

# Nachweisverfahren nach DIN 18 800

Dipl.- Ing. Björnsterne Zindler, M.Sc.

Erstellt: 08. Mai 2012 – Letzte Revision: 14. März 2014

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>DIN 18 800 als Berechnungsgrundlage</b>	<b>2</b>
1.1	Anmerkung zur Gültigkeit . . . . .	2
1.2	Ermittlung der Schnittgrößen . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Nachweisverfahren im Überblick</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Durchführung des Tragsicherheitsnachweises</b>	<b>4</b>
3.1	Methode: Elastisch - Elastisch . . . . .	5
3.1.1	Spannungen . . . . .	5
3.1.2	Grenzwerte . . . . .	5
3.2	Methode: Elastisch - Plastisch . . . . .	7
3.2.1	Querschnittsgrößen . . . . .	7
3.2.2	Grenzwerte . . . . .	7
3.3	Methode: Plastisch - Plastisch . . . . .	9
3.3.1	Einleitung . . . . .	9
3.3.2	Nachweis mit der Fließgelenktheorie . . . . .	10
3.3.3	Nachweis mit der Fließzonentheorie . . . . .	14
3.3.4	Vergleich der Berechnungsarten nach DIN 18 800 und EC 3 . . . . .	15

---

## Literatur

- [002] DIN 18 800-1990.
- [006] DIN 18 800-1990, Teil 1, Element 758.
- [dPFB03] Bundesvereinigung der Prüfm Ingenieure für Bautechnik. Plastische Bemessung im Stahlbau, April 2003. ISSN 1430-9084, Ausgabe 22, Seite 63 ff.
- [hMZ10] Prof. Dr.-Ing. habil. Manfred Zehn. Vorlesung Technische Mechanik II. Technische Universität Berlin Fakultät V Verkehrs- und Maschinensysteme, Institut für Mechanik, WS 2009/10.
- [Kat] Dr.-Ing. Casimir Katz. Fließzonentheorie mit Interaktion aller Stabschnittgrößen bei Stahltragwerken.
- [Mit] Technische Hochschule Mittelhessen. Berichte aus dem Labor für Numerik im Bauwesen. Heft 4,.
- [Sch05] Martin Schäfer. Zum Rotationsnachweis teiltragfähiger Verbundknoten in verschieblichen Verbundrahmen. Institut für Konstruktion und Entwurf der Universität Stuttgart, Stuttgart 2005.
- [Sie] Universität Siegen. Lehrstuhl für Baustatik. Vorlesungsskript.
- [SLV] GSI SLV. Gestaltung vorwiegend ruhend beanspruchter Schweißkonstruktionen. SFI / IWE 3.06 Seite 11,12.
-

# 1 DIN 18 800 als Berechnungsgrundlage

[hMZ10]

## 1.1 Anmerkung zur Gültigkeit

Für den Stahlbau sind bis zum Erscheinen einer europäischen (EN-)Norm gültig:<sup>1</sup>

Gültigkeit

**DIN 4114 Stabilitätsfälle** (Knickung, Kippung, Beulung)

- Blatt 1 Berechnungsgrundlagen Vorschriften, Juli 1952

- Blatt 2 Berechnungsgrundlagen Richtlinien, Februar 1953

**DIN 18 800** Stahlbauten

- Teil 2 Stabilitätsfälle, Knicken von Stäben und Stabwerken, November 1990

- Teil 3 Stabilitätsfälle, Plattenbeulen, November 1990

- Teil 4 Stabilitätsfälle, Schalenbeulen, November 1990

nicht mehr gültig **TGL 13503** von 1983, aber in bestimmten Fällen noch anwendbar.

## 1.2 Ermittlung der Schnittgrößen

Schnittgrößen

Die Berechnung der Schnittgrößen Normalkraft, Querkraft und Biegemoment erfolgt innerhalb der Vorschriften der DIN 18 800 nach der Balkentheorie. Diese besitzt je nach betrachteter Genauigkeit der Imperfektionen drei mögliche Ordnungen:

Theorie  
n.- Ordnung

**Theorie 1. Ordnung:** *Gleichgewichtsbedingungen am unverformten System.* Verformungen werden als nicht vorhanden vorausgesetzt. Es wird näherungsweise am unverformten Balken ein Balkenelement betrachtet und die Kräfte und Momente bilanziert. Sie genügt fast immer den allgemeinen Anforderungen der Statik.

**Theorie 2. Ordnung:** *Gleichgewichtsbedingungen am verformten System.* Verformungen werden als klein vorausgesetzt. Es wird am verformten Balken ein Balkenelement betrachtet, anschließend wird jedoch das mathematische Modell linearisiert. Diese Ordnung wird für Stabilitätsprobleme benötigt, sowie für große Durchbiegungen bei Neigungswinkeln bis etwa 20°.

