Aufbau von faserbasierten Interferometern für die Quantenkryptografie

- Gehäuse, Phasenstabilisierung, Fasereinbau -

Masterarbeit
im Studiengang Elektrotechnik und
Informationstechnik
Vertiefungsrichtung Photonik

an der

FernUniversität in Hagen

in Kooperation mit der

HUMBOLDT-UNIVERSITÄT · ZU BERLIN ·

vorgelegt von

Björnstjerne Zindler

geboren am 13. November 1966 in Görlitz

eingereicht am 21. November 2011

Erstgutachter: Herr Professor Dr. A. Richter
Zweitgutachter: Herr Professor Dr. O. Benson

Meiner Mutter gewidmet
*03. Juli 1940
+22. September 2010

Messwertabnahme der piezoelektrischen Verformung mittels Dehnungsmessstreifen am Piezorohr 74x20x4.

- **Basierend auf:**

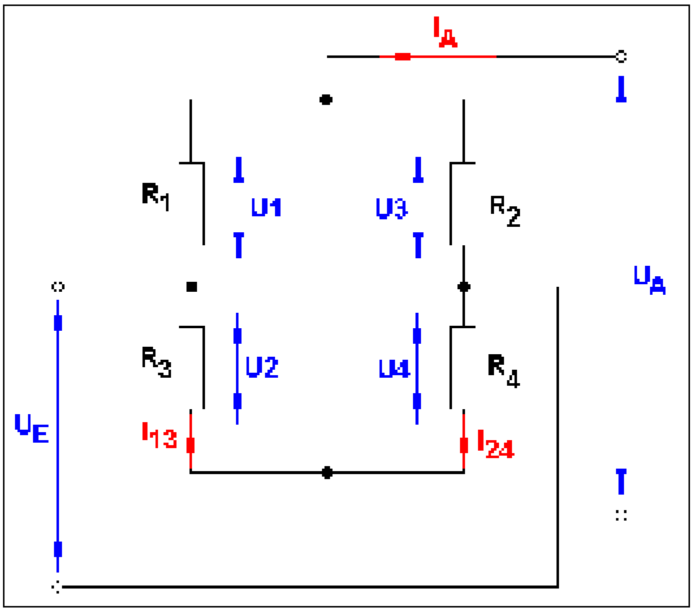
Karl Hoffmann „Eine Einführung in die Technik des Messens mit Dehnungsmessstreifen“ – Downloadversion.

- **Vorbetrachtungen:**

Zwecks Redundanz der später aufzubauenden Regelung der Phasentreue des Piezoelektrischen Stabilisators ist neben der optischen Ist- Wertabnahme auch eine elektrische Abnahme mittels Dehnmessstreifen zu realisieren. Inhalt dieses Arbeitsblattes ist die Betrachtung und Realisierung der Dehnungs-Spannungskennlinie.

- **Die Wheatstone´sche Brückenschaltung:**

Allgemeine Betrachtung:



Abbild 1: Die Messbrücke im Allgemeinen mit Strömen und Spannungen.

U_A = Speisespannung der Messbrücke
U_E = Messspannung der Messbrücke
I_A = Eingangsstrom der Messbrücke
I_{13} = Teilstrom im 13- Zweig
I_{24} = Teilstrom im 24- Zweig
U_1 = Spannungsabfall über R_1

U_2 = Spannungsabfall über R_2
U_3 = Spannungsabfall über R_3
U_4 = Spannungsabfall über R_4
R_X = Widerstände R_1 bis R_4

Um die Messbrücke als Dehnungs- Spannungs- Wandler nutzen zu können ist es nötig, dass der Innenwiderstand der Spannungsquelle von U_E gegen Null geht und der Innenwiderstand der Messeinrichtung U_A einen möglichst unendlichen Wert besitzt.

