnung für S235JR+AR, S235JRG2, 1.0036 bis 1.0038, Fe360B, äquivalent zu St38 nach TGL 0-4114

²frühere Bezeichnung für S355J2+N, S355J2G3, 1.0577 bzw. 1.0570, Fe510D1

³das entbindet nicht von weiteren eventuell notwendigen Nachweisen, wie Kippen, Beulen, ...

⁴Nachweis gilt für *Einteilige Druckstäbe von gleichbleibendem Querschnitt*. Neben anderen ist noch der Nachweis für *Gerade, planmäßig außermittig gedrückte Stäbe von gleichbleibendem Querschnitt* interessant. Sind die Abstände Schwerpunkt zu Biegezugrand und Schwerpunkt zu Biegedruckrand gleich $e_z = e_d$ oder gilt $e_z < e_d$, lautet der Nachweis wie folgt:

$$\sigma_k = \omega \cdot \frac{F_k}{A} + 0,9 \cdot \frac{F_k \cdot e}{W_d} \leq \sigma_{zul}$$

Wobei e die Außermittigkeit darstellt und W_d das Widerstandsmoment zur Druckseite. Bei Querschnitten, deren Schwerpunkt dem Biegedruckrand näher als dem Biegezugrand liegt $e_z > e_d$ muss **zusätzlich** nachgewiesen werden:

$$\sigma_k = \omega \cdot \frac{F_k}{A} + \frac{300 + 2 \cdot \lambda}{1000} \cdot \frac{F_k \cdot e}{W_z} \leq \sigma_{zul}$$

⁵Hochgenaue Regressionspolynome im Anhang c.

[fbb][Staa]
Omega-
Verfahren II

2 Das Omega-Verfahren im Besonderen

In der Praxis ist das ω -Verfahren im Holz- und im Stahlbau zur Behandlung des Knickproblems üblich. Beim ω -Verfahren wird der Begriff der Schlankheit λ verwendet:

$$\lambda = \frac{s_k}{i}$$

hierbei ist i der Trägheitsradius, der sich aus $i = \sqrt{I/A}$ (I = Trägheitsmoment, A = Fläche) ergibt.

Jedem Schlankheitswert λ ist ein bestimmter ω -Wert zugeordnet, der aus Tabellen entnommen werden kann. Beim ω -Verfahren wird die Tragfähigkeit des Stabes reduzierende Wirkung des Knickens dadurch erfasst, dass die zulässige Spannung σ_{zul} durch einen Faktor ω reduziert wird. Der Spannungsnachweis kann daher durchgeführt werden über:

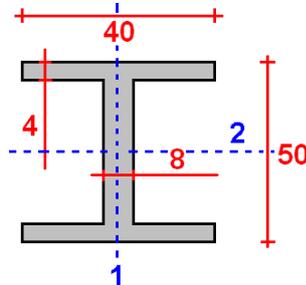
$$\sigma_{vorh} \leq \frac{\sigma_{zul}}{\omega}$$

3 Beispiel für eine Anwendung des Omega-Verfahrens

[Kar][Staa]

3.1 Bemessung

Gegeben ist ein Profil folgender Form, eine Stablänge 500mm, ein Knickfall 2 nach Euler und eine einwirkende Kraft von 120kN. Die Trägheitsmomente sind berechenbar über: Beispiel



Bemessung

$$I_1 = 2 \cdot \frac{40^3 \cdot 4}{12} + \frac{8^3 \cdot (50 - 2 \cdot 4)}{12} = 44.459 \text{ mm}^4 = I_{\min}$$

Und:

$$I_2 = 2 \cdot \frac{40 \cdot 4^3 + 40 \cdot 4 \cdot \left(\frac{50}{2} - \frac{4}{2}\right)}{12} + \frac{8 \cdot (50 - 2 \cdot 4)^3}{12} = 50.432 \text{ mm}^4 = I_{\max}$$

Der dazugehörige Trägheitsradius beträgt:

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{44.459}{2 \cdot 40 \cdot 4 + (50 - 2 \cdot 4) \cdot 8}} = 8,23 \text{ mm}$$

Für den angenommenen Knickfall 2 nach Euler (gelenkig, gelenkig) ergibt sich eine Knicklänge s_k aus der gewählten Stablänge $l = 500 \text{ mm}$ von:

$$s_k = \frac{l}{1} = \frac{500}{1} = 500 \text{ mm}$$

Die Schlankheit λ kann berechnet werden:

$$\lambda = \frac{s_k}{i_{\min}} = \frac{500}{8,23} = 60,75$$

Der dazu gehörige ω -Wert:

$$\omega \approx 1 + \frac{60,75}{728} + \frac{60,75^2}{153^2} + \frac{60,75^3}{143^3} = 1,31$$

Die zulässige Belastung F_k ist damit definiert:

$$F_k \leq \frac{A}{\omega} \cdot \sigma_{zul} = \frac{2 \cdot 40 \cdot 4 + (50 - 2 \cdot 4) \cdot 8}{1,31} \cdot 240 = 120 \text{ kN}$$

Bei einer Profilbeanspruchung mit $F = 120 \text{ kN}$ kommt es in diesem zu einer vorhandenen Spannung σ_{vorh} von:

$$\sigma_{vorh} = \frac{F}{A} = \frac{120.000}{2 \cdot 40 \cdot 4 + (50 - 2 \cdot 4) \cdot 8} = 183 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

3.2 Nachweis

Nachweise

- **Knicken**

Der Nachweis auf Knicken kann nun durchgeführt werden.

$$\sigma_{vorh} \leq \frac{\sigma_{zul}}{\omega}$$

⇒

$$183 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq \frac{240}{1,31} = 183 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Damit ist der Nachweis erfüllt. Der Knickstab ist voll ausgelastet.

- **Druck**

$$\sigma_{vorh} = \frac{120000}{656} = \frac{F}{A} = 183 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} > 160 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \sigma_{zul}$$

Nicht erfüllt!

Das Profil ist zu 14% überlastet, da laut DIN 4114 mit einer verminderten zulässigen Spannung gerechnet werden muss.⁶

⁶Für Lastfall HZ: $160 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$. Für Lastfall H: $140 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

4 Anhang

Anhänge

4.1 Anhang a: ω -Tabellen nach TGL 0-4114 (DIN 4114)

[Stab]

TGLs⁷ der Form 0-xyz entsprechen der DIN xyz. TGLs unterstehen keiner Beschränkung (mehr), wenn Inhalte genutzt werden.

Tabelle 1: Knickzahlen ω für St 38											
λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	λ
20	1,04	1,04	1,04	1,05	1,05	1,06	1,06	1,07	1,07	1,08	20
30	1,08	1,09	1,09	1,10	1,10	1,11	1,11	1,12	1,13	1,13	30
40	1,14	1,14	1,15	1,16	1,16	1,17	1,18	1,19	1,19	1,20	40
50	1,21	1,22	1,23	1,23	1,24	1,25	1,26	1,27	1,28	1,29	50
60	1,30	1,31	1,32	1,33	1,34	1,35	1,36	1,37	1,39	1,40	60
70	1,41	1,42	1,44	1,45	1,46	1,48	1,49	1,50	1,52	1,53	70
80	1,55	1,56	1,58	1,59	1,61	1,62	1,64	1,66	1,68	1,69	80
90	1,71	1,73	1,74	1,76	1,78	1,80	1,82	1,84	1,86	1,88	90
100	1,90	1,92	1,94	1,96	1,98	2,00	2,02	2,05	2,07	2,09	100
110	2,11	2,14	2,16	2,18	2,21	2,23	2,27	2,31	2,35	2,39	110
120	2,43	2,47	2,51	2,55	2,60	2,64	2,68	2,72	2,77	2,81	120
130	2,85	2,90	2,94	2,99	3,03	3,08	3,12	3,17	3,22	3,26	130
140	3,31	3,36	3,41	3,45	3,50	3,55	3,60	3,65	3,70	3,75	140
150	3,80	3,85	3,9	3,95	4,00	4,06	4,11	4,16	4,22	4,27	150
160	4,32	4,38	4,43	4,49	4,54	4,60	4,65	4,71	4,77	4,82	160
170	4,88	4,94	5,00	5,05	5,11	5,17	5,23	5,29	5,35	5,41	170
180	5,47	5,53	5,59	5,66	5,72	5,76	5,84	5,91	5,97	6,03	180
190	6,10	6,16	6,23	6,29	6,36	6,42	6,49	6,55	6,62	6,69	190
200	6,75	6,82	6,89	6,96	7,03	7,10	7,17	7,24	7,31	7,38	200
210	7,45	7,52	7,59	7,66	7,73	7,81	7,88	7,95	8,03	8,10	210
220	8,17	8,25	8,32	8,40	8,47	8,55	8,63	8,70	8,78	8,86	220
230	8,93	9,01	9,09	9,17	9,25	9,33	9,41	9,49	9,57	9,65	230
240	9,73	9,81	9,89	9,97	10,05	10,14	10,22	10,3	10,39	10,47	240
250	10,55										250

Tabelle 1a: Knickzahlen ω für St 38 bei einteiligen Druckstäben aus Rundrohren											
λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	λ
20	1,00	1,00	1,00	1,00	1,01	1,01	1,01	1,02	1,02	1,02	20
30	1,03	1,03	1,04	1,04	1,04	1,05	1,05	1,05	1,06	1,06	30
40	1,03	1,03	1,04	1,04	1,04	1,05	1,05	1,05	1,06	1,06	40
50	1,12	1,13	1,13	1,14	1,15	1,15	1,16	1,17	1,17	1,18	50
60	1,19	1,20	1,20	1,21	1,22	1,23	1,24	1,25	1,26	1,27	60
70	1,28	1,29	1,30	1,31	1,32	1,33	1,34	1,35	1,36	1,37	70
80	1,39	1,40	1,41	1,42	1,44	1,46	1,47	1,48	1,50	1,51	80
90	1,53	1,54	1,56	1,58	1,59	1,61	1,63	1,64	1,66	1,68	90
100	1,70	1,73	1,76	1,79	1,83	1,87	1,90	1,94	1,97	2,01	100
110	2,05	2,08	2,12	2,16	2,20	2,23	weiter wie in Tabelle 1				110

⁷Die Technischen Normen, Gütevorschriften und Lieferbedingungen waren von 1955 bis 1990 in der DDR verbindliche Industriestandards.

