Herleitung und Durchführung der
–
diskreten, stückweisen, linearen Regression
kontinuierlichen, stückweisen, linearen Regression
Ermittlung der Wichtungsfunktion

Dipl.- Ing. Björnstjerne Zindler, M.Sc.

www.Zenithpoint.de

Erstellt: 01. März 2016 – Letzte Revision: 19. Januar 2021

Inhaltsverzeichnis

Literatur

[001] Keine für vorliegenden Text.

1 Symbole und Formelzeichen

- **Allgemein**

x	Funktionsargument einer Funktion
y	Funktionswert einer Funktion
a	Anstieg der linearen Funktion
b	Inhomogenität der linearen Funktion
a	Anstieg der diskreten/kontinuierlichen, stückweisen, linearen Regression
b	Inhomogenität der diskreten, stückweisen, linearen Regression
$\bar{a}$	gewichteter Anstieg aller Stücke der stückweisen, linearen Regression
$\widetilde{b}$	Inhomogenität der kontinuierlichen, stückweisen, linearen Regression
N	Nennerterm der stückweisen, linearen Regression
Z	Zählerterm der stückweisen, linearen Regression

- **Bezeichner – n**

$x^{(n)}$	Funktionsargument für das Intervall n
$y^{(n)}$	Funktionswert für das Intervall n
$x_a^{(n)}$	Anfangsargument für das Intervall n
$x_e^{(n)}$	Endargument für das Intervall n
N_n	Nennerterm der stückweisen, linearen Regression für das Intervall n
Z_n	Zählerterm der stückweisen, linearen Regression für das Intervall n

- **Bezeichner – sonstige**

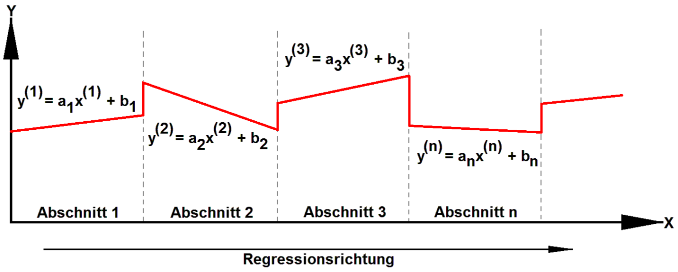
y_W	Wichtungsfunktion
${}^{(F_1)}\bullet$	Wert $\bullet$ für den Fall 1
${}^{(F_2)}\bullet$	Wert $\bullet$ für den Fall 2
$\{\bullet\}$	Summe von $\bullet$

2 Einleitung

[001] Die stückweise, lineare Regression ist eine häufig angewandte mathematische Methode um Daten weitergehend statistisch behandeln zu können, ohne komplizierte Funktionen vorliegen zu haben.

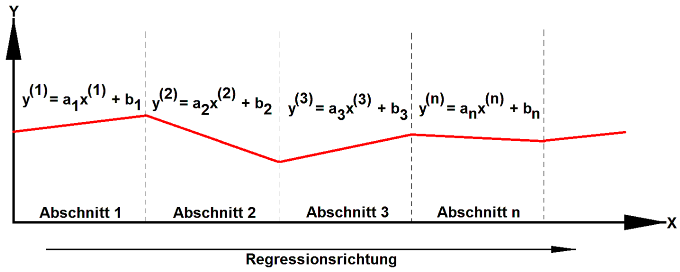
Die Ermittlung einer linearen Regressionsfunktion ist umfassend bekannt. Die Ermittlung einer stückweise linearen Regressionsfunktion ebenfalls. Der Unterschied ist die Aufteilung der Daten in Intervalle.

Fügt man die Intervalle nach erfolgreichen Regressionen wieder zusammen, dann erkennt man, dass an den Grenzen des Intervalls die Regressionsgraphen nicht immer zusammenfallen. Unstetigkeitstellen sind die Folge.



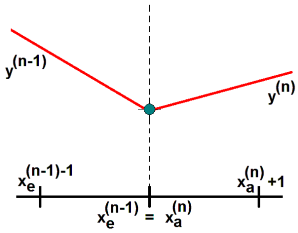
3 Herleitung der stückweisen, linearen Regression

Möchte man dennoch Funktionen ermitteln, welche keine Sprünge generieren, dann ist das möglich durch das Festlegen der Inhomogenität b_n im Intervall n aus der Regressionsfunktion $a_{n-1} \cdot x_e^{(n-1)} + b_{n-1} = y_{n-1}$ des vorhergehenden Intervalls $n-1$.



Zwei Fälle am Übergabepunkt sind mindestens zu unterscheiden.

3.1 Fall 1



Damit ist festgelegt:

$$x_e^{(n-1)} = x_e^{(n-1)} \quad \text{und} \quad x_a^{(n)} = 0$$

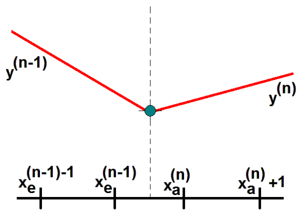
$\Rightarrow$

$$a_{n-1} \cdot x_e^{(n-1)} + b_{n-1} = a_n \cdot x_a^{(n)} + b_n$$

$\Rightarrow$

$$b_n = a_{n-1} \cdot x_e^{(n-1)} + b_{n-1}$$

3.2 Fall 2



Damit ist festgelegt:

$$x_e^{(n-1)} = x_e^{(n-1)} \quad \text{und} \quad x_a^{(n)} = 1$$

$\Rightarrow$

$$a_{n-1} \cdot \left(x_e^{(n-1)} + \frac{x_e^{(n-1)} - \left(x_e^{(n-1)} - 1 \right)}{2} \right) + b_{n-1} = a_n \cdot \left(x_a^{(n)} - \frac{x_a^{(n)} + 1 - x_a^{(n)}}{2} \right) + b_n$$

$\Rightarrow$

$$a_{n-1} \cdot \left(x_e^{(n-1)} + \frac{1}{2} \right) + b_{n-1} = a_n \cdot \left(x_a^{(n)} - \frac{1}{2} \right) + b_n$$

$\Rightarrow$

$$b_n = a_{n-1} \cdot x_e^{(n-1)} + b_{n-1} + \frac{1}{2} \cdot (a_{n-1} - a_n)$$

4 Herleitung der diskreten, stückweisen, linearen Regression

Die Durchführung der linearen Regression ist bekannt und für jedes beliebige Intervall berechenbar über:

$$a_n = \frac{\left\{x^{(n)} \cdot y^{(n)}\right\} \cdot m - \left\{x^{(n)}\right\} \cdot \left\{y^{(n)}\right\}}{\left\{{x^{(n)}}^2\right\} \cdot m - \left\{x^{(n)}\right\}^2} \qquad b_n = \frac{\left\{{x^{(n)}}^2\right\} \cdot \left\{y^{(n)}\right\} - \left\{x^{(n)} \cdot y^{(n)}\right\} \cdot \left\{x^{(n)}\right\}}{\left\{{x^{(n)}}^2\right\} \cdot m - \left\{x^{(n)}\right\}^2}$$

Ein Zusammenhang ist erkennbar.

$$\frac{\left\{{x^{(n)}}^2\right\} \cdot \left\{y^{(n)}\right\} - \left\{x^{(n)} \cdot y^{(n)}\right\} \cdot \left\{x^{(n)}\right\}}{b_n} = \frac{\left\{x^{(n)} \cdot y^{(n)}\right\} \cdot m - \left\{x^{(n)}\right\} \cdot \left\{y^{(n)}\right\}}{a_n}$$

$\Rightarrow$

$$a_n = \frac{\left\{x^{(n)} \cdot y^{(n)}\right\} \cdot m - \left\{x^{(n)}\right\} \cdot \left\{y^{(n)}\right\}}{\left\{{x^{(n)}}^2\right\} \cdot \left\{y^{(n)}\right\} - \left\{x^{(n)} \cdot y^{(n)}\right\} \cdot \left\{x^{(n)}\right\}} \cdot b_n$$

$\Rightarrow$

$$a_n = \frac{Z_n}{N_n} \cdot b_n$$

Damit können die zwei zu untersuchenden Fälle weiter entwickelt werden.

4.1 Fall 1

Für b_n ist eine Berechnungsgrundlage aus den vorhergehenden Abschnitten bekannt.

$$^{(F_1)}b_n = a_{n-1} \cdot x_e^{(n-1)} + \widetilde{b}_{n-1}$$

$\Rightarrow$

$$^{(F_1)}a_n = \frac{Z_n}{N_n} \cdot \left(a_{n-1} \cdot x_e^{(n-1)} + \widetilde{b}_{n-1} \right)$$

$\Rightarrow$

$$^{(F_1)}a_n = \frac{Z_n}{N_n} \cdot b_n$$

Die Darstellung einer linearen Funktion im Intervall n ist gegeben. Diese wird genutzt.

$$^{(F_1)}y^{(n)} = a_n \cdot x^{(n)} + b_n$$

4.2 Fall 2

Für b_n ist eine Berechnungsgrundlage aus den vorhergehenden Abschnitten bekannt.

$$^{(F_2)}b_n = a_{n-1} \cdot x_e^{(n-1)} + \widetilde{b}_{n-1} + \frac{1}{2} \cdot (a_{n-1} - a_n)$$

$\Rightarrow$

$$^{(F_2)}b_n = \frac{2 \cdot N_n}{2 \cdot N_n + Z_n} \cdot \left(a_{n-1} \cdot \left(x_e^{(n-1)} + \frac{1}{2} \right) + \widetilde{b}_{n-1} \right)$$

$\Rightarrow$

$$^{(F_2)}a_n = \frac{2 \cdot Z_n}{2 \cdot N_n + Z_n} \cdot \left(a_{n-1} \cdot \left(x_e^{(n-1)} + \frac{1}{2} \right) + \widetilde{b}_{n-1} \right)$$

$\Rightarrow$

$$^{(F_2)}a_n = \frac{Z_n}{N_n} \cdot b_n$$

Die Darstellung einer linearen Funktion im Intervall n ist gegeben. Diese wird genutzt.

$$^{(F_2)}y^{(n)} = a_n \cdot x^{(n)} + b_n$$

5 Herleitung der kontinuierl., stückw., linearen Regression

Die Überführung der diskreten in die kontinuierliche, stückweise, lineare Regression erfolgt durch:

5.1 Fall 1

$$y^{(n)} = a_n \cdot \left(x^{(n)} - x_e^{(n-1)}\right) + b_n$$

$\Rightarrow$

$$y^{(n)} = a_n \cdot x^{(n)} - a_n \cdot x_e^{(n-1)} + b_n = a_n \cdot x^{(n)} + \widetilde{b}_n$$

Damit sind der Anstieg und die Inhomogenität ermittelbar.