Ist das gegeben, können folgende Teilterme aufgestellt werden:

Ströme:

$$I_E = \frac{U_E}{R_E} = I_{13} + I_{24} = \frac{U_E}{R_{13}} + \frac{U_E}{R_{24}}$$

Spannungen:

$$U_1 = R_1 \cdot I_{13} \quad U_3 = R_3 \cdot I_{13}$$
$$U_2 = R_2 \cdot I_{24} \quad U_4 = R_4 \cdot I_{24}$$

Widerstände:

$$R_{13} = R_1 + R_3 \quad R_{24} = R_2 + R_4$$

Die Messpannung „U_M" ist definiert durch:

$$U_M = U_1 - U_2 = U_4 - U_3$$

$\Rightarrow$

$$U_M = R_1 \cdot I_{13} - R_2 \cdot I_{24} = R_4 \cdot I_{24} - R_3 \cdot I_{13}$$

$\Rightarrow$

$$U_M = R_1 \cdot \frac{U_E}{R_{13}} - R_2 \cdot \frac{U_E}{R_{24}} = R_4 \cdot \frac{U_E}{R_{24}} - R_3 \cdot \frac{U_E}{R_{13}}$$

$\Rightarrow$

$$U_M = \left(\frac{R_1}{R_{13}} - \frac{R_2}{R_{24}} \right) \cdot U_E = \left(\frac{R_4}{R_{24}} - \frac{R_3}{R_{13}} \right) \cdot U_E$$

$\Rightarrow$

$$U_M = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_3} - \frac{R_2}{R_2 + R_4} \right) \cdot U_E = \left(\frac{R_4}{R_2 + R_4} - \frac{R_3}{R_1 + R_3} \right) \cdot U_E$$

$\Rightarrow$

$$U_M = \frac{R_1 \cdot (R_2 + R_4) - R_2 \cdot (R_1 + R_3)}{(R_1 + R_3) \cdot (R_2 + R_4)} \cdot U_E = \frac{R_4 \cdot (R_1 + R_3) - R_3 \cdot (R_2 + R_4)}{(R_2 + R_4) \cdot (R_1 + R_3)} \cdot U_E$$

$\Rightarrow$

$$\boxed{U_M = \frac{R_1 \cdot R_4 - R_2 \cdot R_3}{(R_1 + R_3) \cdot (R_2 + R_4)} \cdot U_E}$$

Viertelbrücke:

Aus der allgemeinen Berechnungsgrundlage soll die Widerstands-Spannungskennlinie für eine Viertelbrücke hergeleitet werden. Der Widerstand „R_1“ stellt damit den Dehnungsmessstreifen „$R_M=R+\Delta R$“ dar und es gilt „$R_2=R_3=R_4=R$“.

$$U_M = \frac{(R+\Delta R)\cdot R - R\cdot R}{(R+\Delta R+R)\cdot(R+R)}\cdot U_E$$

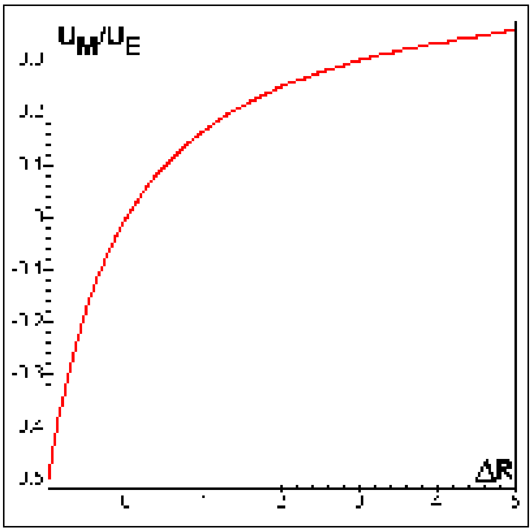
$\Rightarrow$

$$\boxed{U_M = \frac{\Delta R}{\Delta R+2R}\cdot\frac{U_E}{2}}$$

$\Rightarrow$

$$\frac{U_M}{U_E} \propto \frac{\Delta R}{\Delta R+2}\cdot\frac{1}{2}$$

$\Rightarrow$



Abbild 2: Die Widerstands- Spannungs- Kennlinie der Viertelbrücke.

