
Aufbau von faserbasierten Interferometern für die Quantenkryptografie

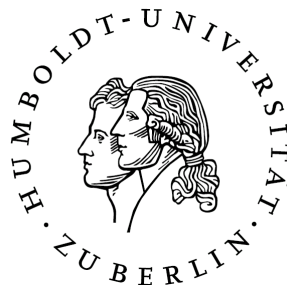
- Gehäuse, Phasenstabilisierung, Fasereinbau -

Masterarbeit
im Studiengang Elektrotechnik und
Informationstechnik
Vertiefungsrichtung Photonik

an der



in Kooperation mit der



vorgelegt von

Björnstjerne Zindler

geboren am 13. November 1966 in Görlitz

eingereicht am 21. November 2011

Erstgutachter: Herr Professor Dr. A. Richter
Zweitgutachter: Herr Professor Dr. O. Benson

Meiner Mutter gewidmet

*03. Juli 1940

+22. September 2010

Modell zu den Längenänderungen am Piezorohr

- **Vorbetrachtungen:**

Für die Berechnung der Längenänderungen stehen drei Berechnungsgrundlagen zur Verfügung (nach PI):

Rohrlängenänderung	Durchmesseränderung	Wanddickenänderung
$\Delta L = d_{31} \cdot L \cdot \frac{U}{t}$	$\Delta d = d_{31} \cdot d \cdot \frac{U}{t}$	$\Delta t = d_{33} \cdot U$

Alle drei Änderungen an einem 3D- Modell werden durch lineare Funktionen dargestellt, welche nur abhängig vom eigenen Ausgangswert sind bzw. „ Δt “ nur von „ U “.

Das ist zulässig, wenn die Bernoullische Hypothese erfüllt ist.

- **Bernoullische Hypothese:**

Grundannahmen der Bernoullischen Hypothese:

1. Die Gestalt eines Querschnitts bleibt auch nach der Deformation erhalten.
2. Die Querschnitte bleiben bei der Deformation eben.
3. Die Querschnitte bleiben senkrecht zur Bezugsachse.

Mit diesen Hypothese können in einer einfachen Theorie nur

1. Biegung
2. Längsdehnung
3. sehr begrenzt Torsion

beschrieben werden.

Schubverformungen können nicht modelliert werden. Die drei obigen Hypothesen können nur für solche Querschnitte gelten, deren Material die Querkontraktionszahl „ $\nu = 0$ “ besitzt und die nur durch Biegemoment „ M “ und Normalkräfte „ N “ belastet sind.

- **Piezorohre:**

Um die Bernoullische Hypothese erfüllen zu können, damit ein einfaches Berechnungsmodell erstellt werden kann, wird angenommen:

Die in Normalspannungsrichtung liegende Achse ist sehr viel größer, als die zwei verbleibenden. Dann wird von der Balkentheorie gesprochen, welche sich mit stabförmigen Querschnitten beschäftigt und festlegt:

1. $d/L < 1/10$ Ebenbleiben des Querschnitts
2. $d/L < 1/5$ Schubweicher Querschnitt
3. $d/L > 1/2$ In jedem Fall andere Theorie erforderlich.

- **Anwendung an gehandelte Piezorohre:**

D x L x t	D/L	t/L	Ø	$\Delta t/t$	Theorie
6 x 18 x 1	0,334	0,056	0,195	2,000	< 1/5
10 x 18 x 1	0,556	0,056	0,306	3,000	< 1/5
10 x 36 x 1	0,278	0,028	0,153	3,000	< 1/5
20 x 18 x 1	1,112	0,056	0,584	6,000	> 1/2
30 x 18 x 1	1,667	0,056	0,862	9,000	> 1/2
40 x 18 x 1	2,223	0,056	1,140	13,00	> 1/2
74 x 20 x 4	3,700	0,200	1,950	1,250	> 1/2

Der Querschnitt 6 x 18 x 1 besitzt die wohl günstigsten Eigenschaften, um die Balkentheorie, respektive die Bernoullische Hypothese zu erfüllen.

1. Bestmögliche Stabförmigkeit: 0,195
2. Geringste Querkontraktion: 2,000

- **Berechnung der piezoelektrischen Konstanten:**

Berechnungsgrundlagen aus „Berechnung der piezoelektrischen Konstanten „ d_{33} “ und „ d_{31} “ des Piezorohres 74 x 20 x 4.

Beim Piezorohr 6 x 18 x 1 gilt bei $U = +1000V$ laut Datenblatt:

Axiale Kontraktion: $\Delta L = -8\mu m$

\Rightarrow

$$\frac{\Delta L}{L} \cdot \frac{t}{U} = d_{31} = -\frac{8 \cdot 10^{-6}}{18 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{+3}}$$

⇒

$$d_{31} = -\frac{4}{9} \cdot 10^{-9} \approx -444 \frac{\text{pm}}{\text{V}}$$

Radiale Kontraktion:

$$d^* = d - 2\mu m$$

⇒

$$-2\mu m - \Delta d = \Delta t = -2 \cdot 10^{-6} - (-444 \cdot 10^{-12}) \cdot 6 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1 \cdot 10^{+3}}{1 \cdot 10^{-3}}$$

⇒

$$\Delta t = 0,664 \cdot 10^{-6} \approx 0,664 \mu m$$

⇒

$$\frac{\Delta t}{U} = d_{33} = \frac{0,664 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{+3}}$$

⇒

$$d_{33} = \frac{83}{125} \cdot 10^{-9} \approx 664 \frac{\text{pm}}{\text{V}}$$

- **Nachtrag:**

Für die allgemein bekannten piezoelektrischen Materialien sind beide Werte immer noch etwas zu hoch, da die Balkentheorie nicht ganz erfüllt wird mit „0,195 > 0,100“ und eine Querkontraktion „ $\Delta t/t$ “ vorhanden ist.