Tabelle 2a: Knickzahlen ω für St 52

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	λ
20	1,06	1,06	1,07	1,07	1,08	1,08	1,09	1,09	1,10	1,11	20
30	1,11	1,12	1,12	1,13	1,14	1,15	1,15	1,16	1,17	1,18	30
40	1,19	1,19	1,20	1,21	1,22	1,23	1,24	1,25	1,26	1,27	40
50	1,28	1,30	1,31	1,32	1,33	1,35	1,36	1,37	1,39	1,40	50
60	1,41	1,43	1,44	1,46	1,48	1,49	1,51	1,53	1,54	1,56	60
70	1,58	1,60	1,62	1,64	1,66	1,68	1,70	1,72	1,74	1,77	70
80	1,79	1,81	1,83	1,86	1,88	1,91	1,93	1,95	1,98	2,01	80
90	2,05	2,10	2,14	2,19	2,24	2,28	2,33	2,38	2,43	2,48	90
100	2,53	2,58	2,64	2,69	2,74	2,79	2,85	2,90	2,95	3,01	100
110	3,05	3,12	3,18	3,23	3,29	3,35	3,41	3,47	3,53	3,59	110
120	3,65	3,71	3,77	3,83	3,89	3,96	4,02	4,09	4,15	4,22	120
130	4,28	4,35	4,41	4,48	4,55	4,62	4,69	4,75	4,82	4,89	130
140	4,96	5,04	5,11	5,18	5,25	5,33	5,40	5,47	5,55	5,62	140
150	5,70	5,78	5,85	5,93	6,01	6,09	6,16	6,24	6,32	6,40	150
160	6,48	6,57	6,65	6,73	6,81	6,90	6,98	7,06	7,15	7,23	160
170	7,32	7,41	7,49	7,58	7,67	7,76	7,85	7,94	8,03	8,12	170
180	8,21	8,30	8,39	8,48	8,58	8,67	8,76	8,86	8,95	9,05	180
190	9,14	9,24	9,34	9,44	9,53	9,63	9,73	9,83	9,93	10,03	190
200	10,13	10,23	10,34	10,44	10,54	10,65	10,75	10,85	10,96	11,06	200
210	11,17	11,28	11,38	11,49	11,60	11,71	11,82	11,93	12,04	12,15	210
220	12,26	12,37	12,48	12,60	12,71	12,82	12,94	13,05	13,17	13,28	220
230	13,40	13,52	13,63	13,75	13,87	13,99	14,11	14,23	14,35	14,47	230
240	14,59	14,71	14,83	14,96	15,08	15,20	15,33	15,45	15,58	15,71	240
250	15,83										250

Tabelle 2a: Knickzahlen ω für St 52 bei einteiligen Druckstäben aus Rundrohren

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	λ
20	1,02	1,02	1,02	1,03	1,03	1,03	1,04	1,04	1,05	1,05	20
30	1,05	1,06	1,06	1,07	1,07	1,08	1,08	1,09	1,10	1,10	30
40	1,11	1,11	1,12	1,13	1,13	1,14	1,15	1,16	1,16	1,17	40
50	1,18	1,19	1,20	1,21	1,22	1,23	1,24	1,25	1,26	1,27	50
60	1,28	1,30	1,31	1,32	1,33	1,35	1,36	1,38	1,39	1,41	60
70	1,42	1,44	1,46	1,47	1,49	1,51	1,53	1,55	1,57	1,59	70
80	1,62	1,66	1,71	1,75	1,79	1,83	1,88	1,92	1,97	2,01	80
90	2,05	weiter wie in Tabelle 2									90

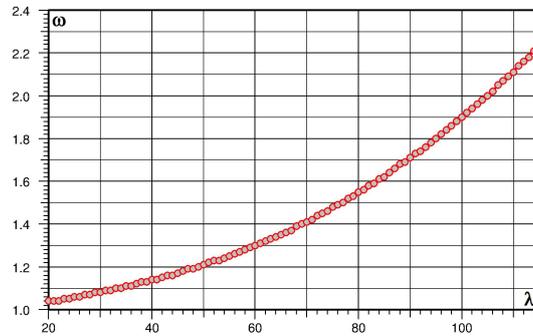
Grundsätzlich gilt: Bei Zwischenwerten ist die nächsthöhere ω -Knickzahl zu nutzen.

4.2 Anhang b: ω -Regressionspolynome nach TGL 0-4114 (DIN 4114)

- ω_1 : Tabelle 1 - St38 allgemein für $20 \leq \lambda \leq 115$

$$\omega_1 = 0,99 + \frac{\lambda}{731,08} + \frac{\lambda^2}{155,86^2} + \frac{\lambda^3}{141,23^3}$$

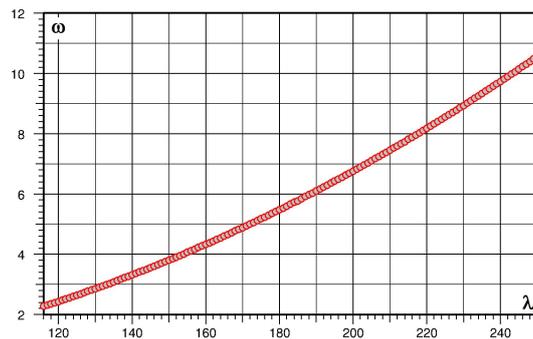
⇒



- ω_2 : Tabelle 1 - St38 allgemein für $115 < \lambda \leq 250$

$$\omega_2 = \frac{\lambda^2}{76,95^2}$$

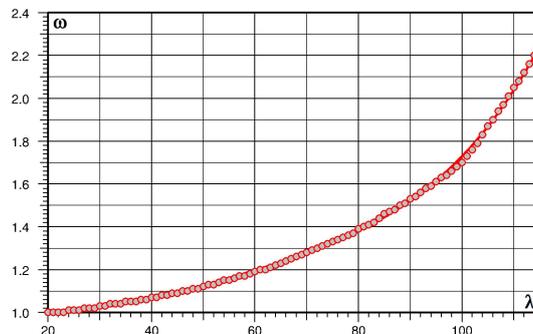
⇒



- ω_3 : Tabelle 1a - St38 einteilige Druckstäbe aus Rundrohren für $20 \leq \lambda \leq 115$

$$\omega_3 = 1,19 - \frac{\lambda}{51,09} + \frac{\lambda^2}{39,4^2} - \frac{\lambda^3}{51,06^3} + \frac{\lambda^4}{73,02^4}$$

⇒



Ersatzweise:

$$\omega_3 \approx 0,76 + \frac{\lambda}{67,38} - \frac{\lambda^2}{63,49^2} + \frac{\lambda^3}{79,57^3}$$

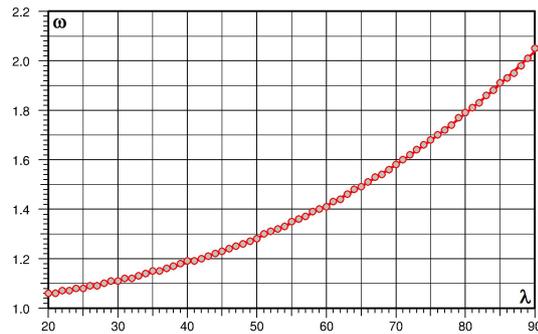
- ω_4 : Tabelle 1a - St38 einteilige Druckstäbe aus Rundrohren für $115 < \lambda \leq 250$

$$\omega_4 = \frac{\lambda^2}{76,95^2}$$

- ω_5 : Tabelle 2 - St52 allgemein für $20 \leq \lambda \leq 90$

$$\omega_5 = 1 + \frac{\lambda}{475,67} + \frac{\lambda^2}{177,24^2} + \frac{\lambda^3}{107,03^3}$$