Deutlich zu sehen ist die Nichtlinearität der Kennlinie, was unter Umständen störend sich bemerkbar machen kann.

Diagonalbrücke:

Aus der allgemeinen Berechnungsgrundlage soll die Widerstands-Spannungskennlinie für eine Diagonalbrücke hergeleitet werden. Die Widerstände „R_1“ und „R_4“ stellen damit die Dehnungsmessstreifen „$R_M=R+\Delta R$“ dar und es gilt „$R_2=R_3=R$“.

$$U_M = \frac{(R+\Delta R)\cdot(R+\Delta R) - R\cdot R}{(R+\Delta R+R)\cdot(R+R+\Delta R)}\cdot U_E$$

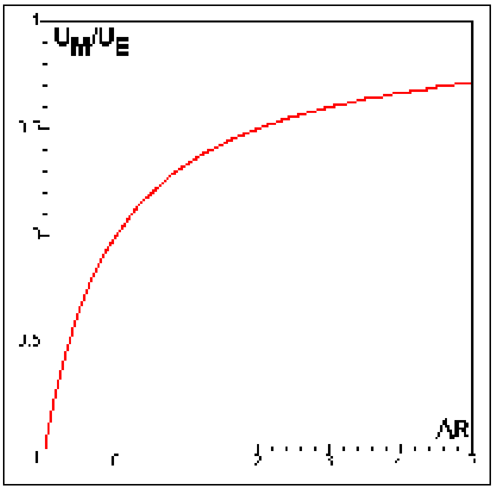
$\Rightarrow$

$$\boxed{U_M = \frac{\Delta R}{\Delta R + 2R} \cdot U_E}$$

$\Rightarrow$

$$\frac{U_M}{U_E} \propto \frac{\Delta R}{\Delta R + 2}$$

$\Rightarrow$



Abbild 3: Die Widerstands- Spannungs- Kennlinie der Diagonalbrücke.

Deutlich zu sehen ist die Nichtlinearität der Kennlinie, was unter Umständen störend sich bemerkbar machen kann.Andere Messanordnungen sollen nicht betrachtet werden.

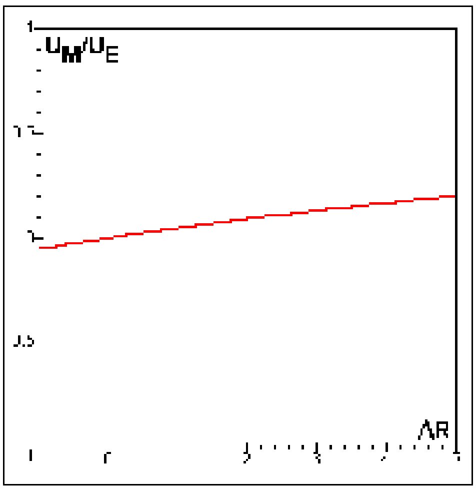
- **Linearisierungsmöglichkeiten I:**

Grundsätzlich gibt es zwei verschiedene Linearisierungsmöglichkeiten.

1) Es wird die Messbrücke so aufgebaut, dass gilt „R >> ΔR“. Das linearisiert die Kennlinie, jedoch auf Kosten der Empfindlichkeit. Mit „R = 10“ gilt:

$$\frac{U_M}{U_E} \propto \frac{\Delta R}{\Delta R + 20}$$

$\Rightarrow$



Abbild 4: Die linearisierte Widerstands- Spannungs- Kennlinie der Diagonalbrücke.