Inhomogenität:

$$^{(F_1)}\widetilde{b}_n = b_n - a_n \cdot x_e^{(n-1)}$$

Anstieg:

$$^{(F_1)}a_n = \frac{Z_n}{N_n} \cdot b_n$$

Wobei für Fall 1 bekanntermaßen gilt:

$$x_e^{(n-1)} = x_a^{(n)}$$

Die Darstellung einer linearen Funktion im Intervall n ist gegeben. Diese wird genutzt.

$$^{(F_1)}y^{(n)} = a_n \cdot x^{(n)} + \widetilde{b}_n$$

5.2 Fall 2

Die Überführung der diskreten in die kontinuierliche, stückweise, lineare Regression erfolgt durch:

$$y^{(n)} = a_n \cdot \left(x^{(n)} - x_e^{(n-1)}\right) + b_n$$

$\Rightarrow$

$$y^{(n)} = a_n \cdot x^{(n)} - a_n \cdot x_e^{(n-1)} + b_n = a_n \cdot x^{(n)} + \widetilde{b}_n$$

Damit sind der Anstieg und die Inhomogenität ermittelbar.

Inhomogenität:

$$^{(F_2)}\widetilde{b}_n = b_n - a_n \cdot x_e^{(n-1)}$$

Anstieg:

$$^{(F_2)}a_n = \frac{Z_n}{N_n} \cdot b_n$$

Wobei für Fall 2 bekanntermaßen gilt:

$$x_e^{(n-1)} + \frac{1}{2} = x_a^{(n)} - \frac{1}{2}$$

Die Darstellung einer linearen Funktion im Intervall n ist gegeben. Diese wird genutzt.

$$^{(F_2)}y^{(n)} = a_n \cdot x^{(n)} + \widetilde{b}_n$$

6 Herleitung der Erweiterungen

Die allgemeine Gleichung der linearen Regressionsfunktion ist gegeben als:

$$y^{(n)} = a_n \cdot x^{(n)} + b_n$$

Von Interesse ist der Anfangs- und Endpunkt und deren Differenz.

$$y_a^{(n)} = a_n \cdot x_a^{(n)} + b_n \qquad\qquad y_e^{(n)} = a_n \cdot x_e^{(n)} + b_n$$

$\Rightarrow$

$$\Delta y^{(n)} = y_e^{(n)} - y_a^{(n)} = a_n \cdot \left(x_e^{(n)} - x_a^{(n)}\right)$$

6.1 Fall 1 – Mittelwertbildung

Der Anfangspunkt für Fall 1 ist bekannt ${}^{(F_1)}x_a^{(n)} = 0$.

$$\Delta^{(F_1)}y^{(n)} = {}^{(F_1)}a_n \cdot x_e^{(n)}$$

Die Summe aller dieser Differenzen wird gebraucht.

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta^{(F_1)}y^{(i)} = \sum_{i=1}^{n} {}^{(F_1)}a_i \cdot x_e^{(i)}$$

Diese ist gleich für die gesamte lineare Regressionsfunktion.

$$a \cdot x_e = \sum_{i=1}^{n} {}^{(F_1)}a_i \cdot x_e^{(i)}$$

Ein Ersatz für x_e ist bekannt.

$$x_e = \sum_{i=1}^{n} {}^{(F_1)}x_e^{(i)}$$

$\Rightarrow$

$$a \cdot \sum_{i=1}^{n} x_e^{(i)} = \sum_{i=1}^{n} {}^{(F_1)}a_i \cdot x_e^{(i)}$$

Eine finale Umstellung.

$$\bar{a} = \frac{\sum_{i=1}^{n} {}^{(F_1)}a_i \cdot x_e^{(i)}}{\sum_{i=1}^{n} x_e^{(i)}}$$

Die diskrete, stückweise, lineare Regression für Fall 1 berücksichtigt unterschiedliche Strichprobenumfänge der Regressionen innerhalb der gewählten Intervalle.

6.2 Fall 2 – Mittelwertbildung

Der Anfangspunkt für Fall 2 ist bekannt ${}^{(F_2)}x_a^{(n)} = 1$.

$$\Delta^{(F_2)}y^{(n)} = {}^{(F_2)}a_n \cdot \left(x_e^{(n)} - 1\right)$$

Die Summe aller dieser Differenzen wird gebraucht.

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta^{(F_2)}y^{(i)} = \sum_{i=1}^{n} {}^{(F_2)}a_i \cdot \left(x_e^{(i)} - 1\right)$$

Dieser ist gleich für die gesamte lineare Regressionsfunktion.

$$a \cdot (x_e - 1) = \sum_{i=1}^{n} {}^{(F_2)}a_i \cdot \left(x_e^{(i)} - 1\right)$$

Ein Ersatz für x_e ist bekannt.

$$x_e - 1 = \sum_{i=1}^{n} \left(x_e^{(i)} - 1\right)$$

$\Rightarrow$

$$a \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(x_e^{(i)} - 1\right) = \sum_{i=1}^{n} {}^{(F_2)}a_i \cdot \left(x_e^{(i)} - 1\right)$$

Eine finale Umstellung.

$$\bar{a} = \frac{\sum_{i=1}^{n} {}^{(F_2)}a_i \cdot \left(x_e^{(i)} - 1\right)}{\sum_{i=1}^{n} \left(x_e^{(i)} - 1\right)}$$

Die diskrete, stückweise, lineare Regression für Fall 1 berücksichtigt unterschiedliche Strichprobenumfänge der Regressionen innerhalb der gewählten Intervalle.

Eine weitere Möglichkeit den gewichteten Anstieg $\bar{a}$ zu berechnen ist die über die Zweipunktform.

6.3 Fall 1 – Zweipunktform

Zuerst die Punktdefinitionen.

$$P_A\left(x_a^{(1)}; y\left(x_a^{(1)}\right)\right) \qquad P_E\left(x_e^{(n)}; y\left(x_e^{(n)}\right)\right)$$

Es erfolgt die Ermittlung der allgemeinen Wichtungsfunktion.

$$\frac{y - y\left(x_a^{(1)}\right)}{x - x_a^{(1)}} = \frac{y\left(x_e^{(n)}\right) - y\left(x_a^{(1)}\right)}{x_e^{(n)} - x_a^{(1)}}$$

$\Rightarrow$

$$y_W = \frac{y\left(x_e^{(n)}\right) - y\left(x_a^{(1)}\right)}{x_e^{(n)} - x_a^{(1)}} \cdot x + y\left(x_a^{(1)}\right) - \frac{y\left(x_e^{(n)}\right) - y\left(x_a^{(1)}\right)}{x_e^{(n)} - x_a^{(1)}} \cdot x_a^{(1)}$$

Die stückweise, lineare Regressionsfunktion wird eingesetzt.

$$y\left(x_a^{(1)}\right) = a_1 \cdot x_a^{(1)} + \widetilde{b}_1 \qquad y\left(x_e^{(n)}\right) = a_n \cdot x_e^{(n)} + \widetilde{b}_n$$

$\Rightarrow$

$$y_W = \begin{cases} +\frac{a_n \cdot x_e^{(n)} + \widetilde{b}_n - \left(a_1 \cdot x_a^{(1)} + \widetilde{b}_1\right)}{x_e^{(n)} - x_a^{(1)}} \cdot x \\ \\ +a_1 \cdot x_a^{(1)} + \widetilde{b}_1 \\ \\ -\frac{a_n \cdot x_e^{(n)} + \widetilde{b}_n - \left(a_1 \cdot x_a^{(1)} + \widetilde{b}_1\right)}{x_e^{(n)} - x_a^{(1)}} \cdot x_a^{(1)} \end{cases}$$

Da für vorliegende Randbedingung $x_a^{(1)} = 0$ gilt, vereinfacht sich der gefundene Ausdruck.

$$^{(F_1)}y_W = \frac{a_n \cdot x_e^{(n)} + \widetilde{b}_n - \widetilde{b}_1}{x_e^{(n)}} \cdot x + \widetilde{b}_1$$

$\Rightarrow$

$$\bar{a}_W = \frac{a_n \cdot x_e^{(n)} + \widetilde{b}_n - \widetilde{b}_1}{x_e^{(n)}} \qquad b_W = \widetilde{b}_1$$

6.4 Fall 2 – Zweipunktform

Zuerst die Punktdefinitionen.

$$P_A\left(x_a^{(1)}-\frac{1}{2};y\left(x_a^{(1)}-\frac{1}{2}\right)\right) \qquad P_E\left(x_e^{(n)}+\frac{1}{2};y\left(x_e^{(n)}+\frac{1}{2}\right)\right)$$

Es erfolgt die Ermittlung der allgemeinen Wichtungsfunktion.

$$\frac{y-y\left(x_a^{(1)}-\frac{1}{2}\right)}{x-\left(x_a^{(1)}-\frac{1}{2}\right)}=\frac{y\left(x_e^{(n)}+\frac{1}{2}\right)-y\left(x_a^{(1)}-\frac{1}{2}\right)}{x_e^{(n)}+\frac{1}{2}-\left(x_a^{(1)}-\frac{1}{2}\right)}$$

