

S.Brandt · H.D. Dahmen

---

# Mechanik

Eine Einführung in Experiment und Theorie

Vierte Auflage  
mit 270 Abbildungen, 10 Tabellen, 52 Experimenten  
und 145 Aufgaben mit Hinweisen und Lösungen

 Springer

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Kinematik</b>	1
1.1	Massenpunkt. Vektoren von Ort, Geschwindigkeit und Beschleunigung	1
1.2	Anwendungen	4
1.2.1	Gleichförmig geradlinige Bewegung	4
1.2.2	Gleichmäßig beschleunigte Bewegung	4
1.2.3	Gleichförmige Kreisbewegung	6
1.2.4	Superposition von Bewegungen	8
1.3	Einheiten von Länge und Zeit. Dimensionen. Einheitensysteme	9
1.4	Aufgaben	11
<b>2</b>	<b>Dynamik eines einzelnen Massenpunktes</b>	13
2.1	Schwere Masse. Dichte	13
2.2	Kraft	15
2.2.1	Kraft als Vektorgröße	15
2.2.2	Beispiele von Kräften, Gewicht, Reibungskraft, Federkraft. Reduzierung der Reibung durch Luftkissen	17
2.3	Erstes Newtonsches Gesetz	21
2.4	Zweites Newtonsches Gesetz. Träge Masse	21
2.5	Drittes Newtonsches Gesetz	27
2.6	Anwendungen: Federpendel. Mathematisches Pendel. Fall und Wurf	27
2.6.1	Federpendel (eindimensionaler harmonischer Oszillator)	28
2.6.2	Mathematisches Pendel	33
2.6.3	Fall und Wurf	36
2.6.4	Wurf mit Reibung	38
2.7	Impuls	41
2.8	Arbeit	42

VIII Inhaltsverzeichnis

2.9	Kraftfelder. Feldstärke. Gravitationsgesetz . . . . .	44
2.10	Potential. Potentielle Energie . . . . .	51
2.11	Konservatives Kraftfeld als Gradient des Potentialfeldes . . . . .	53
2.12	Kinetische Energie . . . . .	54
2.13	Energieerhaltungssatz für konservative Kraftfelder . . . . .	55
2.14	Einheiten der Energie. Leistung und Wirkung . . . . .	57
2.15	Drehimpuls und Drehmoment . . . . .	58
2.16	Bewegung im Zentralfeld . . . . .	59
2.17	Bewegung im zentralen Gravitationsfeld . . . . .	59
2.18	Beschreibung der Planetenbewegung im Impulsraum . . . . .	66
2.19	Aufgaben . . . . .	69
<b>3</b>	<b>Dynamik mehrerer Massenpunkte . . . . .</b>	<b>73</b>
3.1	Impuls eines Systems zweier Massenpunkte. Schwerpunkt. Impulserhaltungssatz . . . . .	73
3.2	Verallgemeinerung auf mehrere Massenpunkte. Schwerpunktsystem . . . . .	76
3.3	Energieerhaltungssatz . . . . .	79
3.4	Drehimpuls. Drehimpulserhaltungssatz . . . . .	84
3.5	Zweikörperproblem . . . . .	86
3.5.1	Schwerpunkt- und Relativkoordinaten . . . . .	86
3.5.2	Planetenbewegung . . . . .	88
3.5.3	Elastischer Stoß . . . . .	89
3.6	Mehrkörperproblem . . . . .	92
3.6.1	Numerische Lösung . . . . .	92
3.6.2	Beispiele zum Dreikörperproblem . . . . .	94
3.7	Aufgaben . . . . .	96
<b>4</b>	<b>Starrer Körper. Feste Achsen . . . . .</b>	<b>99</b>
4.1	Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit . . . . .	99
4.2	Impuls. Zentripetalkraft . . . . .	101
4.3	Drehimpuls und Trägheitsmoment. Bewegungsgleichung . . . . .	102
4.4	Bewegung im Schwerfeld. Physikalisches Pendel . . . . .	106
4.5	Steinerscher Satz . . . . .	109
4.6	Rotationsenergie. Energieerhaltung . . . . .	111
4.7	Aufgaben . . . . .	112
<b>5</b>	<b>Inertialsysteme . . . . .</b>	<b>117</b>
5.1	Translationen . . . . .	117
5.2	Rotation des Koordinatensystems . . . . .	121
5.3	Galilei-Transformationen . . . . .	123
5.4	Aufgaben . . . . .	127