2) Die Widerstandsänderung „ΔR“ des Dehnungsmessstreifens wird klein gehalten. Dadurch kann um „ΔR = 0“ taylorisiert werden:

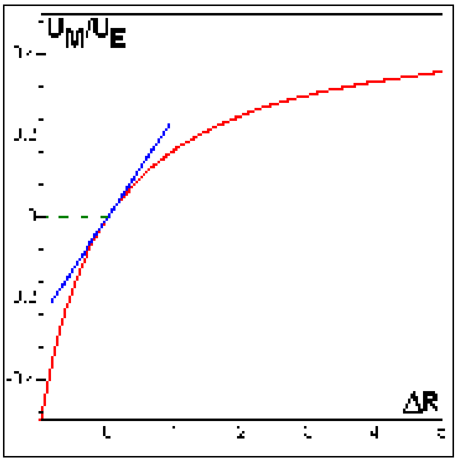
Viertelbrücke:

$$U_M = \frac{\Delta R}{\Delta R + 2R} \cdot \frac{U_E}{2}$$

$\Rightarrow$

$$\boxed{U_M^{(T)} = \frac{\Delta R}{R} \cdot \frac{U_E}{4}} \quad \Rightarrow \quad \frac{U_M^{(T)}}{U_E} \propto \frac{\Delta R}{4}$$

$\Rightarrow$



Abbild 5: Die linearisierte Widerstands- Spannungs- Kennlinie **(blau)** der Viertelbrücke taylorisiert um den Punkt „„ΔR = 0“ herum.

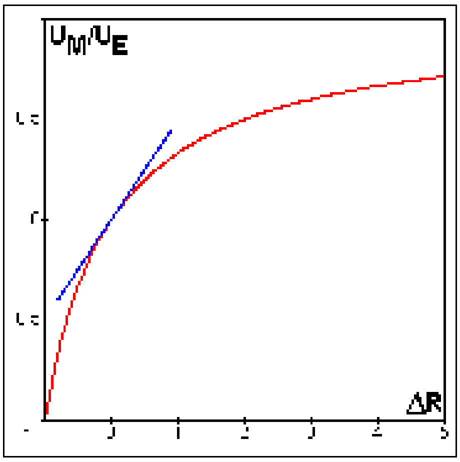
Diagonalbrücke:

$$U_M = \frac{\Delta R}{\Delta R + 2R} \cdot U_E$$

$\Rightarrow$

$$\boxed{U_M^{(T)} = \frac{\Delta R}{R} \cdot \frac{U_E}{2}} \quad \Rightarrow \quad \frac{U_M^{(T)}}{U_E} \propto \frac{\Delta R}{2}$$

$\Rightarrow$



Abbild 6: Die linearisierte Widerstands- Spannungs- Kennlinie **(blau)** der Viertelbrücke taylorisiert um den Punkt „„ΔR = 0“ herum.

Die Diagonalbrücke besitzt von vornherein eine doppelte Empfindlichkeit als die Viertelbrücke (aus der Tatsache heraus, dass zwei Dehnungsmessstreifen das Messsignal generieren).

- **Isolierung von „ΔR“:**

Soll letztendlich ein absoluter Wert der Dehnung gemessen werden, so ist es erforderlich „ΔR“ zu isolieren:

Viertelbrücke:

$$U_M = \frac{\Delta R}{\Delta R + 2R} \cdot \frac{U_E}{2}$$

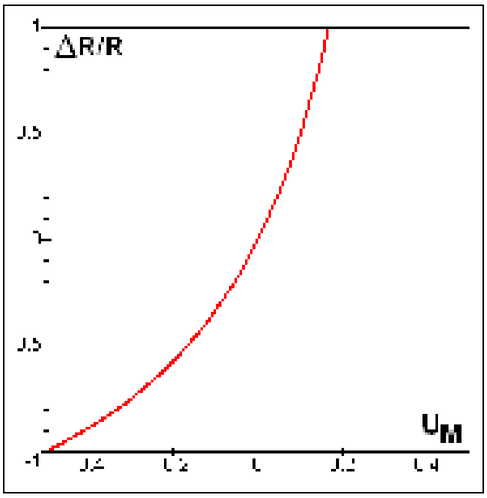
$\Rightarrow$

$$\boxed{\Delta R = 4 \cdot \frac{U_M}{U_E - 2 \cdot U_M} \cdot R}$$

$\Rightarrow$

$$\frac{\Delta R}{R} \propto 4 \cdot \frac{U_M}{1 - 2 \cdot U_M}$$

$\Rightarrow$



Abbild 7: Die Spannungs- Widerstands- Kennlinie der Viertelbrücke.