$\Rightarrow$

$$y_W=\begin{cases}+\frac{y\left(x_e^{(n)}+\frac{1}{2}\right)-y\left(x_a^{(1)}-\frac{1}{2}\right)}{x_e^{(n)}-x_a^{(1)}+1}\cdot x\\ \\ +y\left(x_a^{(1)}-\frac{1}{2}\right)\\ \\ -\frac{y\left(x_e^{(n)}+\frac{1}{2}\right)-y\left(x_a^{(1)}-\frac{1}{2}\right)}{x_e^{(n)}-x_a^{(1)}+1}\cdot\left(x_a^{(1)}-\frac{1}{2}\right)\end{cases}$$

Die stückweise, lineare Regressionsfunktion wird eingesetzt.

$$y\left(x_a^{(1)}-\frac{1}{2}\right)=a_1\cdot\left(x_a^{(1)}-\frac{1}{2}\right)+\widetilde{b}_1 \qquad y\left(x_e^{(n)}+\frac{1}{2}\right)=a_n\cdot\left(x_e^{(n)}+\frac{1}{2}\right)+\widetilde{b}_n$$

$\Rightarrow$

$$y_W=\begin{cases}+\frac{a_n\cdot\left(x_e^{(n)}+\frac{1}{2}\right)+\widetilde{b}_n-\left(a_1\cdot\left(x_a^{(1)}-\frac{1}{2}\right)+\widetilde{b}_1\right)}{x_e^{(n)}-x_a^{(1)}+1}\cdot x\\ \\ +\left(a_1\cdot\left(x_a^{(1)}-\frac{1}{2}\right)+\widetilde{b}_1\right)\\ \\ -\frac{a_n\cdot\left(x_e^{(n)}+\frac{1}{2}\right)+\widetilde{b}_n-\left(a_1\cdot\left(x_a^{(1)}-\frac{1}{2}\right)+\widetilde{b}_1\right)}{x_e^{(n)}-x_a^{(1)}+1}\cdot\left(x_a^{(1)}-\frac{1}{2}\right)\end{cases}$$

Da für vorliegende Randbedingung $x_a^{(1)}=1$ gilt, vereinfacht sich der gefundene Ausdruck.

$$^{(F_2)}y_W=\frac{a_n\cdot x_e^{(n)}+\widetilde{b}_n-\widetilde{b}_1+\frac{1}{2}\cdot(a_n-a_1)}{x_e^{(n)}}\cdot x+\frac{\left(2\cdot\widetilde{b}_1+a_1-a_n\right)\cdot\left(x_e^{(n)}+\frac{1}{2}\right)-\widetilde{b}_n}{2\cdot x_e^{(n)}}$$

$\Rightarrow$

$$\bar{a}_W=\frac{a_n\cdot x_e^{(n)}+\widetilde{b}_n-\widetilde{b}_1+\frac{1}{2}\cdot(a_n-a_1)}{x_e^{(n)}} \qquad b_W=\frac{\left(2\cdot\widetilde{b}_1+a_1-a_n\right)\cdot\left(x_e^{(n)}+\frac{1}{2}\right)-\widetilde{b}_n}{2\cdot x_e^{(n)}}$$

7 Beispiel I

Eine männliche Person hatte die Aufgabe sich allmorgendlich nach Absolvierung primärer Lebensaufgaben für ein (**Schalt**)Jahr lang zu wiegen, so wie es in Zeiten des All- und Feiertags möglich ist. Die Waage rundete das ermittelte Gewicht auf 500g- Schritte. Somit sind 366 Messtage gleich 1 Jahr vorhanden in 12 Monate aufteilbar. Die stückweise lineare Regression wird innerhalb der Monate durchgeführt. Da ein Monatswechsel grundsätzlich zwischen zwei Tagen liegt, ist Fall 2 für die Durchführung relevant.

Nachfolgend die lineare Regression über ein Jahr und die stückweise, lineare Regression innerhalb eines natürlichen Monats. Ausgegeben werden die diskrete und die kontinuierliche Regression.

Das Wiegejahr erstreckte sich vom 1. März bis zum 29. Februar.

7.1 Jahr – gesamt

m	Tag	X	Y	X*Y	X*X
1	1	1	85,5	85,5	1
2	2	2	84,0	168,0	4
3	3	3	84,5	253,5	9
4	4	4	85,0	340,0	16
5	5	5	84,5	422,5	25
6	6	6	84,0	504,0	36
7	7	7	83,5	584,5	49
8	8	8	83,5	668,0	64
9	9	9	84,5	760,5	81
10	10	10	84,5	845,0	100
11	11	11	85,5	940,5	121
12	12	12	85,0	1020,0	144
13	13	13	85,5	1111,5	169
	14	0	0	0	0
	15	0	0	0	0
14	16	16	85,5	1368,0	256
15	17	17	85,0	1445,0	289
16	18	18	84,5	1521,0	324
17	19	19	84,0	1596,0	361
18	20	20	85,0	1700,0	400
19	21	21	84,5	1774,5	441
20	22	22	83,5	1837,0	484
21	23	23	84,5	1943,5	529
22	24	24	84,5	2028,0	576
23	25	25	84,0	2100,0	625
24	26	26	83,5	2171,0	676
	27	0	0	0	0
	28	0	0	0	0
25	29	29	85,0	2465,0	841
26	30	30	85,5	2565,0	900
27	31	31	84,5	2619,5	961
28	32	32	84,5	2704,0	1024
29	33	33	84,5	2788,5	1089
30	34	34	83,0	2822,0	1156
31	35	35	84,5	2957,5	1225
32	36	36	83,0	2988,0	1296
33	37	37	84,0	3108,0	1369
34	38	38	85,5	3249,0	1444
35	39	39	84,5	3295,5	1521

36	40	40	84,0	3360,0	1600
	41	0	0	0	0
	42	0	0	0	0
37	43	43	85,5	3676,5	1849
38	44	44	84,0	3696,0	1936
39	45	45	83,5	3757,5	2025
40	46	46	84,5	3887,0	2116
41	47	47	85,5	4018,5	2209
42	48	48	85,5	4104,0	2304
43	49	49	84,5	4140,5	2401
44	50	50	84,0	4200,0	2500
45	51	51	84,0	4284,0	2601
46	52	52	84,5	4394,0	2704
47	53	53	85,5	4531,5	2809
48	54	54	84,5	4563,0	2916
49	55	55	84,0	4620,0	3025
	56	0	0	0	0
50	57	57	85,5	4873,5	3249
51	58	58	85,0	4930,0	3364
52	59	59	84,5	4985,5	3481
53	60	60	85,5	5130,0	3600
	61	0	0	0	0
	62	0	0	0	0
	63	0	0	0	0
	64	0	0	0	0
	65	0	0	0	0
	66	0	0	0	0
	67	0	0	0	0
	68	0	0	0	0
	69	0	0	0	0
	70	0	0	0	0
	71	0	0	0	0
	72	0	0	0	0
	73	0	0	0	0
	74	0	0	0	0
	75	0	0	0	0
	76	0	0	0	0
	77	0	0	0	0
	78	0	0	0	0
54	79	79	84,5	6675,5	6241
55	80	80	85,0	6800,0	6400
56	81	81	85,0	6885,0	6561
57	82	82	86,0	7052,0	6724
58	83	83	85,0	7055,0	6889

	84	0	0	0	0
	85	0	0	0	0
	86	0	0	0	0
59	87	87	85,0	7395,0	7569
60	88	88	85,0	7480,0	7744
61	89	89	85,0	7565,0	7921
62	90	90	85,5	7695,0	8100
63	91	91	84,0	7644,0	8281
64	92	92	84,5	7774,0	8464
65	93	93	86,0	7998,0	8649
66	94	94	86,0	8084,0	8836
67	95	95	86,0	8170,0	9025
68	96	96	85,5	8208,0	9216
69	97	97	85,0	8245,0	9409
	98	0	0	0	0
	99	0	0	0	0
70	100	100	85,5	8550,0	10000
71	101	101	85,5	8635,5	10201
72	102	102	85,0	8670,0	10404
73	103	103	85,5	8806,5	10609
74	104	104	85,5	8892,0	10816
75	105	105	85,5	8977,5	11025
76	106	106	84,5	8957,0	11236
77	107	107	86,0	9202,0	11449
78	108	108	86,0	9288,0	11664
79	109	109	85,5	9319,5	11881
80	110	110	86,5	9515,0	12100
81	111	111	85,5	9490,5	12321
	112	0	0	0	0
	113	0	0	0	0
82	114	114	85,5	9747,0	12996
83	115	115	85,5	9832,5	13225
84	116	116	86,0	9976,0	13456
85	117	117	85,5	10003,5	13689
86	118	118	86,0	10148,0	13924
87	119	119	85,5	10174,5	14161
	120	0	0	0	0
88	121	121	85,5	10345,5	14641
89	122	122	85,0	10370,0	14884
90	123	123	86,0	10578,0	15129
91	124	124	86,5	10726,0	15376
92	125	125	85,5	10687,5	15625
	126	0	0	0	0
	127	0	0	0	0

93	128	128	86,5	11072,0	16384
94	129	129	85,5	11029,5	16641
95	130	130	85,5	11115,0	16900
96	131	131	85,0	11135,0	17161
97	132	132	86,0	11352,0	17424
	133	0	0	0	0
	134	0	0	0	0
98	135	135	85,0	11475,0	18225
99	136	136	85,5	11628,0	18496
100	137	137	85,0	11645,0	18769
101	138	138	85,0	11730,0	19044
102	139	139	85,0	11815,0	19321
	140	0	0	0	0
103	141	141	84,5	11914,5	19881
104	142	142	84,5	11999,0	20164
105	143	143	85,5	12226,5	20449
106	144	144	85,5	12312,0	20736
107	145	145	86,0	12470,0	21025
108	146	146	85,5	12483,0	21316
	147	0	0	0	0
	148	0	0	0	0
109	149	149	85,0	12665,0	22201
110	150	150	85,5	12825,0	22500
111	151	151	85,5	12910,5	22801
112	152	152	84,0	12768,0	23104
	153	0	0	0	0
	154	0	0	0	0
	155	0	0	0	0
113	156	156	85,0	13260,0	24336
114	157	157	85,0	13345,0	24649
115	158	158	85,0	13430,0	24964
116	159	159	86,0	13674,0	25281
117	160	160	85,0	13600,0	25600
	161	0	0	0	0
	162	0	0	0	0
118	163	163	85,5	13936,5	26569
119	164	164	86,0	14104,0	26896
120	165	165	85,5	14107,5	27225
121	166	166	85,5	14193,0	27556
122	167	167	85,5	14278,5	27889
	168	0	0	0	0
	169	0	0	0	0
123	170	170	85,5	14535,0	28900
124	171	171	85,0	14535,0	29241