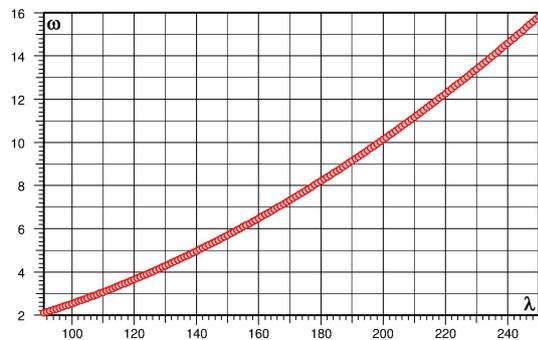
⇒



- ω_6 : Tabelle 2 - St52 allgemein für $90 < \lambda \leq 250$

$$\omega_6 = \frac{\lambda^2}{62,85^2}$$

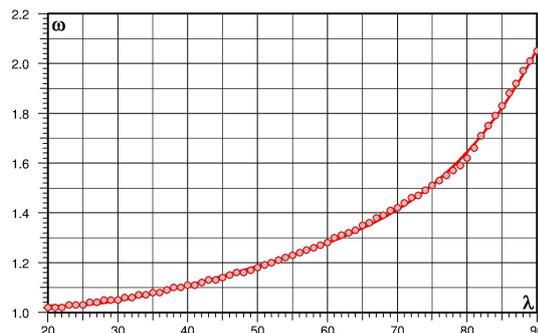
⇒



- ω_7 : Tabelle 2a - St38 einteilige Druckstäbe aus Rundrohren für $20 \leq \lambda \leq 90$

$$\omega_7 = 1,38 - \frac{\lambda}{25,3} + \frac{\lambda^2}{26,01^2} - \frac{\lambda^3}{36,18^3} + \frac{\lambda^4}{54,09^4}$$

⇒



Ersatzweise:

$$\omega_7 \approx 0,68 + \frac{\lambda}{41,08} - \frac{\lambda^2}{44,01^2} + \frac{\lambda^3}{60,23^3}$$

- ω_8 : Tabelle 2a - einteilige Druckstäbe aus Rundrohren für $90 < \lambda \leq 250$

$$\omega_8 = \frac{\lambda^2}{62,85^2}$$

4.3 Anhang c: Zulässige Spannungen

Zulässige Spannungen für Bauteile in N/mm ²		DIN 18800 Teil 1							
Spannungsart		Werkstoff und Lastfall							
		St 37		St 52		StE 460		StE 690	
		H	HZ	H	HZ	H	HZ	H	HZ
Druck und Biegedruck für Stabilitätsnachweis nach DIN 4114 Teil 1 und 2	$zul\sigma_D$	140	160	210	240	275	310	410	460
Druck und Biegedruck, Zug und Biegezug Vergleichsspannung	$zul\sigma$	160	180	240	270	310	350	410	460
Schub	$zul\tau$	92	104	139	156	180	200	240	270

Allgemeine Kennwerte			
Stahl	Streckgrenze β_S N/mm ²	Elastizitätsmodul E N/mm ²	Schubmodul G N/mm ²
Baustahl St 37	240*	210.000	81.000
Baustahl St 52	360**		
Stahlguss GS 52	260		
Vergütungsstahl C 35 N	280		
Grauguss GG 15	-	100.000	38.000
* Für Materialdicken ≤ 100 mm. ** Für Materialdicken ≤ 60 mm. Für größere Dicken sind entsprechende Festlegungen zu treffen.			

4.4 Anhang d: Tetmajer-Parabel oder Tetmajer-Gerade

[Kni]

Folgend eine kleine Betrachtung zu einer Besonderheit des ω -Verfahrens. Aufbauend auf den Verformungstheorien nach Euler und Tetmajer besitzt die Funktion eine hebbare Unstetigkeit im Übergang von Euler nach Tetmajer. Jedoch unterscheiden sich die Stellen, an der das zu beobachten ist.

Baustahl	λ_P	λ_F	Theorie	λ_F/λ_P
St 37	104	61	Tetmajer	0,587
St 37	115	-	Omega ^{lin}	-
St 37	115	68	Omega ^{par}	0,591
St 52	85	47	Tetmajer	0,553
St 52	90	-	Omega ^{lin}	-
St 52	97	54	Omega ^{par}	0,557

Vergleich der Tetmajer-Parabel nach Modell 3b und der Tetmajer-Gerade

Die Frage ist nun, warum diese Unterschiede? Es liegt die Vermutung nahe, dass die Tetmajer-Gerade auch eine gewisse Zeit lang im Stahlbau als Parabel betrachtet und erst später zur Geraden degradiert wurde. Auf Tetmajer aufbauende Theorien könnten demnach in dieser Zwischenzeit im Kern eine Parabel verwendet haben. Die Abweichungen scheinen sehr gering zu sein im Ergebnis, so dass man später die Theorien nicht noch einmal korrigiert hat. Solch eine Theorie könnte das Omega-Verfahren durchaus sein.

Im weiteren Verlauf soll versucht werden durch **modellbasiertes** Reverse-Engineering auf mathematischer Basis⁸ eine Parabel nachzubauen, die es ermöglicht, die Abweichungen zu erklären.

Die folgenden Zeilen sind daher lediglich Betrachtungen von akademischen Interesse. Es wird von der Vorlage der DIN in einigen Teilen der Vereinfachung wegen abgewichen.

⁸Der Begriff Reverse-Mathematics ist bereits anderweitig belegt.

4.4.1 Vorbetrachtungen

Benötigt werden die Arbeitsgleichungen.

Die Arbeitsgleichung lineares Polynom (Tetmajer-Gerade):

$$\sigma_L = a - b \cdot \lambda$$

Die Arbeitsgleichung quadratisches Polynom (Tetmajer-Parabel):

$$\sigma_P = \underbrace{(a_{\lambda=0} + K)}_a + b \cdot \lambda - c \cdot \lambda^2$$

Dabei ist K ein Term, welcher bei einer späteren Integration vonnöten ist. Der Wechsel der Koeffizientenvorzeichen ergibt sich aus den Notwendigkeiten der Regression.

Die Euler-Parabel ist gegeben.

$$\sigma_E = \frac{\pi^2}{\lambda^2} \cdot E$$

Damit ist K definiert.

$$\sigma_P = \sigma_E \quad \text{an der Stelle} \quad \lambda = \lambda_P$$

\Rightarrow

$$K_P = \frac{\pi^2}{\lambda_P^2} \cdot E + c \cdot \lambda_P^2 - b \cdot \lambda_P - a_{\lambda=0}$$

Sowie:

$$\sigma_P = \sigma_L \quad \text{an der Stelle} \quad \lambda = \lambda_F$$

\Rightarrow

$$K_F = c \cdot \lambda_F^2 - 2 \cdot b \cdot \lambda_F$$

Für das Unstetigkeitsmodell gilt:

$$K_U = 0$$

Gesucht ist das Integral:

$$\int_{\lambda_F}^{\lambda_P} (\sigma_L - \sigma_P) \cdot d\lambda = \int_{\lambda_F}^{\lambda_P} (c \cdot \lambda^2 - 2 \cdot b \cdot \lambda - K) \cdot d\lambda$$

Der Minimalwert des Integrals ist gesucht in Abhängigkeit des Koeffizienten c und des Terms K .

$$\int_{\lambda_F}^{\lambda_P} (\sigma_L - \sigma_P) \cdot d\lambda = 0$$

Das Ergebnis ist in den einzelnen Modellabschnitten dediziert dargestellt.

4.4.2 Modell 1 - Keine hebbaren Unstetigkeiten.

Soll die Parabel im Grafen so eingefügt sein, dass sie keine hebbaren Unstetigkeiten mehr aufweist, dann muss hier gelten:

$$K = 0$$

Sowie aus der Funktionsanalyse⁹ für die einzelnen Koeffizienten:

$$a = \sigma_F - \frac{\lambda_F^2}{\lambda_P^3} \cdot L \quad b = 2 \cdot \frac{\lambda_F}{\lambda_P^3} \cdot L \quad c = \frac{1}{\lambda_P^3} \cdot L$$

Mit:

$$L = \pi^2 \cdot \frac{E}{\lambda_P - \lambda_F}$$

Für den Baustahl St 37 somit:

• **Modell 1a:**

$$\lambda_F = 61 \quad \lambda_P = 104$$

⇒

$$L = \pi^2 \cdot \frac{210.000}{104 - 61} = 48.200$$

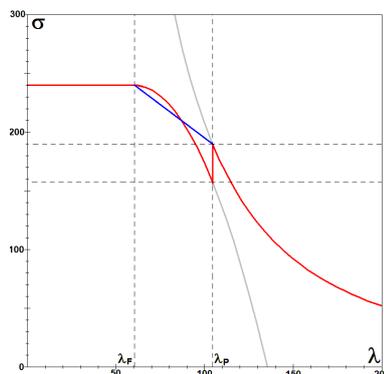
⇒

$$a = 240 - \frac{61^2}{104^3} \cdot L = 80,56 \quad b = 2 \cdot \frac{61}{104^3} \cdot L = 5,23 \quad c = \frac{1}{104^3} \cdot L = 0,043$$

⇒

$$\sigma = 80,56 + 5,23 \cdot \lambda - 0,043 \cdot \lambda^2$$

⇒



Eine Lösung bedeutet nicht, dass sich die Euler- und Tetmajer-Funktion berühren müssen. Dazu würde es ein Freiheitsgrad mehr benötigen mit dem Term $d \cdot \lambda^3$. Das ist einsichtig, denn rein mathematisch gesehen ist die Aufgabe auch dann erfüllt, indem man die Unstetigkeit durch z.B. eine Sprungstelle ersetzt. Das ist hier der Fall.