**Theorie 3. Ordnung:** *Gleichgewichtsbedingungen am stark verformten System.* Verformungen werden als signifikant groß vorausgesetzt. Es wird am verformten Balken ein Balkenelement betrachtet. Eine Linearisierung des mathematischen Modells erfolgt nicht. Sie wird in Sonderfällen benötigt, wie bei sehr großen Durchbiegungen und Neigungswinkeln über 20°.

---

<sup>1</sup>Die Eurocodes wurden in Deutschland am 1. Juli 2012 verbindlich (in Bayern ab den 31. Dezember 2013). In Österreich seit dem 1. Juli 2009. In der Schweiz gibt es keinen Termin für die eurocodekompatiblen „Swisscodes“. Eine Anwendung der Eurocodes sind in der Schweiz trotzdem zulässig. Es besteht jedoch ein Mischungsverbot zwischen den gültigen Normen.

---

## 2 Nachweisverfahren im Überblick

Für die Durchführung eines Tragsicherheitsnachweises gibt es drei Verfahren. Vorab muss eines gewählt werden. Mit diesem wird anschließend durchgängig berechnet. [SLV]

Der Nachweis erfolgt abhängig vom Verfahren: Nachweisverfahren

- Elastisch- Elastisch: Nachweis über Spannungen
- Elastisch- Plastisch: Nachweis über Schnittgrößen
- Plastisch- Plastisch: Nachweis über Grenzlasten

Global ist also nachzuweisen, dass die Beanspruchung  $S_d$  nicht die Beanspruchbarkeit  $R_d$  überschreitet.

$$\frac{S_d}{R_d} \leq 1$$

Die Regeln für die Nachweisverfahren Elastisch- Plastisch und Plastisch- Plastisch gelten nur für Baustähle mit:

$$\frac{f_{u,k}}{f_{y,k}} \geq 1,2$$

Wobei  $f_{u,k}$  die Zugfestigkeit darstellt und  $f_{y,k}$  die Streckgrenze.

Tabellarisch aufgelistet: [dPfb03]

Nachweis über das Verfahren	Beanspruchung $S_d$	Beanspruchbarkeit $R_d$
<b>Elastisch- Elastisch (E-E)</b> Spannungsnachweis $\sigma_V \leq f_{y,d}$	<i>Elastizitätstheorie</i> Spannungen $\sigma$ und $\tau$	<i>Elastizitätstheorie</i> Streckgrenze $f_{y,d}$
<b>Elastisch- Plastisch (E-P)</b> Interaktionsbedingungen z.B. $\frac{M_y}{M_{pl,y,d}} \leq 1$	<i>Elastizitätstheorie</i> Schnittgrößen $N, M_y, \dots$	<i>Plastizitätstheorie</i> Ausnutzung der plastischen <b>Querschnittstragfähigkeiten</b>
<b>Plastisch- Plastisch (P-P)</b> Fließgelenkkette	<i>Plastizitätstheorie</i> Schnittgrößen nach Fließgelenk- oder Fließzonentheorie	<i>Plastizitätstheorie</i> Ausnutzung der plastischen <b>Systemtragfähigkeiten</b>

Die Verwendung der Nachweisverfahren Elastisch- Elastisch, Elastisch- Plastisch und Plastisch- Plastisch setzt voraus, dass ein volles Mittragen bzw. Mitwirken der Querschnittsteile angenommen werden darf. Beim Verfahren E-E muss das Beulen druckbeanspruchter Teile ausgeschlossen werden. Die Grenzwerte (b/t) nach den Tabellen 12 bis 14 in DIN 18 800- 1 dürfen daher nicht überschritten werden. Bei den Nachweisverfahren Elastisch- Plastisch und Plastisch- Plastisch werden höhere Anforderungen gestellt, da auch eine ausreichende Rotationskapazität sichergestellt werden muss (Tabellen 15 und 18, DIN 18 800- 1). In einigen Anwendungsfällen sind die Grenzbiegemomente auf den 1,25-fachen Wert des elastischen Grenzbiegemomentes zu begrenzen. [dPfb03]

### 3 Durchführung des Tragsicherheitsnachweises

[002]

Nachweis

Wahlweise sind an einem Stab Nachweise mit den Nachweisverfahren Elastisch-Elastisch und dem Verfahren Elastisch-Plastisch durchführbar. Der Stab ist dann ausreichend nachgewiesen, wenn alle Nachweise erfüllt sind.

Für die Durchführung des Tragsicherheitsnachweises sind die Größen der Beanspruchung und der Beanspruchbarkeit zu berechnen. Von den charakteristischen Größen zu den Bemessungswerten über die Nachweisverfahren werden letztendlich  $S_d$  und  $R_d$  ermittelt um den Nachweis zu führen.

