Sicht auf die Erde
oder
Wie weit ist der Horizont

Dipl.- Ing. Björnstjerne Zindler, M.Sc.

www.Zenithpoint.de

Erstellt: 10. Mai 2012 – Letzte Revision: 11. September 2020

Inhaltsverzeichnis

Literatur

[001] Keine für vorliegenden Text.

---

1 Fragestellung

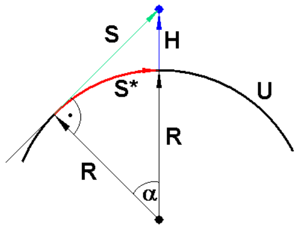
[001]ff.

Wie weit ist es bis zum Horizont. Wie weit kann man schauen in Abhängigkeit der Aussichtshöhe über Null? Fragestellung

2 Modell

Modell

Die Erde sei ideal kugelförmig und besitzt den Umfang U. Damit ist der Radius R definiert. Ist der Radius bekannt, kann sofort die Sichtweite S vom Auge des Betrachters bis zum Horizont errechnet werden. Je höher die Ansicht H, desto größer wird der Wert von S ausfallen.



3 Problem

Je größer H, desto größer S. In der Realität besteht jedoch das Problem, dass mit größer werdendem H der Wert von S nicht mehr die Sichtweite im Sinne der Erdbogenlänge S^* entspricht, sondern mehr einer Tangentialen. Somit $H \approx S$ gilt und die Sichtweite S theoretisch gegen unendliche Werte gänge. Problem

4 Lösung

Lösung

- Es muss eine Berechnungsgrundlage für S geschaffen werden.
- Es muss eine Berechnungsgrundlage für S^* geschaffen werden.
- Es muss eine Berechnungsgrundlage für $S - S^* = \Delta S$ geschaffen werden.

Für die wahre Sichtweite ist S^* zuständig. Der Wert S approximiert für **kleine H** die Berechnungsgrundlage von S^*.

4.1 Berechnung von S

Über den Satz des Pythagoras ist folgender Zusammenhang zwischen R, S und H beschreibbar. Berechnung

$$R^2 + S^2 = (R + H)^2$$

Damit ist die Sichtweite S bekannt.

$$S = \sqrt{H \cdot (H + 2R)}$$

4.2 Berechnung von S^*

Über die trigonometrische Beschreibung zweier Seitenlängen ist α definiert.

$$\cos\alpha = \frac{R}{R+H}$$

$\Rightarrow$

$$\alpha = \arccos\frac{R}{R+H}$$

Damit kann die Bogenlänge, die “wahre“ Sichtweite S^* berechnet werden.

$$S^*_{DEG} = \pi \cdot \frac{R}{180°} \cdot \arccos\frac{R}{R+H}$$

$\Rightarrow$

$$S^*_{RAD} = R \cdot \arccos\frac{R}{R+H}$$

4.3 Berechnung von ΔS

Die Fehlersichtweite ΔS zu berechnen ist denkbar einfach.

$$\Delta S = S - S^*_{RAD}$$

$\Rightarrow$

$$\Delta S = \sqrt{H \cdot (H + 2R)} - R \cdot \arccos \frac{R}{R + H}$$

4.4 Vereinfachung für kleine H

Kleine H

Um noch einfachere Berechnungsgrundlagen zu erhalten für **kleine Werte von H** , kann eine Serie von Null aus gebildet werden. So ergibt sich dann letztendlich für die 1. Ordnung:

$$S^*_{RAD} = S = \sqrt{2RH}$$

$\Rightarrow$

$$\Delta S = 0$$

5 Nachtrag

Nachtrag

Will man nur die Weite des Horizontes wissen, wenn man selbständig auf den eigenen zwei Beinen steht, ohne Turm, ohne Hügel, ohne Leiter oder Hocker, dann legt man eine durchschnittliche Körperhöhe fest mit $\mathbf{H_0 = 1,70m}$ (Durchschnitt Frau und Durchschnitt Mann gemeinsam - deutsch) und taylorisiert von dort aus nochmals S^*.

Das Ergebnis ist:

$$S^{**} = 0,922 \cdot \sqrt{R} \cdot (1 + 0,588 \cdot H)$$

6 Beispiel

Eine Person mit $1,70$m Körpergröße schaut am Strand auf den Meereshorizont. Wie weit ist dieser entfernt? Es wird ein Erdradius von $6371 \cdot 10^3$m angenommen.

- **Exakte Berechnungsgrundlage:**

$$S = \sqrt{H \cdot (H + 2R)} = \sqrt{1,70 \cdot (1,70 + 2 \cdot 6371 \cdot 10^3)}$$

$\Rightarrow$

$$S = 4654,18\text{m}$$

- **Korrigierte Berechnungsgrundlage:**

$$S^* = R \cdot \arccos \frac{R}{R+H} = 6371 \cdot 10^3 \cdot \arccos \frac{6371 \cdot 10^3}{6371 \cdot 10^3 + 1,70}$$

$\Rightarrow$

$$S^* = 4654,19\text{m}$$

- **$\mathbf{H_0}$ - Berechnungsgrundlage (H liegt linear vor):**

$$S^{**} = 0,922 \cdot \sqrt{R} \cdot (1 + 0,588 \cdot H) = 0,922 \cdot \sqrt{6371 \cdot 10^3} \cdot (1 + 0,588 \cdot 1,70)$$

$\Rightarrow$

$$S^{**} = 4653,48\text{m}$$

Falls jemand über das Wasser laufen kann, in nicht mal einer Stunde ist man dort, am Horizont.

$\LaTeX\,2_\varepsilon$