<b>6 Nichtinertialsysteme</b>	131
6.1 Beschleunigtes Bezugssystem	131
6.2 Zeitabhängige Rotation	133
6.3 Gleichförmig rotierendes Bezugssystem. Zentrifugalkraft. Corioliskraft	135
6.4 Aufgaben	143
<b>7 Starrer Körper. Bewegliche Achsen</b>	148
7.1 Die Freiheitsgrade des starren Körpers	148
7.2 Eulersches Theorem. Zeitableitung beliebiger Vektoren	151
7.3 Drehimpuls und Trägheitsmoment des starren Körpers bei Rotation um einen festen Punkt	152
7.4 Trägheitstensoren verschiedener Körper. Hauptträgheitsachsen	157
7.5 Drehimpuls und Trägheitsmoment um feste Achsen	161
7.6 Trägheitsellipsoid	162
7.7 Steinerscher Satz	164
7.8 Bewegungsgleichungen des starren Körpers. Drehimpulserhaltungssatz. Eulersche Gleichungen	165
7.9 Kinetische Energie des starren Körpers. Translationsenergie. Rotationsenergie. Energieerhaltungssatz	168
7.10 Kräftefreier Kugelkreisel	171
7.11 Kräftefreie Rotation um eine Hauptträgheitsachse	172
7.12 Kräftefreie Rotation um eine beliebige Achse. Poinsotsche Konstruktion	178
7.13 Symmetrischer Kreisel	180
7.14 Kreisel unter der Einwirkung von Kräften. Larmor-Präzession	184
7.15 Aufgaben	186
<b>8 Schwingungen</b>	189
8.1 Vorbemerkungen	189
8.2 Ungedämpfte Schwingung. Komplexe Schreibweise	190
8.3 Phasenebene	192
8.4 Gedämpfte Schwingung	194
8.5 Erzwungene Schwingung	201
8.5.1 Erregter Oszillator. Schwingungsgleichung	201
8.5.2 Lösung der Schwingungsgleichung	204
8.5.3 Stationäre Schwingung	206
8.5.4 Energie- und Leistungsbilanz. Resonanz	209
8.5.5 Einschwingvorgang	215
8.5.6 Grenzfall verschwindender Dämpfung. Schwebung	217
8.5.7 Resonanzkatastrophe	219

X Inhaltsverzeichnis

8.6	Gekoppelte Oszillatoren . . . . .	220
8.7	Aufgaben . . . . .	232
<b>9</b>	<b>Nichtlineare Dynamik. Deterministisches Chaos . . . . .</b>	<b>233</b>
9.1	Duffing-Oszillator . . . . .	233
9.2	Lineare Bewegungsgleichung. Stabilität. Fixpunkte . . . . .	239
9.3	Nichtlineare Bewegungsgleichung. Linearisierung . . . . .	249
9.4	Grenzmengen. Attraktoren. Poincaré-Darstellung . . . . .	254
9.5	Stabile und seltsame Attraktoren. Deterministisches Chaos . . . . .	258
9.6	Feigenbaum-Diagramm . . . . .	260
9.7	Hysterese . . . . .	263
9.8	Aufgaben . . . . .	268
<b>10</b>	<b>Wellen auf ein- und zweidimensionalen Trägern . . . . .</b>	<b>270</b>
10.1	Longitudinale Wellen . . . . .	270
10.2	Transversale Wellen . . . . .	273
10.3	Allgemeine Lösung der Wellengleichung . . . . .	276
10.4	Harmonische Wellen . . . . .	277
10.5	Superpositionsprinzip . . . . .	280
10.6	Energiedichte und Energiestromdichte . . . . .	281
10.7	Reflexion . . . . .	284
10.8	Stehende Wellen . . . . .	291
10.9	Laufende Welle auf eingespannter Saite . . . . .	296
10.10	Membranschwingungen . . . . .	299
10.11	Aufgaben . . . . .	303
<b>11</b>	<b>Elastizität . . . . .</b>	<b>307</b>
11.1	Elastische Körper . . . . .	307
11.2	Dehnung . . . . .	310
11.3	Dehnung und Querkontraktion . . . . .	312
11.4	Spannungs- und Verzerrungstensor für den längsverzerrten Quader . . . . .	314
11.5	Lokaler Verzerrungstensor . . . . .	320
11.6	Lokaler Spannungstensor . . . . .	326
11.7	Kraftdichte . . . . .	330
11.8	Lokales Hookesches Gesetz . . . . .	332
11.9	Scherung . . . . .	333
11.10	Torsion . . . . .	337
11.11	Biegung . . . . .	341
11.12	Aufgaben . . . . .	345