<b>Einwirkungsgrößen</b> $F_k$	<b>Charakteristische Größen</b> $(\circ)_k$	<b>Widerstandsgrößen</b> $M_k$
$F_d = \gamma_F \cdot \psi \cdot F_k$	<b>Bemessungswerte</b> $(\circ)_d$	$M_d = \frac{M_k}{\gamma_M}$
<b>Bildung der Einwirkungskombinationen</b>	<b>Beschreiben der Grenzzustände</b>	
<b>Festlegen des Nachweisverfahrens</b>  Elastisch- Elastisch mittels Spannungen Elastisch- Plastisch mittels Schnittgrößen Plastisch- Plastisch mittels Grenzlasten		
am gewählten System	am gewählten Modell	
<b>Beanspruchungen <math>S_d</math></b>	<b>Beanspruchbarkeit <math>R_d</math></b>	
<b>Nachweis</b>  $S_d \leq R_d$		

Quelle: [SLV]

### 3.1 Methode: Elastisch - Elastisch

#### 3.1.1 Spannungen

**Normalspannungen:** Durchführung des Nachweises durch

$$\frac{\sigma}{\sigma_{R,d}} \leq 1$$

für die Normalspannungen  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ . Wobei  $\sigma_{R,d} = f_{y,k}/\gamma_M$  die Grenznormalspannung mit  $f_{y,k}$  Streckgrenze des Stahls ist und  $\gamma_M$  der Teilsicherheitsbeiwert des Materials. Methode  
E-E

Für Stäbe mit I-Querschnitt ist eine örtlich begrenzte Plastizierung für die  $\sigma_x$ -Beanspruchung erlaubt und wird mit plastischen Widerstandsmomenten realisiert:

$$W_{pl,y} = W_y \cdot \alpha_{pl,y} \quad \text{mit} \quad \alpha_{pl,y} = 1,14$$

$$W_{pl,z} = W_z \cdot \alpha_{pl,z} \quad \text{mit} \quad \alpha_{pl,z} = 1,25$$

Ist die Bedingung nach DIN 18 800, Teil 1, Tab. 15 nicht eingehalten, wird ohne örtlich begrenzte Plastizierung gerechnet.

**Schubspannungen:** Folgender Nachweis ist zu führen (DIN 18 800, El. 747):

$$\frac{\tau}{\tau_{R,d}} \leq 1$$

für Schubspannungen  $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$ , wobei

$$\tau_{R,d} = \frac{f_{y,k}}{\gamma_M \cdot \sqrt{3}}$$

die Grenzs Schubspannung mit  $f_{y,k}$  Streckgrenze des Stahls ist und  $\gamma_M$  der Teilsicherheitsbeiwert des Materials. Die Spannungen  $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$  entstehen infolge Querkraft- und St.-Venantscher Torsionsbeanspruchung (ohne die zugelassenen Vereinfachungen nach DIN 18 800, El. 752).

**Vergleichsspannungen:** Bei gleichzeitiger Wirkung mehrerer Spannungen ist folgender Nachweis zu führen (DIN 18 800, El. 748)

$$\frac{\sigma_v}{\sigma_{R,d}} \leq 1$$

für Vergleichsspannung  $\sigma_v$ , wobei  $\sigma_{R,d} = f_{y,k}/\gamma_M$  die Grenznormalspannung ist mit  $f_{y,k}$  der Streckgrenze des Stahls und  $\gamma_M$  der Teilsicherheitsbeiwert des Materials. Der Nachweis gilt gemäß (DIN 18 800, El. 747) für die alleinige Wirkung von ( $\sigma_x$  und  $\tau$ ) oder ( $\sigma_y$  und  $\tau$ ) auch als erfüllt, wenn  $\frac{\sigma_v}{\sigma_{R,d}} \leq 1$  oder  $\frac{\tau}{\tau_{R,d}} \leq 1$ . Unter bestimmten Bedingungen werden die örtlichen plastischen Tragreserven genutzt (El. 750).

#### 3.1.2 Grenzwerte

**Geometrische Grenzwerte:** Die Einhaltung geometrischer Grenzwerte soll sicherstellen, dass die Beanspruchbarkeit des Querschnittes überhaupt erreicht werden kann und nicht vorher schon ein Versagen infolge lokaler Instabilitäten (Beulen von Steg oder Flanschteilen) eintritt. Dabei wird nachgewiesen, dass in allen Querschnittsteilen die Grenzwerte der Bauteilschlankheit ( $b/t$ ) bzw. ( $D/t$ ) eingehalten sind (DIN 18 800 Teil 1, Tab. 12 bis 14). Dazu wird ein Grenzwert  $grenz(b/t)$  für volles Mittragen unter Druckspannungen  $\sigma$  ermittelt. Der Nachweis hat dann folgende Form:

$$rel(b/t) = \frac{vorh(b/t)}{grenz(b/t)} \leq 1$$

Für beidseitig gelagerte Querschnittsteile (Steg) wird  $grenz(b/t)$  nach DIN 18 800 Teil 1, Tab. 12 berechnet, für einseitig gelagerte (Flansch) nach Tab. 13. Für Rohrquerschnitte wird  $grenz(D/t)$  nach (DIN 18 800, Tab. 14) ermittelt.