125	172	172	85,0	14620,0	29584
126	173	173	85,0	14705,0	29929
127	174	174	84,5	14703,0	30276
128	175	175	84,5	14787,5	30625
	176	0	0	0	0
129	177	177	84,5	14956,5	31329
130	178	178	84,5	15041,0	31684
131	179	179	84,5	15125,5	32041
132	180	180	85,0	15300,0	32400
	181	0	0	0	0
	182	0	0	0	0
	183	0	0	0	0
133	184	184	85,0	15640,0	33856
134	185	185	85,0	15725,0	34225
135	186	186	85,0	15810,0	34596
136	187	187	85,0	15895,0	34969
137	188	188	85,0	15980,0	35344
138	189	189	85,5	16159,5	35721
	190	0	0	0	0
139	191	191	84,5	16139,5	36481
140	192	192	85,0	16320,0	36864
141	193	193	85,5	16501,5	37249
142	194	194	86,0	16684,0	37636
143	195	195	84,5	16477,5	38025
	196	0	0	0	0
	197	0	0	0	0
144	198	198	85,0	16830,0	39204
145	199	199	84,5	16815,5	39601
	200	200	0	0	40000
146	201	201	84,5	16984,5	40401
147	202	202	84,5	17069,0	40804
148	203	203	84,0	17052,0	41209
	204	0	0	0	0
149	205	205	84,0	17220,0	42025
150	206	206	84,5	17407,0	42436
151	207	207	84,5	17491,5	42849
	208	0	0	0	0
152	209	209	84,5	17660,5	43681
	210	0	0	0	0
	211	0	0	0	0
153	212	212	84,0	17808,0	44944
	213	0	0	0	0
154	214	214	84,5	18083,0	45796
155	215	215	84,0	18060,0	46225

156	216	216	84,5	18252,0	46656
	217	0	0	0	0
	218	0	0	0	0
	219	0	0	0	0
	220	0	0	0	0
	221	0	0	0	0
	222	0	0	0	0
	223	0	0	0	0
	224	0	0	0	0
	225	0	0	0	0
	226	0	0	0	0
	227	0	0	0	0
	228	0	0	0	0
	229	0	0	0	0
	230	0	0	0	0
	231	0	0	0	0
	232	0	0	0	0
	233	0	0	0	0
157	234	234	84,0	19656,0	54756
158	235	235	84,0	19740,0	55225
159	236	236	83,5	19706,0	55696
160	237	237	83,5	19789,5	56169
161	238	238	83,5	19873,0	56644
	239	0	0	0	0
162	240	240	83,5	20040,0	57600
163	241	241	84,0	20244,0	58081
164	242	242	84,0	20328,0	58564
165	243	243	84,0	20412,0	59049
	244	0	0	0	0
	245	0	0	0	0
	246	0	0	0	0
166	247	247	83,5	20624,5	61009
167	248	248	82,5	20460,0	61504
168	249	249	83,5	20791,5	62001
169	250	250	83,0	20750,0	62500
170	251	251	83,0	20833,0	63001
	252	0	0	0	0
	253	0	0	0	0
171	254	254	84,0	21336,0	64516
172	255	255	83,5	21292,5	65025
173	256	256	84,0	21504,0	65536
174	257	257	83,5	21459,5	66049
	258	0	0	0	0
	259	0	0	0	0

	260	0	0	0	0
175	261	261	84,0	21924,0	68121
176	262	262	84,0	22008,0	68644
177	263	263	84,0	22092,0	69169
178	264	264	83,5	22044,0	69696
179	265	265	84,5	22392,5	70225
	266	0	0	0	0
	267	0	0	0	0
180	268	268	84,0	22512,0	71824
181	269	269	84,5	22730,5	72361
182	270	270	84,0	22680,0	72900
183	271	271	84,5	22899,5	73441
184	272	272	84,0	22848,0	73984
	273	0	0	0	0
	274	0	0	0	0
185	275	275	84,0	23100,0	75625
186	276	276	84,5	23322,0	76176
187	277	277	84,0	23268,0	76729
188	278	278	83,5	23213,0	77284
189	279	279	84,5	23575,5	77841
	280	0	0	0	0
	281	0	0	0	0
190	282	282	85,5	24111,0	79524
191	283	283	85,5	24196,5	80089
192	284	284	85,0	24140,0	80656
193	285	285	84,5	24082,5	81225
194	286	286	84,5	24167,0	81796
	287	0	0	0	0
	288	0	0	0	0
195	289	289	84	24276,0	83521
196	290	290	84	24360,0	84100
197	291	291	84,5	24589,5	84681
198	292	292	84,5	24674,0	85264
	293	0	0	0	0
	294	0	0	0	0
	295	0	0	0	0
	296	0	0	0	0
	297	0	0	0	0
	298	0	0	0	0
	299	0	0	0	0
	300	0	0	0	0
	301	0	0	0	0
	302	0	0	0	0
	303	0	0	0	0

	304	0	0	0	0
	305	0	0	0	0
	306	0	0	0	0
	307	0	0	0	0
	308	0	0	0	0
	309	0	0	0	0
199	310	310	85,5	26505,0	96100
200	311	311	85,0	26435,0	96721
201	312	312	85,0	26520,0	97344
202	313	313	85,0	26605,0	97969
203	314	314	86,5	27161,0	98596
	315	0	0	0	0
	316	0	0	0	0
204	317	317	85,5	27103,5	100489
205	318	318	86,0	27348,0	101124
206	319	319	85,5	27274,5	101761
207	320	320	85,5	27360,0	102400
208	321	321	84,5	27124,5	103041
	322	0	0	0	0
	323	0	0	0	0
209	324	324	84,5	27378,0	104976
210	325	325	85,5	27787,5	105625
211	326	326	85,0	27710,0	106276
212	327	327	85,5	27958,5	106929
213	328	328	85,5	28044,0	107584
	329	0	0	0	0
	330	0	0	0	0
214	331	331	87,0	28797,0	109561
215	332	332	85,5	28386,0	110224
216	333	333	86,0	28638,0	110889
217	334	334	86,0	28724,0	111556
218	335	335	86,0	28810,0	112225
	336	0	0	0	0
	337	0	0	0	0
219	338	338	85,0	28730,0	114244
220	339	339	85,5	28984,5	114921
221	340	340	85,0	28900,0	115600
222	341	341	85,5	29155,5	116281
223	342	342	85,0	29070,0	116964
	343	0	0	0	0
	344	0	0	0	0
224	345	345	85,5	29497,5	119025
225	346	346	85,5	29583,0	119716
226	347	347	85,0	29495,0	120409

227	348	348	85,5	29754,0	121104
228	349	349	85,0	29665,0	121801
	350	0	0	0	0
	351	0	0	0	0
229	352	352	85,0	29920,0	123904
230	353	353	85,0	30005,0	124609
231	354	354	85,0	30090,0	125316
232	355	355	85,0	30175,0	126025
233	356	356	85,5	30438,0	126736
	357	0	0	0	0
	358	0	0	0	0
234	359	359	85,5	30694,5	128881
235	360	360	85,5	30780,0	129600
236	361	361	85,0	30685,0	130321
237	362	362	86,0	31132,0	131044
238	363	363	84,0	30492,0	131769
	364	0	0	0	0
	365	0	0	0	0
239	366	366	84,5	30927,0	133956
239	**$\sum$:**	**41408**	**20280,0**	**3514278,0**	**9983866**
m	**Tag**	**X**	**Y**	**X*Y**	**X*X**

- **Gesamttrend – Jahresregression**

$$a = \frac{3514278 \cdot 239 - 41408 \cdot 20280}{9983866 \cdot 239 - 41408^2} \qquad b = \frac{9983866 \cdot 20280 - 3514278 \cdot 41408}{9983866 \cdot 239 - 41408^2}$$

$\Rightarrow$

$$a = 0,0002 \qquad b = 84,81$$

$\Rightarrow$

$$y = 0,0002 \cdot x + 84,81$$

7.2 März

m	Tag	X	Y	X*Y	X*X
1	1	1	85,5	85,5	1
2	2	2	84,0	168,0	4
3	3	3	84,5	253,5	9
4	4	4	85,0	340,0	16
5	5	5	84,5	422,5	25
6	6	6	84,0	504,0	36
7	7	7	83,5	584,5	49
8	8	8	83,5	668,0	64
9	9	9	84,5	760,5	81
10	10	10	84,5	845,0	100
11	11	11	85,5	940,5	121
12	12	12	85,0	1020,0	144
13	13	13	85,5	1111,5	169
	14	0	0	0	0
	15	0	0	0	0
14	16	16	85,5	1368,0	256
15	17	17	85,0	1445,0	289
16	18	18	84,5	1521,0	324
17	19	19	84,0	1596,0	361
18	20	20	85,0	1700,0	400
19	21	21	84,5	1774,5	441
20	22	22	83,5	1837,0	484
21	23	23	84,5	1943,5	529
22	24	24	84,5	2028,0	576
23	25	25	84,0	2100,0	625
24	26	26	83,5	2171,0	676
	27	0	0	0	0
	28	0	0	0	0
25	29	29	85,0	2465,0	841
26	30	30	85,5	2565,0	900
27	31	31	84,5	2619,5	961
27	**∑:**	**412**	**2283**	**34837,0**	**8482**
m	**Tag**	**X**	**Y**	**X*Y**	**X*X**