⁹Parabelmaxima im Punkt $P_F(\lambda_F; \sigma_F)$ und gleicher Anstieg im Punkt $P_P(\lambda_P; \sigma_P)$

• **Modell 1b:**

$$\lambda_F = 61 \quad \lambda_P = 115$$

Eine berechtigte Frage ist es, inwiefern sich diese Sprungstelle verändert, wenn man die Werte für λ_F und λ_P aus dem Omega-Verfahren nutzt.

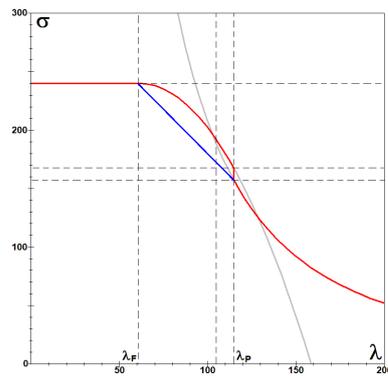
$$L = \pi^2 \cdot \frac{210.000}{115 - 61} = 38.382$$

⇒

$$a = 240 - \frac{61^2}{115^3} \cdot L = 146,1 \quad b = 2 \cdot \frac{61}{115^3} \cdot L = 3,1 \quad c = \frac{1}{115^3} \cdot L = 0,025$$

⇒

$$\sigma = 146,1 + 3,1 \cdot \lambda - 0,025 \cdot \lambda^2$$



Die Forderung der aufhebenden Unstetigkeiten scheint nicht zielführend.

4.4.3 Modell 2 - Festhalten der Parabel im Punkt $P_F(\lambda_F; \sigma_F)$ und Optimierung auf minimaler Fläche zwischen Tetmajer-Parabel und -Gerade.

Mit:

$$K = (c \cdot \lambda_F - 2 \cdot b) \cdot \lambda_F$$

Der erste Koeffizient a wird von der Tetmajer-Geraden an der Stelle $\lambda = 0^{10}$ abgelesen. Damit ergibt sich dann mit $a = a_{\lambda=0} + K$:

$$a = a_{\lambda=0} - \frac{\lambda_F + 2 \cdot \lambda_P}{2 \cdot \lambda_F + \lambda_P} \cdot \lambda_F \cdot L \quad b = L \quad c = \frac{3}{2 \cdot \lambda_F + \lambda_P} \cdot L$$

Mit:

$$L = \frac{a_{\lambda=0} - \sigma_F}{\lambda_F}$$

Für den Baustahl St 37¹¹ somit:

• **Modell 2a:**

$$\lambda_F = 61 \quad \lambda_P = 104$$

⇒

$$L = \frac{310 - 240}{61} = 1,15$$

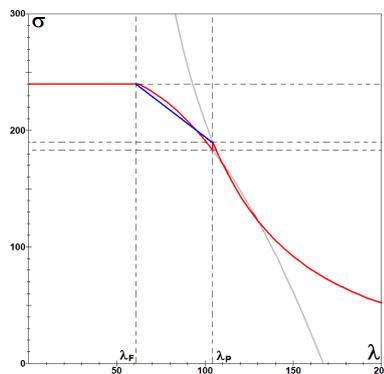
⇒

$$a = 310 - \frac{61 + 2 \cdot 104}{2 \cdot 61 + 104} \cdot 61 \cdot 1,15 = 226,5 \quad b = 1,15 \quad c = \frac{3}{2 \cdot 61 + 104} \cdot 1,15 = 0,015$$

⇒

$$\sigma = 226,5 + 1,15 \cdot \lambda - 0,015 \cdot \lambda^2$$

⇒



¹⁰Inhomogenität der Tetmajer-Geraden

¹¹ $a_{\lambda=0} = 310$

• Modell 2b:

$$\lambda_F = 61 \quad \lambda_P = 115$$

 \Rightarrow

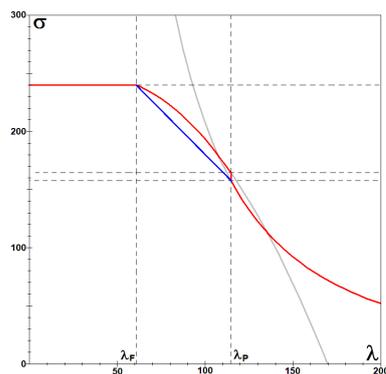
$$L = \frac{310 - 240}{61} = 1,15$$

 \Rightarrow

$$a = 310 - \frac{61 + 2 \cdot 115}{2 \cdot 61 + 115} \cdot 61 \cdot 1,15 = 223,86 \quad b = 1,15 \quad c = \frac{3}{2 \cdot 61 + 115} \cdot 1,15 = 0,0146$$

 \Rightarrow

$$\sigma = 223,86 + 1,15 \cdot \lambda - 0,0146 \cdot \lambda^2$$

 \Rightarrow 

4.4.4 Modell 3 - Festhalten der Parabel im Punkt $P_P(\lambda_P; \sigma_P)$ und Optimierung auf minimaler Fläche zwischen Tetmajer-Parabel und -Gerade.

Damit ist:

$$K = c \cdot \lambda_P^2 - b \cdot \lambda_P - a_{\lambda=0} + \left(\frac{\pi}{\lambda_P}\right)^2 \cdot E$$

Der erste Koeffizient a wird von der Tetmajer-Geraden an der Stelle $\lambda = 0$ abgelesen. Damit ergibt sich dann mit $a = a_0 + K$:

$$a = (c \cdot \lambda_P - b) \cdot \lambda_P + \left(\frac{\pi}{\lambda_P}\right)^2 \cdot E \quad b = \frac{a_{\lambda=0} - \sigma_F}{\lambda_F} \quad c = \frac{3}{\lambda_P^2} \cdot \frac{\pi^2 \cdot E - \sigma_F \cdot \lambda_P^2}{\lambda_F^2 + \lambda_F \cdot \lambda_P - 2 \cdot \lambda_P^2}$$

Für den Baustahl St 37 somit:

• **Modell 3a:**

$$\lambda_F = 61 \quad \lambda_P = 104$$

⇒

$$a = (0,01255 \cdot 104 - 1,15) \cdot 104 + \left(\frac{\pi}{104}\right)^2 \cdot 210000 = 207,7$$

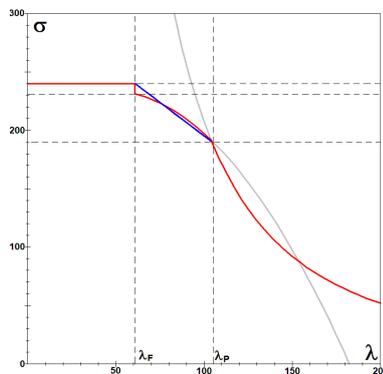
$$b = \frac{310 - 240}{61} = 1,15$$

$$c = \frac{3}{104^2} \cdot \frac{\pi^2 \cdot 210000 - 240 \cdot 104^2}{61^2 + 61 \cdot 104 - 2 \cdot 104^2} = 0,01255$$

⇒

$$\sigma = 207,7 + 1,15 \cdot \lambda - 0,0126 \cdot \lambda^2$$

⇒



• **Modell 3b:**

$$\lambda_F = 61 \quad \lambda_P = 115$$

 \Rightarrow

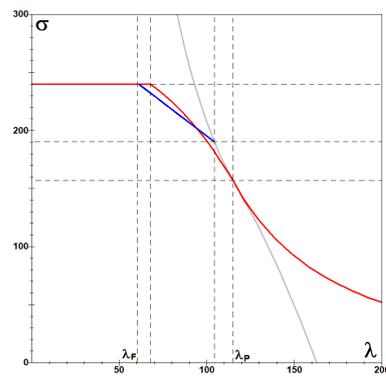
$$a = (0,0159 \cdot 115 - 1,15) \cdot 115 + \left(\frac{\pi}{115}\right)^2 \cdot 210000 = 235,02$$

$$b = \frac{310 - 240}{61} = 1,15$$

$$c = \frac{3}{115^2} \cdot \frac{\pi^2 \cdot 210000 - 240 \cdot 115^2}{61^2 + 61 \cdot 115 - 2 \cdot 115^2} = 0,0159$$

 \Rightarrow

$$\sigma = 235,02 + 1,15 \cdot \lambda - 0,0159 \cdot \lambda^2$$

 \Rightarrow 

4.4.5 Validierung

Die Validierung wird durch das Prüfen der Ergebnisse für den Fall $c = 0$ realisiert. Es müssen nichttriviale, widerspruchsfreie Lösungen erscheinen. Grenzwertbetrachtungen werden nicht durchgeführt, diese Ergebnisse werden verworfen aus Erfordernissen der Praxis.