Beispiel für ein I-Profil:

**Steg**

$$vorh(b/t) = \frac{h - 2 \cdot s - 2 \cdot r}{t}$$

**Flansch**

$$vorh(b/t) = \frac{0.5 \cdot (b - t) - r}{s}$$

Als Voraussetzungen dieser Nachweisform gelten:

- unversteifte Querschnittsteile
- Normalspannungen  $\sigma_y = 0$
- knickstabähnliches Verhalten und Beulknicken sind nicht maßgebend

## 3.2 Methode: Elastisch - Plastisch

### 3.2.1 Querschnittsgrößen

Als Grenzzustand der Tragfähigkeit wird das Erreichen der Grenzschnittgrößen im plastischen Zustand definiert. Nachzuweisen ist, dass in keinem Querschnitt die Beanspruchungen unter Beachtung der Interaktion zu einer Überschreitung der Grenzschnittgrößen im plastischen Zustand führen. Die Ermittlung der plastischen Grenzschnittgrößen ist je nach Profilquerschnittsform und Lage der Nulllinie differenziert vorzunehmen.

Methode  
E-P

Die Grenzschnittgrößen  $N_{pl}$ ,  $V_{pl,z}$ ,  $M_{pl,y}$  bzw. die „plastischen“ Querschnittsgrößen  $W_{pl,y}$ ,  $W_{pl,z}$  können für handelsübliche Profilquerschnitte aus Profiltabellen entnommen werden. Angegeben sind meist die Werte für St37, für den Stahl St52 gelten die 1,5-fachen Tabellenwerte.

Durch die Schnittkraftinteraktion verringert sich die Größe der aufnehmbaren vollplastischen Grenzschnittgrößen, daher sind Gültigkeitsbereiche für bestimmte Schnittkraftverhältnisse definiert.

Auch ist zu beachten, dass für den elastisch-plastischen Nachweis schärfere  $\text{grenz}(b/t)$ - und auch  $\text{grenz}(D/t)$ -Werte gelten.

In den Europäischen Staaten werden die plastischen Grenzschnittgrößen nach Eurocode 3, Teil 1 berechnet.

#### Nachweis der Einhaltung der Grenzschnittgrößen:

Solange jeweils nur eine Schnittgröße  $N$ ,  $M$  oder  $V$  auftritt, ist der Nachweis mit  $\frac{N}{N_{pl}} \leq 1$  oder  $\frac{M}{M_{pl}} \leq 1$  oder  $\frac{V}{V_{pl}} \leq 1$  zu führen. Bei Auftreten von mehr als einer Schnittgröße sind die Interaktionsregeln nach DIN 18 800 Teil 1, Abschnitt 7.5.3 zu beachten.

Schnittgrößen aus St-Venant-Torsion  $M_t$  und sekundärem Torsionsmoment  $M_w$  werden nicht in die Interaktion einbezogen.

#### Bemerkungen zu den Nachweisen der einzelnen Querschnittsformen:

**I-Profil** Nachweiskriterium für einachsige Biegung mit Längskraft um die  $y$ - Achse nach (DIN 18 800, Tab. 16) und um die  $z$ - Achse nach (DIN 18 800, Tab. 17). Nachweiskriterium für zweiachsige Biegung mit Längskraft für  $V_z \leq 0,33 \cdot V_{pl,z,d}$  und  $V_y \leq 0,25 \cdot V_{pl,y,d}$  nach (DIN 18 800, Gl. 41 und 42) sowie für  $V_z \geq 0,33 \cdot V_{pl,z,d}$  und  $V_y \geq 0,25 \cdot V_{pl,y,d}$  gilt das Kriterium:

$$\frac{N_x}{N_{pl}} + \frac{M_y}{M_{pl,y,d}} + \frac{M_z}{M_{pl,z,d}} \leq 1$$

Falls  $V_{S,d} > 0,5 \cdot V_{pl,R,d}$  wird die Interaktion zwischen Biegung und Längskraft unter Zugrundelegung einer abgeminderten Streckgrenze  $(1-p) \cdot f_y$  für die wirksame Schubfläche durchgeführt, wobei:

$$p = \left( \frac{2 \cdot V_{S,d}}{V_{pl,R,d}} - 1 \right)^2$$

**U-Profil, T-Profil, MSH-Profil, Rohr, L-Profil, Z-Profil** Nachweiskriterium für eine Biegung mit Längskraft

$$\frac{N_x}{N_{pl}} + \frac{M_y}{M_{pl,y,d}} + \frac{M_z}{M_{pl,z,d}} \leq 1$$

Falls  $V_{S,d} > 0,5 \cdot V_{pl,R,d}$  wird die Interaktion zwischen Biegung und Längskraft unter Zugrundelegung einer abgeminderten Streckgrenze  $(1-p) \cdot f_y$  für die wirksame Schubfläche durchgeführt, wobei:

$$p = \left( \frac{2 \cdot V_{S,d}}{V_{pl,R,d}} - 1 \right)^2$$

### 3.2.2 Grenzwerte

#### Geometrische Grenzwerte (Beulkriterium):

Falls die elastischen Schnittgrößen nicht größer sind als die elastischen Grenzschnittgrößen, wird  $\text{grenz}(b/t)$  dem Nachweisverfahren Elastisch-Elastisch entsprechend nachgewiesen. Sind die elastischen Grenzschnittgrößen überschritten, werden die Grenzwerte  $\text{grenz}(b/t)$  bzw.  $\text{grenz}(D/t)$  gemäß

DIN 18 800 Teil 1, Tab. 15 bestimmt. Dort sind Grenzwerte für volles Mittragen unter Druckspannungen nach Verfahren Elastisch-Plastisch angegeben.



### 3.3 Methode: Plastisch - Plastisch

#### 3.3.1 Einleitung

Eine Berechnung im Sinne des Nachweisverfahrens Plastisch- Plastisch kann auf Grundlage der Fließgelenk- oder Fließzonentheorie erfolgen. Erstere stellt eine Näherung dar, weil der Einfluss der Fließzonen vernachlässigt und punktförmige Fließgelenke angenommen werden. [dPfb03]

Während die Fließgelenktheorie mittels einer schrittweisen elastischen Berechnung oder mit Fließgelenkketten teilweise noch von Hand angewendet werden kann, erfordert die Fließzonentheorie Computerunterstützung. Berechnungen dieser Art bedingen einen großen Aufwand und erfordern weitreichende Sachkenntnisse, weshalb ihre Anwendung in der Baupraxis nur in außergewöhnlichen Fällen sinnvoll ist. Methode P-P

**Nachweis nach dem Verfahren Plastisch- Plastisch** [006]

#### Grundsätze

Die Beanspruchungen sind nach der Fließgelenk- oder Fließzonentheorie, die Beanspruchbarkeiten unter Ausnutzung plastischer Tragfähigkeiten der Querschnitte und des Systems zu berechnen.

Es ist nachzuweisen, dass:

- 1) das System im stabilen Gleichgewicht ist und
- 2) in allen Querschnitten die Beanspruchungen unter Beachtung der Interaktion nicht zu einer Überschreitung der Grenzschnittgrößen im plastischen Zustand führen und
- 3) in den Querschnitten im Bereich der Fließgelenke bzw. Fließzonen die Grenzwerte  $g_{renz}(b/t)$  und  $g_{renz}(d/t)$  nach Tabelle 18 eingehalten sind.

Für die Querschnitte in den übrigen Bereichen des Tragwerkes gilt Abschnitt 7.5.3, Element 753, Nummer 3.

*Anmerkung 1:* Beim Verfahren Plastisch-Plastisch werden plastische Querschnitts- und Systemreserven ausgenutzt. [006]

*Anmerkung 2:* Zur Berechnung der plastischen Beanspruchbarkeit siehe Abschnitt 7.5.3, Elemente 755 bis 757.

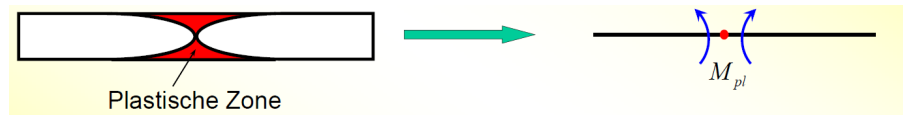
### 3.3.2 Nachweis mit der Fließgelenktheorie

[Sie]ff.

Fließgelenk-  
theorie

#### Grundgedanke

Bei einer Belastung mit Momenten  $M > M_{el}$  tritt im Querschnitt plastisches Fließen auf. Die Tragfähigkeit des Tragwerks geht nicht verloren. Erst bei  $M > M_{pl}$  ist der gesamte Querschnitt (am Ort des Geschehens) plastiziert. Der Querschnitt wirkt wie ein Gelenk (Fließgelenk), welches das plastische Grenzmoment überträgt.