Diagonalbrücke:

$$U_M = \frac{\Delta R}{\Delta R + 2R} \cdot U_E$$

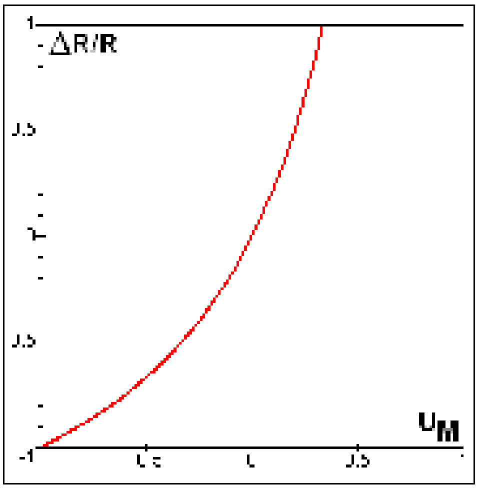
$\Rightarrow$

$$\boxed{\Delta R = 2 \cdot \frac{U_M}{U_E - U_M} \cdot R}$$

$\Rightarrow$

$$\frac{\Delta R}{R} \propto 2 \cdot \frac{U_M}{1 - U_M}$$

$\Rightarrow$



Abbild 8: Die Spannungs- Widerstands- Kennlinie der Diagonalbrücke.

- **Linearisierungsmöglichkeiten II:**

Auch hier soll im Vornherein um „U_M=0“ taylorisiert werden, da die Spannungs- Widerstands- Kennlinien nichtlinear sich darstellen:

Viertelbrücke:

$$\Delta R = 4 \cdot \frac{U_M}{U_E - 2 \cdot U_M} \cdot R$$

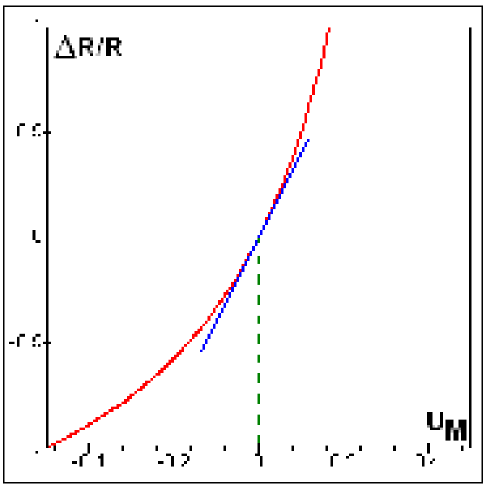
$\Rightarrow$

$$\boxed{\Delta R^{(T)} = 4 \cdot \frac{U_M}{U_E} \cdot R}$$

$\Rightarrow$

$$\frac{\Delta R^{(T)}}{R} \propto 4 \cdot U_M$$

$\Rightarrow$



Abbild 9: Die linearisierte Spannungs- Widerstands- Kennlinie **(blau)** der Viertelbrücke taylorisiert um den Punkt „„$U_M = 0$“ herum.

Diagonalbrücke:

$$\Delta R = 2 \cdot \frac{U_M}{U_E - U_M} \cdot R$$

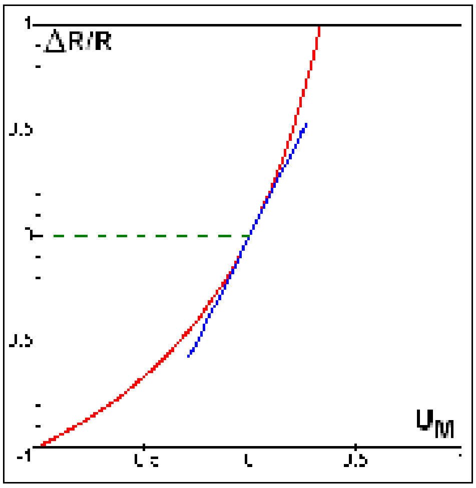
$\Rightarrow$

$$\boxed{\Delta R^{(T)} = 2 \cdot \frac{U_M}{U_E} \cdot R}$$

$\Rightarrow$

$$\frac{\Delta R^{(T)}}{R} \propto 2 \cdot U_M$$

$\Rightarrow$



Abbild 10: Die linearisierte Spannungs- Widerstands- Kennlinie **(blau)** der Diagonalbrücke taylorisiert um den Punkt „„$U_M = 0$“ herum.

- **Einführung der Dehnung:**

Das Verhältnis „ΔR/R“ ist für ein Dehnungsmessstreifen definiert als:

$$\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \frac{\Delta L}{L} = k \cdot \varepsilon$$

Der k- Faktor ist ein dehnungsmessstreifendefinierter Proportionalitätsfaktor, welcher spezifischen Widerstand, dessen Änderung und Querdehnungszahl vereint. Der Faktor „k“ wird mit dem Dehnmessstreifen angegeben.

Viertelbrücke:

$$\frac{\Delta R}{R} = 4 \cdot \frac{U_M}{U_E - 2 \cdot U_M}$$

$\Rightarrow$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{4}{k} \cdot \frac{U_M}{U_E - 2 \cdot U_M}}$$

Diagonalbrücke:

$$\frac{\Delta R}{R} = 2 \cdot \frac{U_M}{U_E - U_M}$$

$\Rightarrow$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{2}{k} \cdot \frac{U_M}{U_E - U_M}}$$

- **Empfindlichkeit der Messanordnung:**

Damit ist die Berechnungsgrundlage der Dehnungs- Messspannungs- Kennlinie hergeleitet worden. Bleibt zu untersuchen, die zu erwartende Empfindlichkeit der Messanordnung. So ist die Dehnung definiert an einem kreisrunden Querschnitt:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \equiv \frac{\Delta d}{d}$$

Viertelbrücke:

$$\boxed{\Delta d = \frac{4 \cdot d}{k} \cdot \frac{U_M}{U_E - 2 \cdot U_M}}$$

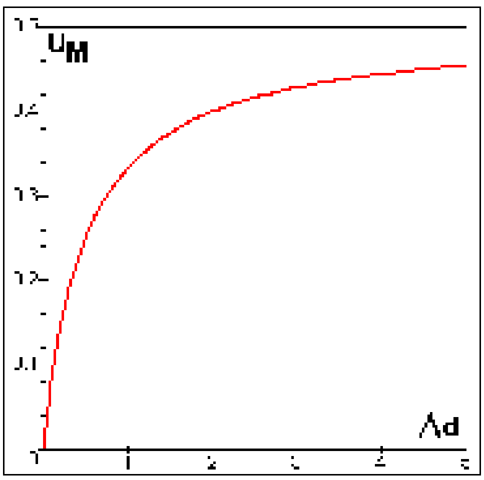
Es wird nun wieder rückumgestellt nach „U_M“:

$$\boxed{U_M = U_E \cdot \frac{\frac{\Delta d}{d} \cdot \frac{k}{4}}{2 \cdot \frac{\Delta d}{d} \cdot \frac{k}{4} + 1}}$$

$\Rightarrow$

$$\frac{U_M}{U_E} \propto \frac{\Delta d}{2 \cdot \Delta d + 1}$$

$\Rightarrow$



Abbild 11: Die Spannungs- Dehnungs- Kennlinie der Viertelbrücke.