Die genannten Forderungen erfüllt nur das Modell 3b. Dort ergibt sich dann für den Koeffizienten c :

$$\pi^2 \cdot E - \sigma_F \cdot \lambda_P^2 = 0$$

⇒

$$\lambda_P = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_F}}$$

Die Tetmajer-Gerade gibt eine Definition vor, wo gilt:

$$\lambda_P^T \approx \pi \cdot \sqrt{\frac{1,25 \cdot E}{\sigma_F^T}}$$

Damit ist der Sicherheitskoeffizient γ des Omega-Verfahrens definiert:

$$\lambda_P^\omega = \pi \cdot \sqrt{\frac{\gamma \cdot E}{\sigma_F^\omega}}$$

Den Wert für σ_F^ω kann man über eine genaue Betrachtung des Koeffizienten a ermitteln.

$$a = \left(\frac{\pi}{\lambda_P} \right)^2 \cdot E - b \cdot \lambda_P + c \cdot \lambda_P^2$$

Der Koeffizient a stellt selbst eine Abbildung $\lambda \rightarrow \sigma$ dar mit der Einheit $[\text{Nmm}^{-2}]$. An der Stelle λ_P ergibt sich der konstante Materialwert σ_F^ω .

$$a = \sigma_F^\omega = 235,02$$

⇒

$$\gamma = \frac{\lambda_P^{\omega 2} \cdot \sigma_F^\omega}{\pi^2 \cdot E}$$

⇒

$$\gamma = \frac{115^2 \cdot 235,02}{\pi^2 \cdot 210.000} = 1,5 \equiv \frac{360}{240} = \frac{\sigma_M}{\sigma_F}$$

Das Ergebnis der Modellierung aus 3b:

$$\sigma = 235,02 + 1,15 \cdot \lambda - 0,0159 \cdot \lambda^2$$

⇒

$$\sigma = 235,02 \cdot (1 + 0,0049 \cdot \lambda - 0,0000677 \cdot \lambda^2) = \sigma_0 \cdot (1 + k_1 \cdot \lambda - k_2 \cdot \lambda^2)$$

Im Vergleich zur allgemein genutzten Tetmajer-Geraden.

$$\sigma = 310 + 1,14 \cdot \lambda$$

⇒

$$\sigma = 310 \cdot (1 + 0,00368 \cdot \lambda) = \sigma_0 \cdot (1 + k_1 \cdot \lambda)$$

Dabei ist $k_2 \cdot \lambda^2$ ein nichtlinearer Anteil aus der Werkstoffeigenschaft „Zähigkeit“. Dabei gilt, je größer k_2 desto spröder der Werkstoff.

4.4.6 Zusammenfassung

Die Nutzung der Tetmajer-Parabel ist bei zähen Werkstoffen nicht notwendig, da er nur sehr kleine Beiträge leistet. Mit dem Weglassen des Terms $c \cdot \lambda^2$ oder $k_2 \cdot \lambda^2$ ändern sich jedoch zwangsläufig die anderen Koeffizienten, was dazu führt, dass sich die λ -Intervallgrenzen leicht verschieben. Das führt zu unterschiedlichen Angaben in der Fachliteratur, je nachdem, welches Modell genutzt wurde.

Für den Stahl St 52 ergeben sich analog folgende Werte.

$$\sigma = 450 - 1,915 \cdot \lambda = 450 \cdot (1 + 0,00426 \cdot \lambda)$$

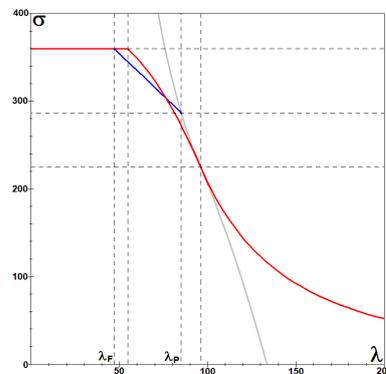
Sowie:

$$\sigma = 360,03 + 1,945 \cdot \lambda - 0,346 \cdot \lambda^2 = 360,03 \cdot (1 + 0,0054 \cdot \lambda - 0,000961 \cdot \lambda^2)$$

Mit:

$$\gamma = \frac{90^2 \cdot 360,03}{\pi^2 \cdot 210.000} = 1,42 = \frac{510}{360} = \frac{\sigma_M}{\sigma_F}$$

⇒



4.4.7 Modell 4 - Finales Modell

Abschließend das finale Modell, erzeugt aus den vorangegangenen gewonnenen Erkenntnissen. Dabei wird die Forderung der minimalen Abweichung von der Tetmajer-Geraden abgelöst durch einen bekannten Fixpunkt.

Mit dem Fixpunkt

$$\lambda_F = \begin{cases} 61 & \text{für St 37} \\ 47 & \text{für St 52} \end{cases}$$

der Nebenbedingung

$$\lambda_F \cdot c = b$$

und der Arbeitsgleichung

$$\sigma = a + b \cdot \lambda - c \cdot \lambda^2 = a \cdot (1 + k_1 \cdot \lambda - k_2 \cdot \lambda^2) \quad \text{mit} \quad k_1 = \frac{b}{a} \quad \text{und} \quad k_2 = \frac{c}{a}$$

ergibt sich

$$a = \sigma_F$$

$$b = \frac{2}{\lambda_P^3} \cdot (2\pi \cdot E - \sigma_F \cdot \lambda_P^2)$$

$$c = \frac{1}{\lambda_P^4} \cdot (3\pi \cdot E - \sigma_F \cdot \lambda_P^2)$$

wobei für λ_P folgende Gleichung zu lösen ist:

$$\lambda_P^3 - \frac{\lambda_F}{2} \cdot \lambda_P^2 - \frac{2}{\sigma_F} \cdot \pi^2 \cdot E \cdot \lambda_P + \frac{3}{2} \cdot \frac{\lambda_F}{\sigma_F} \cdot \pi^2 \cdot E = 0$$

⇒

$$\lambda_P = \begin{cases} 119,656 & \rightarrow 120 & \text{für St 37} \\ 98,548 & \rightarrow 99 & \text{für St 52} \end{cases}$$

⇒

$$a = 240 \quad \text{für St 37} \quad \text{und} \quad a = 360 \quad \text{für St 52}$$

$$b = 0,8278 \quad \text{für St 37} \quad \text{und} \quad b = 1,356 \quad \text{für St 52}$$

$$c = 0,0136 \quad \text{für St 37} \quad \text{und} \quad c = 0,0289 \quad \text{für St 52}$$

⇒

$$k_1 = 0,00345 \quad \text{für St 37} \quad \text{und} \quad k_1 = 0,00377 \quad \text{für St 52}$$

$$k_2 = 0,0000565 \quad \text{für St 37} \quad \text{und} \quad k_2 = 0,0000803 \quad \text{für St 52}$$

Die Nebenbedingung ist als Kontrolle der Ergebnisse b und c nutzbar. Außerdem, eine nichttriviale Lösung dieser ist:

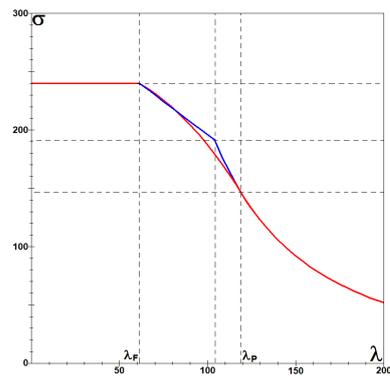
$$\frac{\lambda_P}{\lambda_F} \approx 2$$

Damit ist eine Abschätzung der relevanten Lösung obig angegebenen kubischen Polynoms möglich.

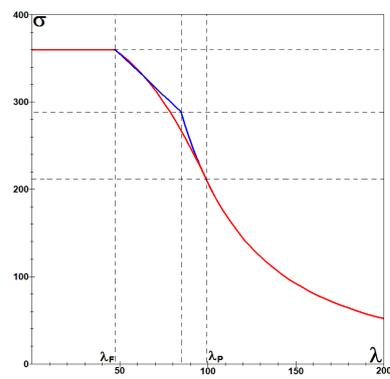
Für die Herleitungen b und c und Lösungen von λ_P steht ein Maple-Worksheet-Classic[©] auf der Website von [Kni] zur Verfügung.

Die grafischen Darstellungen sind auf der nächsten Seite folgend.

Die Tetmajer-Gerade (blau) sowie die Tetmajer-Parabel (rot) für St 37.



Analog für St 52.



4.5 Anhang e: Historische Tetmajer- und ω -Werte

[Ist03]

Material	a [kg · cm ⁻²]	b [kg · cm ⁻²]	Gültigkeitsbereich
Gusseisen	7760	120	$0 \leq \lambda \leq 80$
St 37	2400	0	$0 \leq \lambda \leq 60$
St 37	2890	8,175	$60 < \lambda \leq 100$
St 48	3120	0	$0 \leq \lambda \leq 60$
St 48	4690	26,175	$60 < \lambda \leq 100$
St 52	3600	0	$0 \leq \lambda \leq 60$
St 52	5890	38,175	$60 < \lambda \leq 100$
Niedriglegierter Stahl	4700	23,05	$0 \leq \lambda \leq 86$
Nadelholz	300	2,00	$0 \leq \lambda \leq 100$

Tetmajer-Koeffizienten

λ	Gusseisen	St 37	St 48	St 52	Stahlbeton	Nadelholz
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10	1,01	1,02	1,02	1,02	1,00	1,07
20	1,05	1,04	1,05	1,06	1,00	1,15
30	1,11	1,08	1,09	1,11	1,00	1,25
40	1,22	1,14	1,16	1,19	1,00	1,36
50	1,39	1,21	1,24	1,28	1,00	1,50
60	1,67	1,30	1,35	1,41	-	1,67
70	2,21	1,41	1,50	1,58	1,08	1,87
80	3,50	1,55	1,70	1,79	-	2,14
90	4,43	1,71	1,90	2,05	1,40	2,50
100	4,45	1,90	2,30	2,53	1,60	3,00
110	-	2,11	2,60	3,06	-	3,73
120	-	2,43	3,15	3,65	2,28	4,55
130	-	2,85	3,75	4,28	-	5,48
140	-	3,31	4,30	4,96	3,00	6,51
150	-	3,80	5,10	5,70	-	7,61

 ω -Werte

4.6 Anhang f: Tetmajer-Koeffizienten k_1 und k_2

Werkstoff	λ_{MIN}	σ_0 [Nmm ⁻²]	k_1	k_2
Weicher Stahl	105	310	0,00368	0,00000
Mittelharter Stahl	89	335	0,00185	0,00000
Nickelstahl	86	470	0,00490	0,00000
Grauguss	80	776	0,01546	0,00007
Kiefernholz	100	293	0,00662	0,00000

Tetmajer-Koeffizienten k_1, k_2 L^AT_EX 2_ε

2.4 Das Kappa- Verfahren - Nach DIN 18 800 Neu

Knicken nach DIN 18800 Neu.