Bildquelle: [Sie]

#### Annahmen:

- 1) Die Momenten- Krümmungsbeziehung wird dabei als elastisch- ideal plastisch angenommen.
- 2) Bei Entlastung verhält sich das Material elastisch.

#### Statisch bestimmte Systeme:

Bei einem statisch bestimmten System wird durch die Bildung eines Fließgelenks ein kinematisches System entstehen. Die zugehörige Last nennt man Traglast, die zugleich auch die plastische Grenzlast ist.

$$F_T = F_{pl}$$

Zur Bestimmung der Traglast statisch bestimmter Systeme können 2 unterschiedliche Methoden verwendet werden:

- 1) Statische Methode (Gleichgewichtsmethode)
- 2) Prinzip der virtuellen Verschiebung (PvV)

Wird ein Fließgelenk in einem statisch bestimmten System ausgebildet, entsteht dadurch eine kinematische Kette. Die Tragfähigkeit des Systems geht verloren.

Ein Fließgelenk tritt an der Stelle des maximalen Biegemomentes auf.

#### Statisch unbestimmte Systeme:

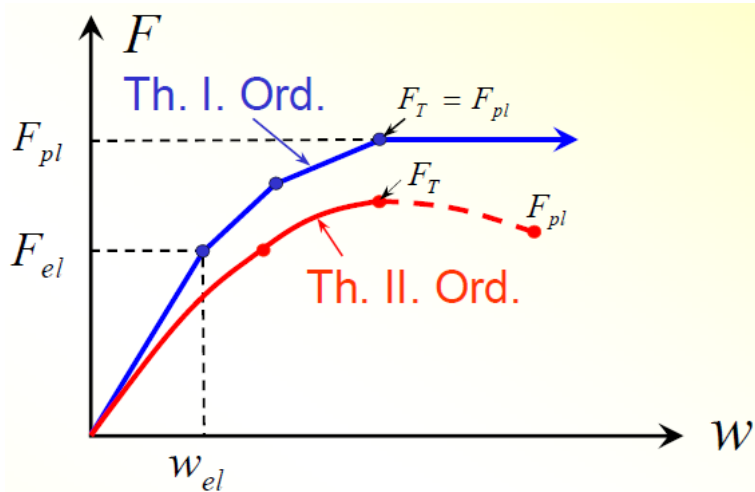
Bei einem statisch unbestimmten System führt die Bildung eines Fließgelenks im Allgemeinen noch nicht zum Verlust der Tragfähigkeit des Systems. Bei Laststeigerung bilden sich hintereinander Fließgelenke, so dass *ein abschnittsweise lineares Systemverhalten* auftritt. *Daher braucht man hierbei nur lineare Berechnungen (keine Iterationen). Erst bei der Theorie II. Ordnung braucht man Iterationen in den einzelnen Schritten.*

Zur Bestimmung der Traglast statisch unbestimmter Systeme können 2 verschiedene Methoden verwendet werden:

- 1) **Methode der sukzessiven Laststeigerung** (bei dieser Methode wird die Last schrittweise gesteigert. Beim Erreichen einer kinematischen Kette am Teil- oder Gesamtsystem erhält man die Traglast. Die einzelnen Lastschritte werden durch linear elastische Berechnung mit dem Kraftgrößenverfahren (KGV), Verschiebungsgrößenverfahren (WGV) oder sonstigen baustatischen Verfahren bestimmt)
- 2) **Direkte Methoden** (werden im weiteren Verlauf behandelt)

#### Bemerkung:

In der Theorie II. Ordnung kann die Traglast vor der plastischen Grenzlast auftreten.



Bildquelle: [Sie]

Mit:

- $w$  Verformung (elastisch, plastisch)
- $F$  Last (Grenzlast, Traglast)

**Nachweis:**

Der Traglastzustand muss die folgenden Bedingungen erfüllen:

<b>(1) Statik</b>	Die Gleichgewichtsbedingungen und alle statische Randbedingungen sind erfüllt.
<b>(2) Werkstoff</b>	Die Fließbedingung ist erfüllt $ M  \geq M_{pl}$ .
<b>(3) Kinematik</b>	Die kinematische Fließgelenkkette und geometrischen Randbedingungen sind erfüllt.
<b>(4) Arbeit</b>	Es liegt eine positive Dissipationsarbeit vor.

Wenn ein Lastzustand alle 4 Bedingungen erfüllt, dann ist dieser bei der Fließgelenktheorie I. Ordnung der tatsächliche Traglastzustand.

Ein Erfüllen aller vier Bedingungen ist schwierig. Ausweg ist eine Auswahl bestimmter Bedingungen und Aufstellen von Grenzwertsätzen.