März → stückweise, lineare Regression

$$a = \frac{34837 \cdot 27 - 412 \cdot 2283}{8482 \cdot 27 - 412^2} \qquad b = \frac{8482 \cdot 2283 - 34837 \cdot 412}{8482 \cdot 27 - 412^2}$$

⇒

$$a = 0,0000 \qquad b = 84,55$$

⇒

$$y_{\text{Mae}} = 84,55 \qquad \text{SLR}$$

Fall 2

$$x_a^{\text{Mae}} = 1 \qquad x_e^{\text{Mae}} = 31$$

⇒

$$Z_{\text{Mae}} = 34837 \cdot 27 - 412 \cdot 2283 = 3$$
$$N_{\text{Mae}} = 8482 \cdot 2283 - 34837 \cdot 412 = 5011562$$

Keine weiteren Betrachtungen nötig, da Initialmonat.

$$^{(F_2)}y = 84,55 \qquad \text{kont.SLR}$$

⇒

$$^{(F_2)}y_{\text{Mae}} = 84,55 \qquad \text{disk.SLR}$$

⇒

$$^{(F_2)}a_{\text{Mae}} = 0 \qquad ^{(F_2)}b_{\text{Mae}} = 84,55$$

⇒

$$^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Mae}} = 84,55$$

Erweiterung

$$b_{\text{Mae}} - \widetilde{b}_{\text{Mae}} = a_{\text{Mae}} \cdot x_e^{\text{Feb}} = a_{\text{Mae}} \cdot \left(x_a^{\text{Mae}} - 1\right)$$

⇒

$$0 = 0$$

7.3 April

m	Tag	X	Y	X*Y	X*X
1	32	32	84,5	2704,0	1024
2	33	33	84,5	2788,5	1089
3	34	34	83,0	2822,0	1156
4	35	35	84,5	2957,5	1225
5	36	36	83,0	2988,0	1296
6	37	37	84,0	3108,0	1369
7	38	38	85,5	3249,0	1444
8	39	39	84,5	3295,5	1521
9	40	40	84,0	3360,0	1600
	41	0	0	0	0
	42	0	0	0	0
10	43	43	85,5	3676,5	1849
11	44	44	84,0	3696,0	1936
12	45	45	83,5	3757,5	2025
13	46	46	84,5	3887,0	2116
14	47	47	85,5	4018,5	2209
15	48	48	85,5	4104,0	2304
16	49	49	84,5	4140,5	2401
17	50	50	84,0	4200,0	2500
18	51	51	84,0	4284,0	2601
19	52	52	84,5	4394,0	2704
20	53	53	85,5	4531,5	2809
21	54	54	84,5	4563,0	2916
22	55	55	84,0	4620,0	3025
	56	0	0	0	0
23	57	57	85,5	4873,5	3249
24	58	58	85,0	4930,0	3364
25	59	59	84,5	4985,5	3481
26	60	60	85,5	5130,0	3600
	61	0	0	0	0
26	**$\sum$:**	**1195**	**2197,5**	**101064,0**	**56813**
m	**Tag**	**X**	**Y**	**X*Y**	**X*X**

April → stückweise, lineare Regression

$$a = \frac{101064 \cdot 26 - 1195 \cdot 2197,5}{56813 \cdot 26 - 1195^2} \qquad b = \frac{56813 \cdot 2197,5 - 101064 \cdot 1195}{56813 \cdot 26 - 1195^2}$$

⇒

$$a = 0,034 \qquad b = 82,97$$

⇒

$$y_{April} = 0,034 \cdot x + 82,97 \qquad \text{SLR}$$

Fall 2

$$x_e^{\text{Mae}} = 31 \qquad a_{\text{Mae}} = 0 \qquad \widetilde{b}_{\text{Mae}} = 84,55$$

⇒

$$x_a^{\text{Apr}} = 32 \qquad x_e^{\text{Apr}} = 61$$

⇒

$$Z_{\text{Apr}} = 101064 \cdot 26 - 1195 \cdot 2197,5 = 1651,50$$
$$N_{\text{Apr}} = 56813 \cdot 2197,5 - 101064 \cdot 1195 = 4075087,50$$

⇒

$$b_{\text{Apr}} = \frac{2 \cdot 4075087,50}{2 \cdot 4075087,50 + 1651,50} \cdot \left(0 \cdot \left(31 + \frac{1}{2}\right) + 84,55\right) = 84,53$$

⇒

$$a_{\text{Apr}} = \frac{1651,50}{4075087,50} \cdot \left(0 \cdot \left(31 + \frac{1}{2}\right) + 84,55\right) = 0,034$$

⇒

$$\widetilde{b}_{\text{Apr}} = \frac{4075087,5 - 1651,5 \cdot 31}{4075087,5} \cdot 84,53 = 83,47$$

⇒

$$^{(F_2)}y = 0,034 \cdot x + 83,47 \qquad \text{kont.SLR}$$

⇒

$$^{(F_2)}y_{\text{Apr}} = 0,034 \cdot x + 84,53 \qquad \text{disk.SLR}$$

Probe

$$^{(F_2)}a_{\text{Mae}} \cdot \left(x_e^{\text{Mae}} + \frac{1}{2}\right) + {}^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Mae}} = {}^{(F_2)}a_{\text{Apr}} \cdot \left(x_e^{\text{Apr}} - \frac{1}{2}\right) + {}^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Apr}} = \text{disk.SLR}\,(x = 0)$$

⇒

$$0 \cdot \left(31 + \frac{1}{2}\right) + 84,55 = 0,034 \cdot \left(32 - \frac{1}{2}\right) + 83,47 = 0,034 \cdot 0 + 84,53$$

⇒

$$84,55 \approx 84,54 \approx 84,53$$

⇒

$$^{(F_2)}a_{\text{Apr}} = 0,034 \qquad {}^{(F_2)}b_{\text{Apr}} = 84,53$$

⇒

$$^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Apr}} = 83,47$$

Erweiterung

$$b_{\text{Apr}} - \widetilde{b}_{\text{Apr}} = a_{\text{Apr}} \cdot x_e^{\text{Mae}}$$

⇒

$$1,06 \approx 1,05$$

7.4 Mai

m	Tag	X	Y	X*Y	X*X
	62	0	0	0	0
	63	0	0	0	0
	64	0	0	0	0
	65	0	0	0	0
	66	0	0	0	0
	67	0	0	0	0
	68	0	0	0	0
	69	0	0	0	0
	70	0	0	0	0
	71	0	0	0	0
	72	0	0	0	0
	73	0	0	0	0
	74	0	0	0	0
	75	0	0	0	0
	76	0	0	0	0
	77	0	0	0	0
	78	0	0	0	0
1	79	79	84,5	6675,5	6241
2	80	80	85,0	6800,0	6400
3	81	81	85,0	6885,0	6561
4	82	82	86,0	7052,0	6724
5	83	83	85,0	7055,0	6889
	84	0	0	0	0
	85	0	0	0	0
	86	0	0	0	0
6	87	87	85,0	7395,0	7569
7	88	88	85,0	7480,0	7744
8	89	89	85,0	7565,0	7921
9	90	90	85,5	7695,0	8100
10	91	91	84,0	7644,0	8281
11	92	92	84,5	7774,0	8464
11	**$\sum$:**	**942**	**934,5**	**80020,5**	**80894**
m	**Tag**	**X**	**Y**	**X*Y**	**X*X**

Mai → stückweise, lineare Regression

$$a = \frac{80020,5 \cdot 11 - 942 \cdot 934,5}{80894 \cdot 11 - 942^2} \qquad b = \frac{80894 \cdot 934,5 - 80020,5 \cdot 942}{80894 \cdot 11 - 942^2}$$

⇒

$$a = -0,030 \qquad b = 87,50$$

⇒

$$y_{\text{Mai}} = -0,030 \cdot x + 87,50 \qquad \text{SLR}$$

Fall 2

$$x_e^{\text{Apr}} = 61 \qquad a_{\text{Apr}} = 0,034 \qquad \widetilde{b}_{\text{Apr}} = 83,47$$

⇒

$$x_a^{\text{Mai}} = 62 \qquad x_e^{\text{Mai}} = 92$$

⇒

$$Z_{\text{Mai}} = 80020,5 \cdot 11 - 942 \cdot 934,5 = -73,5$$
$$N_{\text{Mai}} = 80894 \cdot 934,5 - 80020,5 \cdot 942 = 216132$$

⇒

$$b_{\text{Mai}} = \frac{2 \cdot 216132}{2 \cdot 216132 - 73,5} \cdot \left(0,034 \cdot \left(61 + \frac{1}{2}\right) + 83,47\right) = 85,58$$

⇒

$$a_{\text{Mai}} = -\frac{73,5}{216132} \cdot \left(0,034 \cdot \left(61 + \frac{1}{2}\right) + 83,48\right) = -0,029$$

⇒

$$\widetilde{b}_{\text{Mai}} = \frac{216132 + 73,5 \cdot 61}{216132} \cdot 85,58 = 87,36$$

⇒

$${}^{(F_2)}y = -0,029 \cdot x + 87,36 \qquad \text{kont.SLR}$$

⇒

$${}^{(F_2)}y_{\text{Mai}} = -0,029 \cdot x + 85,58 \qquad \text{disk.SLR}$$

Probe

$${}^{(F_2)}a_{\text{Apr}} \cdot \left(x_e^{\text{Apr}} + \frac{1}{2}\right) + {}^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Apr}} = {}^{(F_2)}a_{\text{Mai}} \cdot \left(x_a^{\text{Mai}} - \frac{1}{2}\right) + {}^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Mai}} = \text{disk.SLR}\,(x = 0)$$