–

Das κ -Verfahren.

Dipl.-Ing. Björnstjerne Zindler, M.Sc.

<https://www.Zenithpoint.de>

Erstellt: 11. Mai 2012 – Letzte Revision: 15. Januar 2023

Inhaltsverzeichnis

1	Das Kappa-Verfahren nach DIN 18800 Neu	2
2	Bemessung	3
2.1	Ermittlung von $N_{pl,d}$ - Normalkraft im vollplastischen Zustand	3
2.2	Ermittlung von κ - Voraussetzungen	4
2.2.1	Der bezogene Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_K$	4
2.2.2	Der Parameter α	5
2.2.3	Die Hilfskonstante k	6
2.3	Ermittlung von κ - Berechnung	7
3	Nachweis	8
4	Anhang	9
4.1	Anhang a: Die Knickspannungslinien nach DIN 18800 Neu	9
4.2	Anhang b: Die Regressionspolynome der Knickspannungslinien DIN 18800 Neu . . .	10

Literatur

[001] DIN18800-Ausgabe November 1990.

[Dipa] Dipl.-Ing. Björnstjerne Zindler, M.Sc. Das Omega-Verfahren nach DIN4114.

[Dipb] Dipl.-Ing. Björnstjerne Zindler, M.Sc. Nachweisverfahren nach DIN18800.

1 Das Kappa-Verfahren nach DIN 18800 Neu

Aufbauend auf [Dipb] soll ein Profil, beschrieben in [Dipa] auf Biegeknicken mittels des Kappa-Verfahrens nach [001] nachgewiesen werden.

Kappa-Verfahren

Das Kappa-Verfahren ist ein Ersatzstabverfahren nach der Methode Elastisch-Plastisch [Dipb].¹

Grundlage des Nachweises ist die Erfüllung der Bedingung von DIN18800, Teil 2, (§304).

$$\frac{N}{\kappa \cdot N_{pl,d}} \leq 1$$

¹siehe auch „Nachweisverfahren nach DIN18800“

2 Bemessung

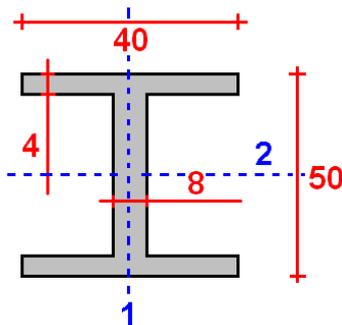
2.1 Ermittlung von $N_{pl,d}$ - Normalkraft im vollplastischen Zustand

Bemessung

Für die Ermittlung von $N_{pl,d}$ steht folgende Berechnungsgrundlage zur Verfügung:

$$N_{pl,d} = \sigma_{R,d} \cdot A = f_{y,d} \cdot A = \frac{f_{y,k}}{\gamma_m} \cdot A$$

Wobei A die Querschnittsfläche des Trägers darstellt, $\sigma_{R,d}$ die Grenznormalspannung², $f_{y,k}$ die Streckgrenze des verwendeten Baustahls³ und γ_m der Sicherheitsbeiwert für Widerstände⁴.



$$A = 2 \cdot 40 \cdot 4 + (50 - 2 \cdot 4) \cdot 8 = 656 \text{ mm}^2$$

⇒

$$N_{pl,d} = \frac{240}{1,1} \cdot 656 = 143,13 \text{ KN}$$

Bemessung

Die Trägheitsmomente sind berechenbar über:

$$I_1 = (I_{z-z} =) 2 \cdot \frac{40^3 \cdot 4}{12} + \frac{8^3 \cdot (50 - 2 \cdot 4)}{12} = 44.459 \text{ mm}^4 = I_{\min}$$

Und:

$$I_2 = (I_{y-y} =) 2 \cdot \frac{40 \cdot 4^3 + 40 \cdot 4 \cdot \left(\frac{50}{2} - \frac{4}{2}\right)}{12} + \frac{8 \cdot (50 - 2 \cdot 4)^3}{12} = 50.432 \text{ mm}^4 = I_{\max}$$

Der dazugehörige Trägheitsradius beträgt:

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{44.459}{2 \cdot 40 \cdot 4 + (50 - 2 \cdot 4) \cdot 8}} = 8,23 \text{ mm}$$

Für den angenommenen Knickfall 2 nach Euler (gelenkig, gelenkig) ergibt sich eine Knicklänge s_k aus der gewählten Stablänge $l = 500 \text{ mm}$ von:

$$s_k = \frac{l}{1} = \frac{500}{1} = 500 \text{ mm}$$

Die Schlankheit λ kann berechnet werden:

$$\lambda = (\lambda_K =) \frac{s_k}{i_{\min}} = \frac{500}{8,23} = 60,75$$

²nach DIN18800, Teil 1, (§746)

³nach DIN18800, Teil 1, Tabelle 1

⁴nach DIN18800, Teil 1, (§720)

2.2 Ermittlung von κ - Voraussetzungen

Zur Ermittlung von κ sind mehrere Schritte notwendig mit der Ermittlung weiterer Beiwerte.

2.2.1 Der bezogene Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_K$

Nach DIN18800, Teil 2, (§110) gilt für $\bar{\lambda}_K$:

$$\bar{\lambda}_K = \frac{\lambda_K}{\lambda_a}$$

Der Wert von λ_K ist bekannt:

$$\lambda_K = 60,75$$

Für den Wert von λ_a , dem Bezugsschlankheitsgrad steht⁵ eine Berechnungsgrundlage zur Verfügung:

$$\lambda_a = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_{y,k}}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{210.000}{240}} = 92,93$$

Mit E dem Elastizitätsmodul⁶. Damit ist $\bar{\lambda}_K$ ermittelt.

$$\bar{\lambda}_K = \frac{60,75}{92,93} = 0,654 > 0,2$$

Da $\bar{\lambda}_K > 0,2$ gilt, ist der Parameter α notwendig⁷, sowie die Hilfskonstante k ⁸.

⁵nach DIN18800, Teil 2, (§110)

⁶nach DIN18800, Teil 1, Tabelle 1

⁷nach DIN18800, Teil 2, Tabelle 4

⁸nach DIN18800, Teil 2, (Gl. 4b)

2.2.2 Der Parameter α

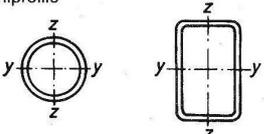
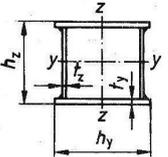
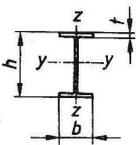
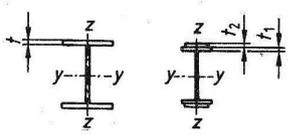
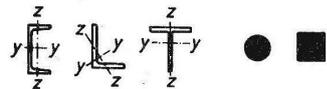
Für den Parameter α werden einige Querschnittsdaten benötigt⁹:

$$\frac{h}{b} = \frac{50}{40} = 1,25 > 1,2$$

Und:

$$t = 4 \leq 40$$

Mit einer weichen Achse um $z - z$ entspricht das¹⁰ der Knickspannungskennlinie b .

Querschnitt	Ausweichen rechtwinklig zur Achse	Knickspannungslinie
Hohlprofile  warm gefertigt kalt gefertigt	y - y z - z y - y z - z	a ⁹⁾ b ⁹⁾
geschweißte Kastenquerschnitte  dicke Schweißnaht und $h_y/t_y < 30$ $h_z/t_z < 30$	y - y z - z y - y z - z	b c
gewalzte I-Profile  $h/b > 1,2; t \leq 40 \text{ mm}$ $h/b > 1,2; 40 < t \leq 80 \text{ mm}$ $h/b \leq 1,2; t \leq 80 \text{ mm}$ $t > 80 \text{ mm}$	y - y z - z y - y z - z y - y z - z	a ⁹⁾ b ⁹⁾ b ⁹⁾ c ⁹⁾ d ⁹⁾
geschweißte I-Querschnitte  $t_i \leq 40 \text{ mm}$ $t_i > 40 \text{ mm}$	y - y z - z y - y z - z	b c c d
U-, L-, T- und Vollquerschnitte  und mehrteilige Stäbe nach Abschnitt 4.4	y - y z - z	c

Zuordnung der Querschnitte zu den Knickspannungslinien

Nach DIN18800, Teil 2, Tabelle 4 ist der Parameter α festgelegt.

Knickspannungslinie	a_0	a	b	c	d
α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Parameter α zur Berechnung des Abminderungsfaktors κ .