<b>12 Wellen in elastischen Medien</b>	349
12.1 Eulersche Bewegungsgleichung elastischer Medien	349
12.2 Zerlegung in Quell- und Wirbelfeld	351
12.3 Das Quellfeld. Longitudinalwellen im unendlich ausgedehnten Medium	352
12.4 Das Wirbelfeld. Transversalwellen im unendlich ausgedehnten Medium	355
12.5 Verzerrungs- und Spannungstensoren von Transversal- und Longitudinalwellen	357
12.6 Reflexion und Brechung der Transversal- und Longitudinalwelle an der Oberfläche eines Mediums	359
12.7 Transversal- und Longitudinalwellen in einer Materialplatte	364
12.8 Aufgaben	367
<b>13 Hydrodynamik</b>	372
13.1 Deformation eines Flüssigkeitselementes	372
13.2 Rotations- und Verzerrungsgeschwindigkeitstensor	374
13.3 Kontinuitätsgleichung	378
13.4 Konservative äußere und innere Kräfte	379
13.5 Ideale Flüssigkeiten. Eulersche Bewegungsgleichung	382
13.6 Hydrostatik	383
13.7 Gleichförmig rotierende, inkompressible, ideale Flüssigkeit im Schwerfeld	386
13.8 Stationäre Strömung einer inkompressiblen Flüssigkeit. Bernoulli-Gleichung	390
13.9 Energiesatz für die nichtstationäre Strömung der idealen Flüssigkeit	393
13.10 Spannungstensor der Reibung einer zähen Flüssigkeit. Stokessches Reibungsgesetz	396
13.11 Navier–Stokes-Gleichung. Ähnlichkeitsgesetze	400
13.12 Strömung durch Röhren. Hagen–Poiseuille-Gesetz	402
13.13 Reibungswiderstand einer Kugel in einer zähen Flüssigkeit. Stokessches Reibungsgesetz	405
13.14 Aufgaben	406
<b>Anhang</b>	
<b>A Vektoren</b>	408
A.1 Begriff des Vektors	408
A.2 Vektoralgebra in koordinatenfreier Schreibweise	409
A.2.1 Multiplikation eines Vektors mit einer Zahl	409
A.2.2 Addition und Subtraktion von Vektoren	409

XII Inhaltsverzeichnis

A.2.3	Skalarprodukt . . . . .	411
A.2.4	Vektorprodukt . . . . .	412
A.2.5	Spatprodukt . . . . .	413
A.2.6	Entwicklungssatz . . . . .	414
A.3	Vektoralgebra in Koordinatenschreibweise . . . . .	416
A.3.1	Einheitsvektor. Kartesisches Koordinatensystem. Vektorkomponenten . . . . .	416
A.3.2	Rechenregeln . . . . .	419
A.4	Differentiation eines Vektors nach einem Parameter . . . . .	422
A.4.1	Vektor als Funktion eines Parameters. Ortsvektor	422
A.4.2	Ableitungen . . . . .	423
A.5	Nichtkartesische Koordinatensysteme . . . . .	424
A.5.1	Kugelkoordinaten . . . . .	425
A.5.2	Zylinderkoordinaten . . . . .	427
A.5.3	Ebene Polarkoordinaten . . . . .	428
A.6	Aufgaben . . . . .	431
<b>B</b>	<b>Tensoren</b> . . . . .	433
B.1	Basistensoren . . . . .	433
B.2	Allgemeine Tensoren. Rechenregeln . . . . .	433
B.3	Darstellung durch Links- und Rechtsvektoren . . . . .	436
B.4	Produkt von Tensor und Vektor . . . . .	436
B.5	Produkt zweier Tensoren . . . . .	438
B.6	Vektorprodukt in Tensorschreibweise . . . . .	439
B.7	Matrizenrechnung . . . . .	440
B.8	Determinante . . . . .	442
B.9	Matrixinversion . . . . .	444
B.10	Zerlegung in symmetrische und antisymmetrische Tensoren	445
B.11	Abbildungen durch einfache Tensoren . . . . .	446
B.12	Rotation . . . . .	452
B.13	Infinitesimale Rotation . . . . .	457
B.14	Basiswechsel . . . . .	458
B.15	Hauptachsentransformation . . . . .	461
B.16	Aufgaben . . . . .	466
<b>C</b>	<b>Vektoranalysis</b> . . . . .	468
C.1	Skalarfelder und Vektorfelder . . . . .	468
C.2	Partielle Ableitungen. Richtungsableitung. Gradient . . . . .	470
C.3	Nabla-Operator in Kugel- und Zylinderkoordinaten . . . . .	477
C.4	Divergenz . . . . .	478
C.5	Rotation . . . . .	481
C.6	Laplace-Operator . . . . .	484
C.7	Totale Zeitableitung . . . . .	485

C.8	Einfache Rechenregeln für den Nabla-Operator . . . . .	486
C.9	Linienintegral . . . . .	487
C.10	Wegunabhängiges Linienintegral. Potentialfunktion eines Vektorfeldes . . . . .	491
C.11	Oberflächenintegral . . . . .	492
C.12	Volumenintegral . . . . .	499
C.13	Integralsatz von Stokes . . . . .	502
C.14	Integralsatz von Gauß . . . . .	506
C.15	Aufgaben . . . . .	508
<b>D</b>	<b>Taylor-Reihen</b> . . . . .	<b>511</b>
<b>E</b>	<b>Komplexe Zahlen</b> . . . . .	<b>514</b>
<b>F</b>	<b>Die wichtigsten SI-Einheiten der Mechanik</b> . . . . .	<b>520</b>
	<b>Hinweise und Lösungen zu den Aufgaben</b> . . . . .	<b>522</b>
	<b>Sachverzeichnis</b> . . . . .	<b>545</b>