<b>Statischer Grenzwertsatz</b>	Bedingungen (1) und (2) werden erfüllt, jedoch auf (3) und (4) wird verzichtet.
<b>Kinematischer Grenzwertsatz</b>	Bedingungen (1), (3) und (4) werden erfüllt, jedoch auf (2) wird verzichtet.

Der **statische Grenzwertsatz** stellt einen unteren Grenzwert für die Traglast dar:

$$F_{Stat} \leq F_T$$

**Der statische Grenzwertsatz ist sicher!**

Jede Belastung, zu der ein statisch zulässiger Kraftzustand gehört, die die Fließbedingung nicht verletzt, stellt einen unteren Grenzwert für die Traglast dar.

Vorgehensweise bei der statischen Methode:

- 1) Verzicht zuerst auf die Bedingungen (3) und (4)
- 2) Annahme eines statisch zulässigen Kraftzustandes (1)
- 3) Bestimmung von  $F_{Stat}$  über die Fließbedingung (2)
- 4) Überprüfung, ob eine kinematisch zulässige Fließgelenkkette vorliegt (3)+(4)
- 5) Falls (3) und (4) erfüllt, dann ist die Traglast gefunden  $F_{Stat} = F_T$

6) Falls (3) und (4) nicht erfüllt, dann erhält man einen unteren Grenzwert  $F_{Stat} \leq F_T$

Man kann den statisch zulässigen Kraftzustand solange variieren, bis (3) und (4) erfüllt sind. Damit kann man die Traglast erhalten.

Der statische Grenzwertsatz bzw. die statische Methode ist sicher, aber sehr aufwendig, insbesondere bei hochgradig statisch unbestimmten Systemen.

Der **kinematische Grenzwertsatz** stellt einen oberen Grenzwert für die Traglast dar:

$$F_{Kin} \geq F_T$$

#### **Der kinematische Grenzwertsatz ist unsicher!**

Vorgehensweise bei der kinematischen Methode:

- 1) Verzicht zuerst auf die Bedingung (2)
- 2) Annahme einer kinematisch zulässigen Fließgelenkkette (3)
- 3) Bestimmung von  $F_{Kin}$  mit Gleichgewichtsmethode oder PvV (1)+(4)
- 4) Überprüfung, ob die Fließbedingung (2) im gesamten Tragwerk erfüllt ist
- 5) Falls (2) erfüllt, dann ist die Traglast gefunden  $F_{Kin} = F_T$
- 6) Falls (2) nicht erfüllt, dann erhält man einen oberen Grenzwert  $F_{Kin} \geq F_T$

Man kann die kinematisch zulässige Fließgelenkkette solange variieren, bis (2) erfüllt ist. Damit kann man die Traglast erhalten.

Der kinematische Grenzwertsatz bzw. die kinematische Methode ist einfacher anzuwenden, aber unsicher.

Es sind zwei Varianten der Anwendung möglich:

#### **Vergleichsmethode**

Wenn alle Fließgelenke bekannt sind, kann man durch den Vergleich aller Grenzlasten die tatsächliche Traglast finden.

Vorgehensweise:

- 1) Untersuchungen aller möglichen Fließgelenkketten
- 2) Bestimmung der zugehörigen Grenzlasten mit PvV
- 3) Vergleich aller Grenzlasten  $F_T = MIN (F_{Kin,1}; F_{Kin,1}; \dots; F_{Kin,n})$

Nachteil: Alle Fließgelenkketten müssen untersucht werden.

#### **Probiermethode**

Wenn alle Fließgelenke nicht bekannt sind, kann man einige wahrscheinlichste Fließgelenkketten untersuchen. Durch „Probieren“ kann man auch die tatsächliche Traglast finden.

Vorgehensweise:

- 1) Untersuchungen einiger wahrscheinlichster Fließgelenkketten
- 2) Bestimmung der zugehörigen Grenzlasten mit PvV
- 3) Überprüfung, ob die Grenzlast auch die Fließbedingung (2) erfüllt
- 4) Falls (2) erfüllt ist, dann ist Traglast gefunden  $F_{Kin} = F_T$
- 5) Falls (2) nicht erfüllt ist, dann weiter probieren

Vorteil: Man braucht nur eine oder einige Fließgelenkketten zu untersuchen.

Mögliche Orte von Fließgelenken:

- Bei Einspannungen
  - Bei Querschnittsprüngen
  - Unter Einzellasten
  - An der Stelle von  $M_{Max}$  (Nulldurchgang von  $Q$ ) für verteilte Lasten
  - An Rahmenecken
-

Anzahl  $m$  von Fließgelenken am statisch unbestimmten Rahmen:

$$m = h - n$$

Mit:

$h$  Anzahl der Fließgelenke  
 $n$  Grad der statischen Unbestimmtheit

In der praktischen Anwendung kann man beide Grenzwertsätze kombinieren, um die Traglast zu bestimmen.