Diagonalbrücke:

$$\boxed{\Delta d = \frac{2 \cdot d}{k} \cdot \frac{U_M}{U_E - U_M}}$$

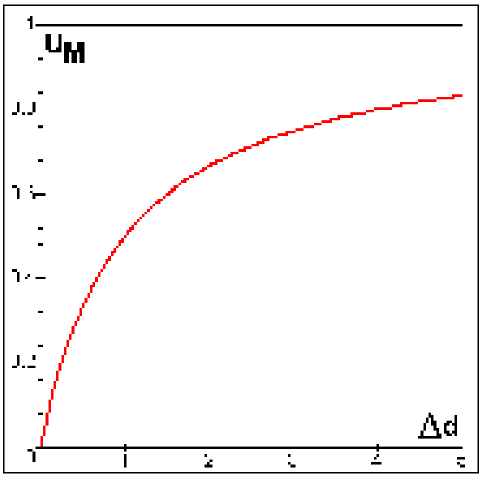
Es wird nun wieder rückumgestellt nach „U_M":

$$\boxed{U_M = \frac{\frac{\Delta d \cdot k}{d \cdot 2}}{\frac{\Delta d \cdot k}{d \cdot 2} + 1} \cdot U_E}$$

⇒

$$\frac{U_M}{U_E} = \frac{\Delta d}{\Delta d + 1}$$

⇒



Abbild 12: Die Spannungs- Dehnungs- Kennlinie der Diagonalbrücke.

- **Linearisierungsmöglichkeiten III:**

Wenn die nichtlinerare Spannungs- Dehnungs- Kennline störend wirkt, kann eine Linearisierung für kleine Werte von „Δd" durchgeführt werden. Es wird taylorisiert:

Viertelbrücke:

$$U_M = U_E \cdot \frac{\frac{\Delta d}{d} \cdot \frac{k}{4}}{2 \cdot \frac{\Delta d}{d} \cdot \frac{k}{4} + 1}$$

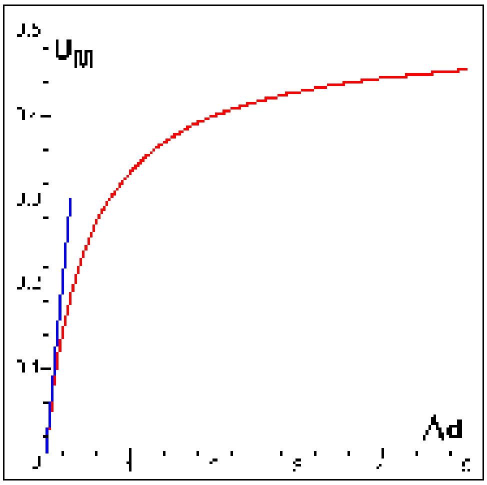
⇒

$$\boxed{U_M^{(T)} = U_E \cdot \frac{\Delta d}{d} \cdot \frac{k}{4}}$$

⇒

$$U_M^{(T)} \propto \Delta d$$

$\Rightarrow$



Abbild 13: Die linearisierte Spannungs- Dehnungs-Kennlinie **(blau)** der Viertelbrücke.

Diagonalbrücke:

$$U_M = \frac{\frac{\Delta d \cdot k}{d \cdot 2}}{\frac{\Delta d \cdot k}{d \cdot 2} + 1} \cdot U_E$$

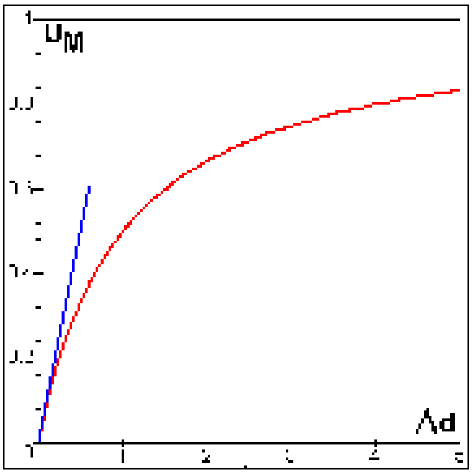
$\Rightarrow$

$$\boxed{U_M^{(T)} = U_E \cdot \frac{\Delta d}{d} \cdot \frac{k}{2}}$$

$\Rightarrow$

$$U_M^{(T)} \propto \Delta d$$

$\Rightarrow$



Abbild 14: Die linearisierte Spannungs- Dehnungs-Kennlinie **(blau)** der Diagonalbrücke.