⇒

$$\alpha = 0,34$$

⁹ entnommen [Dipa]

¹⁰ nach DIN18800, Teil 2, Tabelle 5

2.2.3 Die Hilfskonstante k

Jetzt ist¹¹ die Hilfskonstante k ermittelbar.¹²

$$k = \frac{1}{2} \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda}_K - 0,2) + \bar{\lambda}_K^2] = \frac{1}{2} \cdot [1 + 0,34 \cdot (0,654 - 0,2) + 0,654^2] = 0,791$$

¹¹aus DIN18800, Teil 2, (Gl. 4b)

¹²Die Hilfskonstante k ist eine nach unten geöffnete Parabel mit dem Scheitelpunkt:

$$P_S \left(\frac{\alpha}{2}, \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{5} + \frac{\alpha^2}{4} \right) \right)$$

Zwei markante Punkte sind bekannt.

$$k(\bar{\lambda}_K, \alpha) = \frac{5 - \alpha}{10} + \frac{\alpha}{2} \cdot \bar{\lambda}_K + \frac{1}{2} \cdot \bar{\lambda}_K^2$$

⇒

$$k(0, \alpha) = \frac{5 - \alpha}{10}$$

Sowie:

$$0 = \frac{5 - \alpha}{10} + \frac{\alpha}{2} \cdot \bar{\lambda}_K + \frac{1}{2} \cdot \bar{\lambda}_K^2$$

⇒

$$\alpha = 5 \cdot \frac{\bar{\lambda}_K^2 - 1}{5 \cdot \bar{\lambda}_K - 1} \quad \bar{\lambda}_K = \frac{\alpha}{2} \pm \frac{1}{10} \cdot \sqrt{25 \cdot \alpha^2 - 20 \cdot \alpha + 100}$$

Für $\alpha = 0$:

$$\bar{\lambda}_K = 1$$

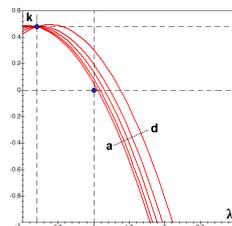
Für $\bar{\lambda}_K = 0$:

$$\alpha = 5$$

Eine Singularität existiert bei $\bar{\lambda}_K = \frac{1}{5}$.

$$k\left(\frac{1}{5}, \alpha\right) = \frac{12}{25}$$

Grafisch dargestellt:

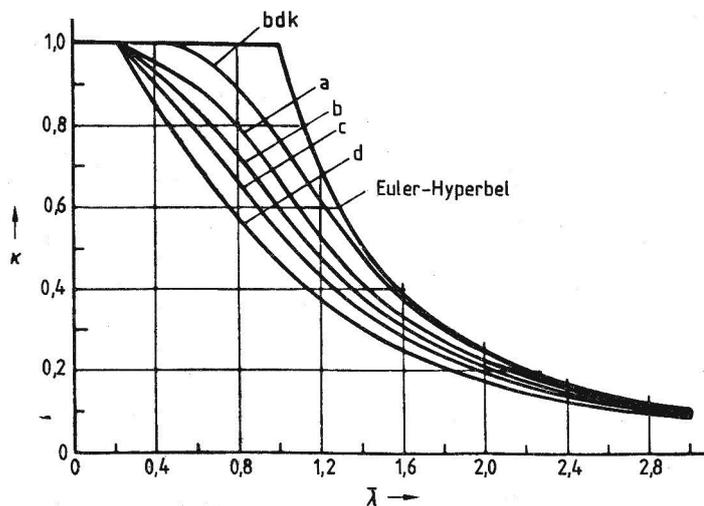


2.3 Ermittlung von κ - Berechnung

Nun steht der Berechnung des Wertes κ nichts mehr im Wege.

$$\kappa = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \bar{\lambda}_K^2}} = \frac{1}{0,791 + \sqrt{0,791^2 - 0,654^2}} = 0,81$$

Eine grafische Kontrolle ist möglich^{13, 14}.



Abminderungsfaktoren κ für Biegeknicke
(Knickspannungslinien a, b, c, d)
und κ_M für Biegedrillknicke (bdk) mit $n = 2, 5$.

¹³über DIN18800, Teil 2, Bild 10

¹⁴Die Berechnungsgrundlagen von κ lassen sich zusammenfassen.

$$\kappa(\bar{\lambda}_K, \alpha) = \frac{2}{\bar{\lambda}_K^2 + \alpha \cdot \lambda_K + \frac{5-\alpha}{5} + \sqrt{(\bar{\lambda}_K^2 + \alpha \cdot \lambda_K + \frac{5-\alpha}{5})^2 - 4 \cdot \bar{\lambda}_K^2}}$$

Diese Funktion besitzt folgende Eigenschaften.

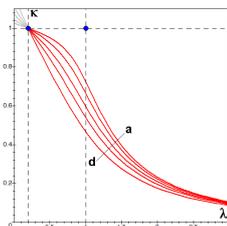
$$\kappa(0, \alpha) = \frac{10}{10 - 2 \cdot \alpha} \quad \kappa(+\infty, \alpha) = 0$$

$$\kappa(\bar{\lambda}_K, 0) = \bar{\lambda}_K^{-2} \propto \lambda_K^{-2} \propto \lambda_a^2 \quad \kappa(\bar{\lambda}_K, +\infty) = 0$$

Eine Singularität existiert bei $\bar{\lambda}_K = \frac{1}{5}$.

$$\kappa\left(\frac{1}{5}, \alpha\right) = 1$$

Grafisch dargestellt.



3 Nachweis

Aus [Dipa] ist die einwirkende Kraft gegeben mit $N = 120\text{KN}$.

Nachweis

$$\frac{120}{0,81 \cdot 143,13} = 1,04 \approx 1$$

Damit ist der Nachweis erfüllt. Der Knickstab ist voll ausgelastet.

4 Anhang

4.1 Anhang a: Die Knickspannungslinien nach DIN 18800 Neu

$\bar{\lambda}_k$	χ für Knickspannungslinie			
	a	b	c	d
0,2	1,000	1,000	1,000	1,000
0,4	0,953	0,926	0,897	0,850
0,6	0,890	0,837	0,785	0,710
0,8	0,796	0,724	0,662	0,580
1,0	0,666	0,597	0,540	0,467
1,2	0,530	0,478	0,434	0,376
1,4	0,418	0,382	0,349	0,306
1,6	0,333	0,308	0,284	0,251
1,8	0,270	0,252	0,235	0,209
2,0	0,223	0,209	0,196	0,177
2,2	0,187	0,176	0,166	0,151
2,4	0,159	0,151	0,142	0,130
2,6	0,136	0,130	0,123	0,113
2,8	0,118	0,113	0,108	0,100
3,0	0,104	0,099	0,095	0,088

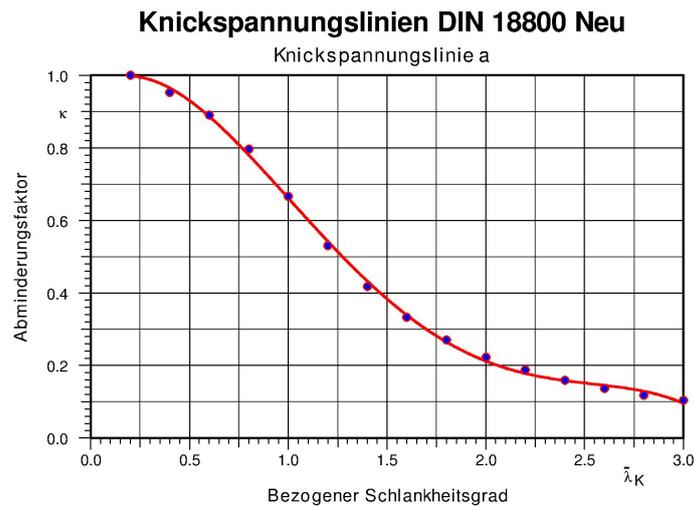
Abminderungsfaktoren χ der Europäischen Knickspannungslinien

4.2 Anhang b: Die Regressionspolynome der Knickspannungslinien DIN 18800 Neu

- Knickspannungslinie a

$$\kappa_a \approx 0,9635 + \frac{\bar{\lambda}_K}{2,6685} - \frac{\bar{\lambda}_K^2}{0,9418^2} + \frac{\bar{\lambda}_K^3}{1,2402^3} - \frac{\bar{\lambda}_K^4}{1,9170^4}$$

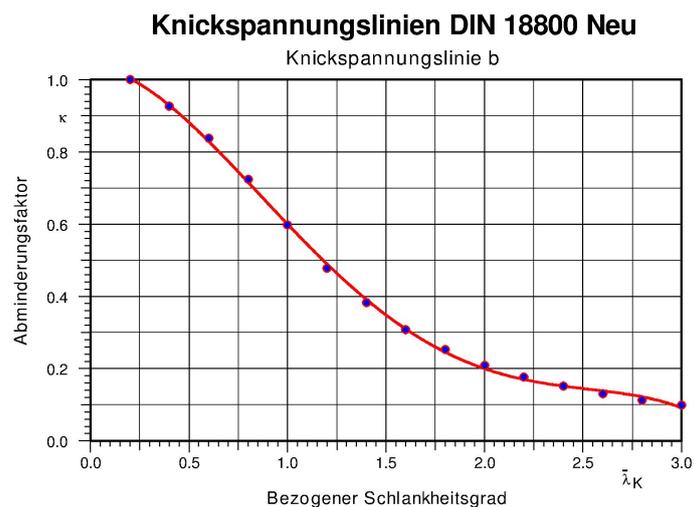
⇒



- Knickspannungslinie b

$$\kappa_b \approx 1,0364 - \frac{\bar{\lambda}_K}{25,0772} - \frac{\bar{\lambda}_K^2}{1,1827^2} + \frac{\bar{\lambda}_K^3}{1,3895^3} - \frac{\bar{\lambda}_K^4}{2,0641^4}$$