⇒

$$0,034 \cdot \left(61 + \frac{1}{2}\right) + 83,47 = -0,029 \cdot \left(62 - \frac{1}{2}\right) + 87,36 = -0,029 \cdot 0 + 85,58$$

⇒

$$85,57 = 85,57 \approx 85,58$$

⇒

$${}^{(F_2)}a_{\text{Mai}} = -0,029 \qquad {}^{(F_2)}b_{\text{Mai}} = 85,58$$

⇒

$${}^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Mai}} = 87,36$$

Erweiterung

$$b_{\text{Mai}} - \widetilde{b}_{\text{Mai}} = a_{\text{Mai}} \cdot x_e^{\text{Apr}}$$

⇒

$$-1,77 = -1,77$$

7.5 Juni

m	Tag	X	Y	X*Y	X*X
1	93	93	86,0	7998,0	8649
2	94	94	86,0	8084,0	8836
3	95	95	86,0	8170,0	9025
4	96	96	85,5	8208,0	9216
5	97	97	85,0	8245,0	9409
	98	0	0	0	0
	99	0	0	0	0
6	100	100	85,5	8550,0	10000
7	101	101	85,5	8635,5	10201
8	102	102	85,0	8670,0	10404
9	103	103	85,5	8806,5	10609
10	104	104	85,5	8892,0	10816
11	105	105	85,5	8977,5	11025
12	106	106	84,5	8957,0	11236
13	107	107	86,0	9202,0	11449
14	108	108	86,0	9288,0	11664
15	109	109	85,5	9319,5	11881
16	110	110	86,5	9515,0	12100
17	111	111	85,5	9490,5	12321
	112	0	0	0	0
	113	0	0	0	0
18	114	114	85,5	9747,0	12996
19	115	115	85,5	9832,5	13225
20	116	116	86,0	9976,0	13456
21	117	117	85,5	10003,5	13689
22	118	118	86,0	10148,0	13924
23	119	119	85,5	10174,5	14161
	120	0	0	0	0
24	121	121	85,5	10345,5	14641
25	122	122	85,0	10370,0	14884
25	**$\sum$:**	**2683**	**2139,5**	**229605,5**	**289817**
m	**Tag**	**X**	**Y**	**X*Y**	**X*X**

Juni $\longrightarrow$ stückweise, lineare Regression

$$a = \frac{229605,5 \cdot 25 - 2683 \cdot 2139,5}{289817 \cdot 25 - 2683^2} \qquad b = \frac{289817 \cdot 2139,5 - 229605,5 \cdot 2683}{289817 \cdot 25 - 2683^2}$$

$\Rightarrow$

$$a = -0,003 \qquad b = 85,90$$

$\Rightarrow$

$$y = -0,003 \cdot x + 85,90 \qquad \text{SLR}$$

Fall 2

$$x_e^{\text{Mai}} = 92 \qquad a_{\text{Mai}} = -0,029 \qquad \widetilde{b}_{\text{Mai}} = 87,36$$

$\Rightarrow$

$$x_a^{\text{Jun}} = 93 \qquad x_e^{\text{Jun}} = 122$$

$\Rightarrow$

$$Z_{\text{Jun}} = 229605,5 \cdot 25 - 2683 \cdot 2139,5 = -141$$
$$N_{\text{Jun}} = 289817 \cdot 2139,5 - 229605,5 \cdot 2683 = 4031915$$

$\Rightarrow$

$$b_{\text{Jun}} = \frac{2 \cdot 4031915}{2 \cdot 4031915 - 141} \cdot \left(-0,029 \cdot \left(92 + \frac{1}{2}\right) + 87,36\right) = 84,68$$

$\Rightarrow$

$$a_{\text{Jun}} = -\frac{141}{4031915} \cdot \left(-0,029 \cdot \left(92 + \frac{1}{2}\right) + 87,36\right) = -0,003$$

$\Rightarrow$

$$\widetilde{b}_{\text{Jun}} = \frac{4031915 + 141 \cdot 92}{4031915} \cdot 84,68 = 84,95$$

$\Rightarrow$

$$^{(F_2)}y = -0,003 \cdot x + 84,95 \qquad \text{kont.SLR}$$

$\Rightarrow$

$$^{(F_2)}y_{\text{Jun}} = -0,003 \cdot x + 84,68 \qquad \text{disk.SLR}$$

Probe

$$^{(F_2)}a_{\text{Mai}} \cdot \left(x_e^{\text{Mai}} + \frac{1}{2}\right) + {}^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Mai}} = {}^{(F_2)}a_{\text{Jun}} \cdot \left(x_a^{\text{Jun}} - \frac{1}{2}\right) + {}^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Jun}} = \text{disk.SLR}\,(x = 0)$$

$\Rightarrow$

$$-0,029 \cdot \left(92 + \frac{1}{2}\right) + 87,36 = -0,003 \cdot \left(93 - \frac{1}{2}\right) + 84,95 = -0,003 \cdot 0 + 84,68$$

$\Rightarrow$

$$84,68 \approx 84,67 \approx 84,68$$

$\Rightarrow$

$$^{(F_2)}a_{\text{Jun}} = -0,003 \qquad {}^{(F_2)}b_{\text{Jun}} = 84,68$$

$\Rightarrow$

$$^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Jun}} = 84,95$$

Erweiterung

$$b_{\text{Jun}} - \widetilde{b}_{\text{Jun}} = a_{\text{Jun}} \cdot x_e^{\text{Jun}}$$

$\Rightarrow$

$$-0,27 \approx -0,28$$

7.6 Juli

m	Tag	X	Y	X*Y	X*X
1	123	123	86,0	10578,0	15129
2	124	124	86,5	10726,0	15376
3	125	125	85,5	10687,5	15625
	126	0	0	0	0
	127	0	0	0	0
4	128	128	86,5	11072,0	16384
5	129	129	85,5	11029,5	16641
6	130	130	85,5	11115,0	16900
7	131	131	85,0	11135,0	17161
8	132	132	86,0	11352,0	17424
	133	0	0	0	0
	134	0	0	0	0
9	135	135	85,0	11475,0	18225
10	136	136	85,5	11628,0	18496
11	137	137	85,0	11645,0	18769
12	138	138	85,0	11730,0	19044
13	139	139	85,0	11815,0	19321
	140	0	0	0	0
14	141	141	84,5	11914,5	19881
15	142	142	84,5	11999,0	20164
16	143	143	85,5	12226,5	20449
17	144	144	85,5	12312,0	20736
18	145	145	86,0	12470,0	21025
19	146	146	85,5	12483,0	21316
	147	0	0	0	0
	148	0	0	0	0
20	149	149	85,0	12665,0	22201
21	150	150	85,5	12825,0	22500
22	151	151	85,5	12910,5	22801
23	152	152	84,0	12768,0	23104
	153	0	0	0	0
23	**$\sum$:**	**3170**	**1963,5**	**270561,5**	**438672**
m	**Tag**	**X**	**Y**	**X*Y**	**X*X**

Juli → stückweise, lineare Funktion

$$a = \frac{270561,5 \cdot 23 - 3170 \cdot 1963,5}{438672 \cdot 23 - 3170^2} \qquad b = \frac{438672 \cdot 1963,5 - 270561,5 \cdot 3170}{438672 \cdot 23 - 3170^2}$$

⇒

$$a = -0,034 \qquad b = 90,06$$

⇒

$$y = -0,034 \cdot x + 90,06 \qquad \text{SLR}$$

Fall 2

$$x_e^{\text{Jun}} = 122 \qquad a_{\text{Jun}} = -0,003 \qquad \widetilde{b}_{\text{Jun}} = 84,95$$

⇒

$$x_a^{\text{Jul}} = 123 \qquad x_e^{\text{Jul}} = 153$$

⇒

$$Z_{\text{Jul}} = 270561,5 \cdot 23 - 3170 \cdot 1963,5 = -1380,5$$
$$N_{\text{Jul}} = 438672 \cdot 1963,5 - 270561,5 \cdot 3170 = 3652517$$

⇒

$$b_{\text{Jul}} = \frac{2 \cdot 3652517}{2 \cdot 3652517 - 1380,5} \cdot \left(-0,003 \cdot \left(122 + \frac{1}{2}\right) + 84,95\right) = 84,60$$

⇒

$$a_{\text{Jul}} = -\frac{1380,5}{3652517} \cdot \left(-0,003 \cdot \left(122 + \frac{1}{2}\right) + 84,95\right) = -0,032$$

⇒

$$\widetilde{b}_{\text{Jul}} = \frac{3652517 + 1380,5 \cdot 122}{3652517} \cdot 84,60 = 88,50$$

⇒

$$^{(F_2)}y = -0,032 \cdot x + 88,50 \qquad \text{kont.SLR}$$

⇒

$$^{(F_2)}y_{\text{Jul}} = -0,032 \cdot x + 84,60 \qquad \text{disk.SLR}$$

Probe

$$^{(F_2)}a_{\text{Jun}} \cdot \left(x_e^{\text{Jun}} + \frac{1}{2}\right) + {}^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Jun}} = {}^{(F_2)}a_{\text{Jul}} \cdot \left(x_a^{\text{Jul}} - \frac{1}{2}\right) + {}^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Jul}} = \text{disk.SLR}\,(x = 0)$$

⇒

$$-0,003 \cdot \left(122 + \frac{1}{2}\right) + 84,95 = -0,032 \cdot \left(123 - \frac{1}{2}\right) + 88,50 = -0,032 \cdot 0 + 84,60$$

⇒

$$84,58 = 84,58 \approx 84,60$$

⇒

$$^{(F_2)}a_{\text{Jul}} = -0,032 \qquad {}^{(F_2)}b_{\text{Jul}} = 84,60$$

⇒

$$^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Jul}} = 88,50$$

Erweiterung

$$b_{\text{Jul}} - \widetilde{b}_{\text{Jul}} = a_{\text{Jul}} \cdot x_e^{\text{Jun}}$$