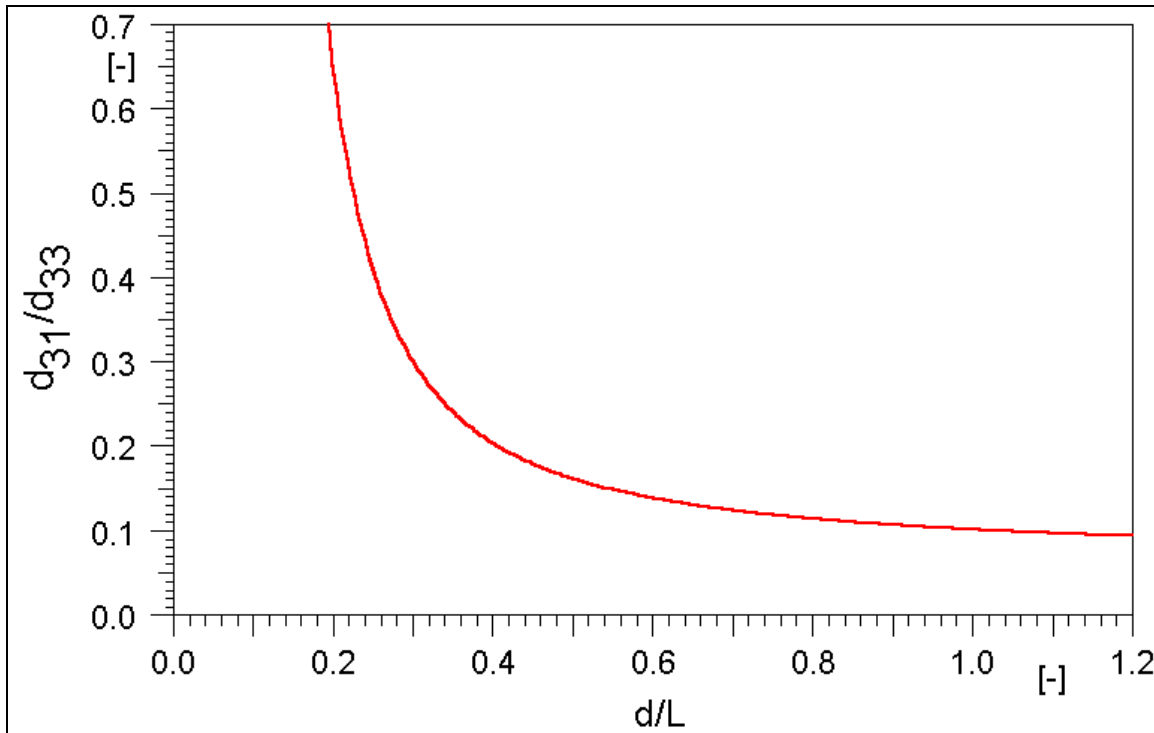
Das Verhältnis von „ d_{31} “ und „ d_{33} “ entspricht in etwa einer PZT- Keramik (nach PI).

$$\frac{d_{31}}{d_{33}} = -\frac{444}{664} = -0,669 \approx \left(\frac{d_{31}}{d_{33}} \right)_{PZT} = 0,440$$

⇐

D x L x t	Ø	d_{31} [pm/V]	d_{33} [pm/V]	Δt [µm]	d_{31}/d_{33}
6 x 18 x 1	0,195	444,5	666,7	0,67	0,667
10 x 18 x 1	0,306	444,5	1444,5	1,45	0,307
10 x 36 x 1	0,153	444,5	1444,5	1,45	-
20 x 18 x 1	0,584	444,5	2888,9	2,89	0,154
30 x 18 x 1	0,862	444,5	4333,4	4,34	0,103
40 x 18 x 1	1,140	444,5	4777,8	4,78	0,093
74 x 20 x 4	1,950	400,0	2400,0	2,40	-

Grafisch dargestellt:



Grafik des funktionellen Zusammenhanges zwischen der Stabförmigkeit eines Piezorohres und des zu erwarteten Verhältnisses der piezoelektrischen Konstanten.

Mit:

$$\frac{\Delta L}{L} \cdot \frac{t}{U} = d_{31} \quad \frac{\Delta t}{U} = d_{33}$$

⇒

$$\frac{d_{31}}{d_{33}} = \frac{\epsilon_L}{\epsilon_t}$$

Da laut Bernoullischer Hypothese die Querkontraktion „ε_t“ gegen Null gehen soll, gilt für kleine Verhältnisse „d/L“ ein „d₃₁/d₃₃“ gegen unendlich.

Da dies jedoch nicht für piezoelektrische Materialien in der Endkonsequenz gelten kann, zeigt dies die Begrenztheit der Bernoullischen Hypothese.

Somit auch des Berechnungsmodells mit linearen Funktionen in den Randbereichen des Verhältnisses „d/L“.

Rohrlängenänderung	Durchmesseränderung	Wanddickenänderung
$\Delta L = d_{31} \cdot L \cdot \frac{U}{t}$	$\Delta d = d_{31} \cdot d \cdot \frac{U}{t}$	$\Delta t = d_{33} \cdot U$