[Mit]ff.

### 3.3.3 Nachweis mit der Fließzonentheorie

Fließzonen-  
theorie

Tragwerksberechnungen nach der Fließzonentheorie bilden das reale Tragverhalten bei Stabilitätsuntersuchungen am genauesten ab, da die Ausbreitung von Fließzonen und auch in den Profilen vorhandene Eigenspannungen unmittelbar berücksichtigt werden können. Allerdings sind die formalen Schwierigkeiten einer analytischen Lösung so groß, dass derartige Berechnungen mit Hilfe von geeigneten EDV-Programmen durchgeführt werden müssen. Die Anwendung solcher Programme ist aufwendig und für die Interpretation der Ergebnisse sind weitreichende Erfahrungen notwendig, so dass solche Berechnungen für die Nachweispraxis ausscheiden.

Die wesentliche Eigenschaft der Fließzonentheorie besteht darin, dass alle Stufen zwischen dem Erreichen der Streckgrenze in der äußersten Faser bis zum voll plastifizierten Querschnitt durch eine entsprechende Reduktion der Steifigkeiten in einer nichtlinearen statischen Berechnung erfasst wird. Das numerische Verfahren, das eine Erweiterung des von Werner aufbereiteten Algorithmus darstellt, funktioniert nach der Methode, dass zu einem definierten Dehnungs- und Krümmungszustand die inneren Schnittgrößen bestimmt werden, die dann zur Ermittlung von Sekantensteifigkeiten oder plastischen Anfangskrümmungen bzw. Dehnungen herangezogen werden.

Für die Anwendung dieser Methode muss der Stab sowohl in seiner Längsrichtung durch Abschnitte, als auch im Querschnitt durch einzelne Bleche diskretisiert werden. Wie bei allen numerischen Verfahren kann eine falsche (zu grobe) Wahl der Diskretisierung ungenaue Ergebnisse produzieren.

Die Schubspannungen wurden vorab durch eine Reduktion der Blechdicke der schubtragenden Teile wie z.B. den Stegen berücksichtigt. Für eine bessere Theorie ist es aber wünschenswert auch bei der Schubtragfähigkeit einen Übergang zwischen elastischem und plastischem Grenzwert zu schaffen.

[Kat]

Auch wenn die Interaktionsformeln<sup>2</sup> für Schnittgrößen für die Fließzonentheorie so ohne weiteres nicht zu verwenden sind, da sie vom Grenzzustand unendlich großer Dehnungen ausgehen, sind die Grundsätze für ihre Ermittlung auch für die Fließzonentheorie von Bedeutung.

In der Fließzonentheorie wird mit dem Tragfähigkeitsnachweis auch ein Rotationsfähigkeitsnachweis gefordert. Drei Methoden ermöglichen dies:

- 1) getrennter Nachweis für Tragfähigkeit und Rotationsfähigkeit
- 2) integrierter Nachweis mit der Beamline- Methode
- 3) vereinfachter Rotationsnachweis mittels Konstruktionsregeln

Die Beamline- Methode kann in vollständiger Art und Weise, aber auch vereinfacht durchgeführt werden. In jedem Fall ist eine numerische Unterstützung notwendig. Daher ist in entsprechender Literatur nachzulesen.

---

<sup>2</sup>siehe Methode Elastisch- Plastisch

---

3.3.4 Vergleich der Berechnungsarten nach DIN 18 800 und EC 3

[Sch05]

Der Vergleich erfolgt mittels einer Tabelle nach [Sch05].

1	2	3	4	5	6	7	
Berechnungsart			Knoten-, Tragverhalten		KF	RN	
Stufe	EC	DIN	Theorie	Standard	Variante	Klasse	Typ
1a	E	EE	ET			3	n/e
1b	E	EP	ET			2	3 K/R
2	SP	PP	F1			1	1,2,3 alle
3	EP	PP	F2			1	1,2,3 alle
4	EP	PP	FZ			3	2 i

E = elastisch  
 EE = elastisch- elastisch  
 EP = elastisch- plastisch  
 PP = plastisch- plastisch  
 SP = starrplastisch  
 DIN = DIN 18 800  
 EC = EC 3  
 ET = Elastizitätstheorie

F1 = Fließgelenktheorie 1. Ordnung  
 F2 = Fließgelenktheorie 2. Ordnung  
 FZ = Fließzonentheorie  
 KF = Knotenanforderungen  
 RN = Rotationsnachweis  
 n/e = nicht erforderlich  
 K/R = Konstruktionsregeln  
 i = integriert