⇒

$$-3,9 = -3,9$$

7.7 August

m	Tag	X	Y	X*Y	X*X
	154	0	0	0	0
	155	0	0	0	0
1	156	156	85,0	13260,0	24336
2	157	157	85,0	13345,0	24649
3	158	158	85,0	13430,0	24964
4	159	159	86,0	13674,0	25281
5	160	160	85,0	13600,0	25600
	161	0	0	0	0
	162	0	0	0	0
6	163	163	85,5	13936,5	26569
7	164	164	86,0	14104,0	26896
8	165	165	85,5	14107,5	27225
9	166	166	85,5	14193,0	27556
10	167	167	85,5	14278,5	27889
	168	0	0	0	0
	169	0	0	0	0
11	170	170	85,5	14535,0	28900
12	171	171	85,0	14535,0	29241
13	172	172	85,0	14620,0	29584
14	173	173	85,0	14705,0	29929
15	174	174	84,5	14703,0	30276
16	175	175	84,5	14787,5	30625
	176	0	0	0	0
17	177	177	84,5	14956,5	31329
18	178	178	84,5	15041,0	31684
19	179	179	84,5	15125,5	32041
20	180	180	85,0	15300,0	32400
	181	0	0	0	0
	182	0	0	0	0
	183	0	0	0	0
21	184	184	85,0	15640,0	33856
21	**$\sum$:**	**3548**	**1787,0**	**301877,0**	**600830**
m	**Tag**	**X**	**Y**	**X*Y**	**X*X**

August → stückweise, lineare Regression

$$a = \frac{301877 \cdot 21 - 3548 \cdot 1787}{600830 \cdot 21 - 3548^2} \qquad b = \frac{600830 \cdot 1787 - 301877 \cdot 3548}{600830 \cdot 21 - 3548^2}$$

⇒

$$a = -0,029 \qquad b = 90,08$$

⇒

$$y = -0,029 \cdot x + 90,08 \qquad \text{SLR}$$

Fall 2

$$x_e^{\text{Jul}} = 153 \qquad a_{\text{Jul}} = -0,032 \qquad \widetilde{b}_{\text{Jul}} = 88,50$$

⇒

$$x_a^{\text{Aug}} = 154 \qquad x_e^{\text{Aug}} = 184$$

⇒

$$Z_{\text{Aug}} = 301877 \cdot 21 - 3548 \cdot 1787 = -859$$
$$N_{\text{Aug}} = 600830 \cdot 1787 - 301877 \cdot 3548 = 2623614$$

⇒

$$b_{\text{Aug}} = \frac{2 \cdot 2623614}{2 \cdot 2623614 - 859} \cdot \left(-0,032 \cdot \left(153 + \frac{1}{2}\right) + 88,50\right) = 83,60$$

⇒

$$a_{\text{Aug}} = -\frac{859}{2623614} \cdot \left(-0,032 \cdot \left(153 + \frac{1}{2}\right) + 88,50\right) = -0,027$$

⇒

$$\widetilde{b}_{\text{Aug}} = \frac{2623614 + 859 \cdot 153}{2623614} \cdot 83,60 = 87,79$$

⇒

$$^{(F_2)}y = -0,027 \cdot x + 87,79 \qquad \text{kont.SLR}$$

⇒

$$^{(F_2)}y_{\text{Aug}} = -0,027 \cdot x + 83,60 \qquad \text{disk.SLR}$$

Probe

$$^{(F_2)}a_{\text{Jul}} \cdot \left(x_e^{\text{Jul}} + \frac{1}{2}\right) + {}^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Jul}} = {}^{(F_2)}a_{\text{Aug}} \cdot \left(x_a^{\text{Aug}} - \frac{1}{2}\right) + {}^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Aug}} = \text{disk.SLR}\,(x = 0)$$

⇒

$$-0,032 \cdot \left(153 + \frac{1}{2}\right) + 88,50 = -0,027 \cdot \left(154 - \frac{1}{2}\right) + 87,79 = -0,027 \cdot 0 + 83,60$$

⇒

$$83,59 \approx 83,65 \approx 83,60$$

⇒

$$^{(F_2)}a_{\text{Aug}} = -0,027 \qquad {}^{(F_2)}b_{\text{Aug}} = 83,60$$

⇒

$$^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Aug}} = 87,79$$

Erweiterung

$$b_{\text{Aug}} - \widetilde{b}_{\text{Aug}} = a_{\text{Aug}} \cdot x_e^{\text{Jul}}$$

⇒

$$-4,19 \approx -4,13$$

7.8 September

m	Tag	X	Y	X*Y	X*X
1	185	185	85,0	15725,0	34225
2	186	186	85,0	15810,0	34596
3	187	187	85,0	15895,0	34969
4	188	188	85,0	15980,0	35344
5	189	189	85,5	16159,5	35721
	190	0	0	0	0
6	191	191	84,5	16139,5	36481
7	192	192	85,0	16320,0	36864
8	193	193	85,5	16501,5	37249
9	194	194	86,0	16684,0	37636
10	195	195	84,5	16477,5	38025
	196	0	0	0	0
	197	0	0	0	0
11	198	198	85,0	16830,0	39204
12	199	199	84,5	16815,5	39601
	200	0	0	0	0
13	201	201	84,5	16984,5	40401
14	202	202	84,5	17069,0	40804
15	203	203	84,0	17052,0	41209
	204	0	0	0	0
16	205	205	84,0	17220,0	42025
17	206	206	84,5	17407,0	42436
18	207	207	84,5	17491,5	42849
	208	0	0	0	0
19	209	209	84,5	17660,5	43681
	210	0	0	0	0
	211	0	0	0	0
20	212	212	84,0	17808,0	44944
	213	0	0	0	0
21	214	214	84,5	18083,0	45796
21	**$\sum$:**	**4156**	**1779,5**	**352113,0**	**824060**
m	**Tag**	**X**	**Y**	**X*Y**	**X*X**

September → stückweise, lineare Regression

$$a = \frac{352113 \cdot 21 - 4156 \cdot 1779,5}{824060 \cdot 21 - 4156^2} \qquad b = \frac{824060 \cdot 1779,5 - 352113 \cdot 4156}{824060 \cdot 21 - 4156^2}$$

⇒

$$a = -0,037 \qquad b = 92,13$$

⇒

$$y = -0,037 \cdot x + 92,13 \qquad \text{SLR}$$

Fall 2

$$x_e^{\text{Aug}} = 184 \qquad a_{\text{Aug}} = -0,027 \qquad \widetilde{b}_{\text{Aug}} = 87,79$$

⇒

$$x_a^{\text{Sep}} = 185 \qquad x_e^{\text{Sep}} = 214$$

⇒

$$Z_{\text{Sep}} = 352113 \cdot 21 - 4156 \cdot 1779,5 = -1229$$
$$N_{\text{Sep}} = 824060 \cdot 1779,5 - 352113 \cdot 4156 = 3033142$$

⇒

$$b_{\text{Sep}} = \frac{2 \cdot 3033142}{2 \cdot 3033142 - 1229} \cdot \left(-0,027 \cdot \left(185 + \frac{1}{2}\right) + 87,79\right) = 82,80$$

⇒

$$a_{\text{Sep}} = -\frac{1229}{3033142} \cdot \left(-0,027 \cdot \left(185 + \frac{1}{2}\right) + 87,79\right) = -0,034$$

⇒

$$\widetilde{b}_{\text{Sep}} = \frac{3033142 + 1229 \cdot 184}{3033142} \cdot 82,80 = 88,97$$

⇒

$$^{(F_2)}y = -0,034 \cdot x + 88,97 \qquad \text{kont.SLR}$$

⇒

$$^{(F_2)}y_{\text{Sep}} = -0,034 \cdot x + 82,80 \qquad \text{disk.SLR}$$

Probe

$$^{(F_2)}a_{\text{Aug}} \cdot \left(x_e^{\text{Aug}} + \frac{1}{2}\right) + {}^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Aug}} = {}^{(F_2)}a_{\text{Sep}} \cdot \left(x_a^{\text{Sep}} - \frac{1}{2}\right) + {}^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Sep}} = \text{disk.SLR}\ (x = 0)$$

⇒

$$-0,027 \cdot \left(184 + \frac{1}{2}\right) + 87,79 = -0,034 \cdot \left(185 - \frac{1}{2}\right) + 88,97 = -0,034 \cdot 0 + 82,80$$

⇒

$$82,80 \approx 82,70 \approx 82,80$$

⇒

$$^{(F_2)}a_{\text{Sep}} = -0,034 \qquad {}^{(F_2)}b_{\text{Sep}} = 82,80$$

⇒

$$^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Sep}} = 88,97$$

Erweiterung

$$b_{\text{Sep}} - \widetilde{b}_{\text{Sep}} = a_{\text{Sep}} \cdot x_e^{\text{Aug}}$$

⇒

$$-6,17 \approx -6,26$$

7.9 Oktober

m	Tag	X	Y	X*Y	X*X
1	215	215	84,0	18060,0	46225
2	216	216	84,5	18252,0	46656
	217	0	0	0	0
	218	0	0	0	0
	219	0	0	0	0
	220	0	0	0	0
	221	0	0	0	0
	222	0	0	0	0
	223	0	0	0	0
	224	0	0	0	0
	225	0	0	0	0
	226	0	0	0	0
	227	0	0	0	0
	228	0	0	0	0
	229	0	0	0	0
	230	0	0	0	0
	231	0	0	0	0
	232	0	0	0	0
	233	0	0	0	0
3	234	234	84,0	19656,0	54756
4	235	235	84,0	19740,0	55225
5	236	236	83,5	19706,0	55696
6	237	237	83,5	19789,5	56169
7	238	238	83,5	19873,0	56644
	239	0	0	0	0
8	240	240	83,5	20040,0	57600
9	241	241	84,0	20244,0	58081
10	242	242	84,0	20328,0	58564
11	243	243	84,0	20412,0	59049
	244	0	0	0	0
	245	0	0	0	0
11	**$\sum$:**	**2577**	**922,5**	**216100,5**	**604665**
m	**Tag**	**X**	**Y**	**X*Y**	**X*X**