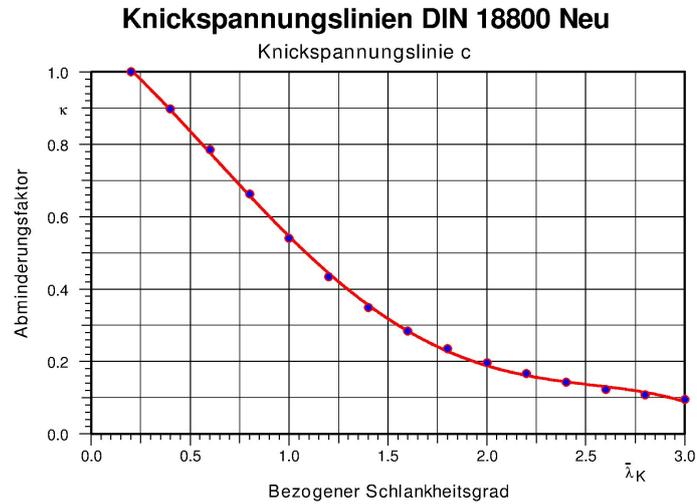
⇒



- **Knickspannungslinie c**

$$\kappa_c \approx 1,0989 - \frac{\bar{\lambda}_K}{2,4341} - \frac{\bar{\lambda}_K^2}{1,7233^2} + \frac{\bar{\lambda}_K^3}{1,6303^3} - \frac{\bar{\lambda}_K^4}{2,2837^4}$$

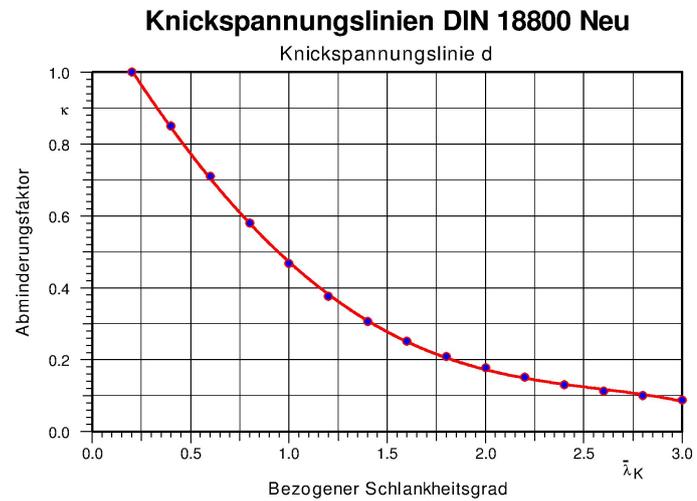
⇒



- **Knickspannungslinie d**

$$\kappa_d \approx 1,1789 - \frac{\bar{\lambda}_K}{1,0995} + \frac{\bar{\lambda}_K^2}{2,3558^2} + \frac{\bar{\lambda}_K^3}{3,1041^3} - \frac{\bar{\lambda}_K^4}{3,0883^4}$$

⇒



Für $\bar{\lambda}_K \rightarrow 3$ treten größere Abweichungen auf!

L^AT_EX 2_ε

2.5 Nachweis über Eurocode 3 / EN 1993

3 Zusammenfassung und Vergleich

Letztendlich zum Vergleich die Nachweise der einzelnen Vorschriften aufgelistet.

Methode	Nachweis - symbolisch	Nachweis - numerisch
Lambda- Verfahren	$\sigma_{vorh} \cdot S \leq \sigma_{zul}$	1,14 > 1
Phi- Verfahren	$\sigma_{vorh} \leq \sigma_{zul} \cdot \varphi$	1,42 > 1
Omega- Verfahren	$\sigma_{vorh} \cdot \omega \leq \sigma_{zul}$	1 = 1
Kappa- Verfahren	$N \leq N_{pl,d} \cdot \kappa$	1 = 1
Eurocode 3	xxx	yyy

4 Anhang

Zulässige Spannungen für Bauteile in N/mm² DIN 18800 Teil 1

Spannungsart	Werkstoff und Lastfall							
	St 37		St 52		StE 460		StE 690	
	H	HZ	H	HZ	H	HZ	H	HZ
Druck und Biegedruck für Stabilitätsnachweis nach DIN 4114 Teil 1 und 2 (zul σ_D)	140	160	210	240	275	310		
Druck und Biegedruck Zug und Biegezug Vergleichsspannung (zul σ)	160	180	240	270	310	350	410	460
Schub (zul τ)	92	104	139	156	180	200	240	270

Allgemeine Baustähle, Auszug aus DIN 17100

Stahlsorte Kurzname	St 37-2	USt 37-2	RSt 37-2	St 37-3	St 52-3
Werkstoffnummer	1.0037	1.0036	1.0038	1.0016	1.570
Desoxidationsart ¹⁾	2)		U	R	RR
Zugfestigkeit für Erzeugnisdicken in mm	N/mm ²	340 bis 470			490 bis 630
	≤ 3				
	≤ 100				
	> 100	nach Vereinbarung			
Obere Streckgrenze für Erzeugnisdicken in mm	N/mm ² min				
	≤ 16	235		235	
	> 16	225		225	
	≤ 40				
	> 40	215		215	
	≤ 63				
	> 63	205		215	
	≤ 80				
	> 80	195		215	
	≤ 100				
	> 100	nach Vereinbarung			
Bruchdehnung für Erzeugnisdicken in mm	% min	Probenlage längs 26 quer 24			22 20
	≤ 3				
	≤ 40	Probenlage längs 25 quer 23			21 19
	> 40				
	≤ 63	Probenlage längs 24 quer 22			20 18
	> 63				
	≤ 100				
	> 100	nach Vereinbarung			
Meßlänge $L_0 = 5d_0$					
	≤ 3				
	≤ 40				
	> 40				
	≤ 63				
	> 63				
	≤ 100				
	> 100	nach Vereinbarung			

¹⁾ U unberuhigt, R beruhigt (einschließlich halbberuhigt), RR besonders beruhigt
²⁾ freigestellt

Zulässige Spannungen für Bauteile in N/mm² DIN 18800 Teil 1 (März 1981)

Spannungsart	Werkstoff			
	St 37		St 52	
	H	HZ	H	HZ
Druck und Biegedruck (zul σ_D) für Stabilitätsnachweis nach DIN 4114 Teil 1 und Teil 2	140	160	210	240
Zug und Biegezug/Druck und Biegedruck (zul σ)	160	180	240	270
Schub (zul τ)	92	104	139	156

Allgemeine Kennwerte

Stahl	Streckgrenze β_s	Elastizitätsmodul E	Schubmodul G
	N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²
Baustahl St 37 Baustahl St 52 Stahlguß GS 52 Vergütungsstahl C 35 N	240 ¹⁾ 360 ²⁾ 260 280	210000	81000
Grauguß GG 15	—	100000	38000

¹⁾ Für Materialdicken ≤ 100 mm, ²⁾ Für Materialdicken ≤ 60 mm.
Für größere Dicken sind entsprechende Festlegungen zu treffen.

Zulässige Spannungen für Überslagsberechnungen und Festigkeitswerte in N/mm²

R_m = Zugfestigkeit, R_e = Streckgrenze bzw. 0,2 %-Dehngrenze, σ_{bF} = Biegegrenze,

σ_W = Zug-Druck-Wechselspannungsfestigkeit, τ_W = Schubwechselspannungsfestigkeit

Stahlart	Stahlsorte	τ_{zul}	$\sigma_{b,zul}$	R_m	R_e	σ_{bF}	σ_W	τ_W
Baustähle ¹⁾ DIN EN 10025 (DIN 17100)	S235JR (St 37-2)	18	37	340	215	260	150	105
	S275JR (St 44-2)	22	45	410	255	305	185	130
	E295 (St 50-2)	26	52	470	275	330	210	145
	E335 (St 60-2)	32	63	570	315	380	255	180
Vergütungsstähle ²⁾ DIN EN 10083 (DIN 17200)	C35E (Ck 35)	27	53	480	270	325	215	150
	C45E (Ck 45)	32	64	580	305	365	260	180
	25CrMo4	39	77	700	450	540	315	220
	34CrMo4	44	88	800	550	660	360	250
	42CrMo4	50	100	900	650	780	405	285
	50CrMo4	50	100	900	700	840	405	285
34CrNiMo6	55	110	1000	800	900	450	315	
Einsatzstähle ³⁾ DIN EN 10084 (DIN 17210)	16MnCr5	36	72	650	450	540	290	205
	20MnCr5	44	88	800	550	660	360	250
	15CrNi6	44	88	800	550	660	360	250

¹⁾ Dicke 40...63 mm, ²⁾ Dicke 40...100 mm, ³⁾ Dicke 65 mm.