- **Anwendungsbeispiel:**

Durchgeführt werden Messungen am Piezorohr 74x20x4. Genutzt als Klebeort wird die Innenseite in radialer Richtung. Damit ergibt sich für „d“:

$$d = 66mm = 66 \cdot 10^{-3} m$$

Das Piezorohr hat laut Datenblatt ein „Δd_{max}“ von:

$$\Delta d_{\max} = 5\mu m = 5 \cdot 10^{-6} m$$

Die Eingangsspannung „U_E“ wird angelegt an die Messbrücke von:

$$U_E = 1V$$

Als Dehungsmessstreifen wurde ausgewählt ein Folienmessstreifen von HBM der ein k- Wert besitzt von (Werkstoff Konstantan):

$$k = 2$$

Die zu erwartende maximale Dehnung wird ermittelt:

$$\boxed{\varepsilon = \frac{5}{66 \cdot 10^{-3}} = 75{,}8 \frac{\mu m}{m} < 100 \frac{\mu m}{m} = \varepsilon_{Max}}$$

Die zu messende Spannung „U_M“ bewegt sich in Größenordnungen von:

Viertelbrücke:

$$U_M = U_E \cdot \frac{\frac{\Delta d}{d} \cdot \frac{k}{4}}{2 \cdot \frac{\Delta d}{d} \cdot \frac{k}{4} + 1} = 1 \cdot \frac{\frac{5 \cdot 10^{-6}}{66 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{2}{4}}{2 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{66 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{2}{4} + 1}$$

$\Rightarrow$

$$\boxed{U_M = 37{,}9 \cdot 10^{-6} V = 37{,}9 \mu V}$$

Diagonalbrücke:

$$U_M = U_E \cdot \frac{\frac{\Delta d \cdot k}{d \cdot 2}}{\frac{\Delta d \cdot k}{d \cdot 2} + 1} = 1 \cdot \frac{\frac{5 \cdot 10^{-6}}{66 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{2}{2}}{\frac{5 \cdot 10^{-6}}{66 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{2}{2} + 1}$$

$\Rightarrow$

$$\boxed{U_M = 75{,}8 \cdot 10^{-6} V = 75{,}8 \mu V}$$

Diese Spannungen störungsfrei zu messen ist nur mit größten Aufwand möglich. Den dynamischen Einsatz in eine Regelschleife dürfte zu keinen praktischen Ergebnissen führen.

Ein Ausweg ist der Einsatz von Dehnungsmessstreifen mit höheren k- Wert.

Eingesetzt wird ein Dehnungsmesstreifen von ZSE mit einem k- Wert von:

$$k = 100$$

Viertelbrücke:

$$U_M = U_E \cdot \frac{\frac{\Delta d}{d} \cdot \frac{k}{4}}{2 \cdot \frac{\Delta d}{d} \cdot \frac{k}{4} + 1} = 1 \cdot \frac{\frac{5 \cdot 10^{-6}}{66 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{100}{4}}{2 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{66 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{100}{4} + 1}$$

$\Rightarrow$

$$\boxed{U_M = 1{,}9 \cdot 10^{-3} V = 1{,}9 mV}$$

Diagonalbrücke:

$$U_M = U_E \cdot \frac{\frac{\Delta d \cdot k}{d \cdot 2}}{\frac{\Delta d \cdot k}{d \cdot 2} + 1} = 1 \cdot \frac{\frac{5 \cdot 10^{-6}}{66 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{100}{2}}{\frac{5 \cdot 10^{-6}}{66 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{100}{2} + 1}$$

$\Rightarrow$

$$\boxed{U_M = 3{,}8 \cdot 10^{-3} V = 3{,}8 mV}$$

Diese Spannungen sind mit einen Instrumentenmessverstärker aufnehmbar und liegen deutlich über eventuellen Störungen aus der Umgebung.