Oktober $\longrightarrow$ stückweise, lineare Regression

$$a = \frac{216100,5 \cdot 11 - 2577 \cdot 922,5}{604665 \cdot 11 - 2577^2} \qquad b = \frac{604665 \cdot 922,5 - 216100,5 \cdot 2577}{604665 \cdot 11 - 2577^2}$$

$\Rightarrow$

$$a = -0,017 \qquad b = 87,86$$

$\Rightarrow$

$$y = -0,017 \cdot x + 87,86 \qquad \text{SLR}$$

Fall 2

$$x_e^{\text{Sep}} = 214 \qquad a_{\text{Sep}} = -0,034 \qquad \widetilde{b}_{\text{Sep}} = 88,97$$

$\Rightarrow$

$$x_a^{\text{Okt}} = 215 \qquad x_e^{\text{Okt}} = 245$$

$\Rightarrow$

$$Z_{\text{Okt}} = 216100,5 \cdot 11 - 2577 \cdot 922,5 = -177$$
$$N_{\text{Okt}} = 604665 \cdot 922,5 - 216100,5 \cdot 2577 = 912474$$

$\Rightarrow$

$$b_{\text{Okt}} = \frac{2 \cdot 912474}{2 \cdot 912474 - 177} \cdot \left(-0,034 \cdot \left(214 + \frac{1}{2}\right) + 88,97\right) = 81,68$$

$\Rightarrow$

$$a_{\text{Okt}} = -\frac{177}{912474} \cdot \left(-0,034 \cdot \left(214 + \frac{1}{2}\right) + 88,97\right) = -0,016$$

$\Rightarrow$

$$\widetilde{b}_{\text{Okt}} = \frac{912474 + 177 \cdot 214}{912474} \cdot 81,68 = 85,07$$

$\Rightarrow$

$$^{(F_2)}y = -0,016 \cdot x + 85,07 \qquad \text{kont.SLR}$$

$\Rightarrow$

$$^{(F_2)}y_{\text{Okt}} = -0,016 \cdot x + 81,68 \qquad \text{disk.SLR}$$

Probe

$$^{(F_2)}a_{\text{Sep}} \cdot \left(x_e^{\text{Sep}} + \frac{1}{2}\right) + {}^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Sep}} = {}^{(F_2)}a_{\text{Okt}} \cdot \left(x_a^{\text{Okt}} - \frac{1}{2}\right) + {}^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Okt}} = \text{disk.SLR}\,(x = 0)$$

$\Rightarrow$

$$-0,034 \cdot \left(214 + \frac{1}{2}\right) + 88,97 = -0,016 \cdot \left(215 - \frac{1}{2}\right) + 85,07 = -0,016 \cdot 0 + 81,68$$

$\Rightarrow$

$$81,68 \approx 81,64 \approx 81,68$$

$\Rightarrow$

$$^{(F_2)}a_{\text{Okt}} = -0,016 \qquad {}^{(F_2)}b_{\text{Okt}} = 81,68$$

$\Rightarrow$

$$^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Okt}} = 85,07$$

Erweiterung

$$b_{\text{Okt}} - \widetilde{b}_{\text{Okt}} = a_{\text{Okt}} \cdot x_e^{\text{Sep}}$$

$\Rightarrow$

$$-3,39 \approx -3,42$$

7.10 November

m	Tag	X	Y	X*Y	X*X
	246	0	0	0	0
1	247	247	83,5	20624,5	61009
2	248	248	82,5	20460,0	61504
3	249	249	83,5	20791,5	62001
4	250	250	83,0	20750,0	62500
5	251	251	83,0	20833,0	63001
	252	0	0	0	0
	253	0	0	0	0
6	254	254	84,0	21336,0	64516
7	255	255	83,5	21292,5	65025
8	256	256	84,0	21504,0	65536
9	257	257	83,5	21459,5	66049
	258	0	0	0	0
	259	0	0	0	0
	260	0	0	0	0
10	261	261	84,0	21924,0	68121
11	262	262	84,0	22008,0	68644
12	263	263	84,0	22092,0	69169
13	264	264	83,5	22044,0	69696
14	265	265	84,5	22392,5	70225
	266	0	0	0	0
	267	0	0	0	0
15	268	268	84,0	22512,0	71824
16	269	269	84,5	22730,5	72361
17	270	270	84,0	22680,0	72900
18	271	271	84,5	22899,5	73441
19	272	272	84,0	22848,0	73984
	273	0	0	0	0
	274	0	0	0	0
20	275	275	84,0	23100,0	75625
20	**∑:**	**5207**	**1675,5**	**436281,5**	**1357131**
m	**Tag**	**X**	**Y**	**X*Y**	**X*X**

November → stückweise, lineare Regression

$$a = \frac{436281,5 \cdot 20 - 5207 \cdot 1675,5}{1357131 \cdot 20 - 5207^2} \qquad b = \frac{1357131 \cdot 1675,5 - 436281,5 \cdot 5207}{1357131 \cdot 20 - 5207^2}$$

⇒

$$a = 0,044 \qquad b = 72,39$$

⇒

$$y = 0,044 \cdot x + 72,39 \qquad \text{SLR}$$

Fall 2

$$x_e^{\text{Okt}} = 245 \qquad a_{\text{Okt}} = -0,016 \qquad \widetilde{b}_{\text{Okt}} = 85,07$$

⇒

$$x_a^{\text{Nov}} = 246 \qquad x_e^{\text{Nov}} = 275$$

⇒

$$Z_{\text{Nov}} = 436281,5 \cdot 20 - 5207 \cdot 1675,5 = 1301,5$$
$$N_{\text{Nov}} = 1357131 \cdot 1675,5 - 436281,5 \cdot 5207 = 2155220$$

⇒

$$b_{\text{Nov}} = \frac{2 \cdot 2155220}{2 \cdot 2155220 + 1301,5} \cdot \left(-0,016 \cdot \left(245 + \frac{1}{2}\right) + 85,07\right) = 81,12$$

⇒

$$a_{\text{Nov}} = \frac{1301,5}{2155220} \cdot \left(-0,016 \cdot \left(254 + \frac{1}{2}\right) + 85,07\right) = 0,049$$

⇒

$$\widetilde{b}_{\text{Nov}} = \frac{2155220 - 1301,5 \cdot 245}{2155220} \cdot 81,12 = 69,12$$

⇒

$$^{(F_2)}y = 0,049 \cdot x + 69,12 \qquad \text{kont.SLR}$$

⇒

$$^{(F_2)}y_{\text{Nov}} = 0,049 \cdot x + 81,12 \qquad \text{disk.SLR}$$

Probe

$$^{(F_2)}a_{\text{Okt}} \cdot \left(x_e^{\text{Okt}} + \frac{1}{2}\right) + {}^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Okt}} = {}^{(F_2)}a_{\text{Nov}} \cdot \left(x_a^{\text{Nov}} - \frac{1}{2}\right) + {}^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Nov}} = \text{disk.SLR}\,(x = 0)$$

⇒

$$-0,016 \cdot \left(245 + \frac{1}{2}\right) + 85,07 = 0,049 \cdot \left(246 - \frac{1}{2}\right) + 69,12 = 0,049 \cdot 0 + 81,12$$

⇒

$$81,14 \approx 81,15 \approx 81,12$$

⇒

$$^{(F_2)}a_{\text{Nov}} = 0,049 \qquad {}^{(F_2)}b_{\text{Nov}} = 81,12$$

⇒

$$^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Nov}} = 69,12$$

Erweiterung

$$b_{\text{Nov}} - \widetilde{b}_{\text{Nov}} = a_{\text{Nov}} \cdot x_e^{\text{Nov}}$$

⇒

$$12 = 12$$

7.11 Dezember

m	Tag	X	Y	X*Y	X*X
1	276	276	84,5	23322,0	76176
2	277	277	84,0	23268,0	76729
3	278	278	83,5	23213,0	77284
4	279	279	84,5	23575,5	77841
	280	0	0	0	0
	281	0	0	0	0
5	282	282	85,5	24111,0	79524
6	283	283	85,5	24196,5	80089
7	284	284	85,0	24140,0	80656
8	285	285	84,5	24082,5	81225
9	286	286	84,5	24167,0	81796
	287	0	0	0	0
	288	0	0	0	0
10	289	289	84,0	24276,0	83521
11	290	290	84,0	24360,0	84100
12	291	291	84,5	24589,5	84681
13	292	292	84,5	24674,0	85264
	293	0	0	0	0
	294	0	0	0	0
	295	0	0	0	0
	296	0	0	0	0
	297	0	0	0	0
	298	0	0	0	0
	299	0	0	0	0
	300	0	0	0	0
	301	0	0	0	0
	302	0	0	0	0
	303	0	0	0	0
	304	0	0	0	0
	305	0	0	0	0
	306	0	0	0	0
13	**$\sum$:**	**3692**	**1098,5**	**311975,0**	**1048886**
m	**Tag**	**X**	**Y**	**X*Y**	**X*X**

Dezember → stückweise, lineare Regression

$$a = \frac{311975 \cdot 13 - 3692 \cdot 1098,5}{1048886 \cdot 13 - 3692^2} \qquad b = \frac{1048886 \cdot 1098,5 - 311975 \cdot 3692}{1048886 \cdot 13 - 3692^2}$$

⇒

$$a = 0,003 \qquad b = 83,71$$

⇒

$$y = 0,003 \cdot x + 83,71 \qquad \text{SLR}$$

Fall 2

$$x_e^{\text{Nov}} = 275 \qquad a_{\text{Nov}} = 0,049 \qquad \widetilde{b}_{\text{Nov}} = 12$$

⇒

$$x_a^{\text{Dez}} = 276 \qquad x_e^{\text{Dez}} = 306$$

⇒

$$Z_{\text{Dez}} = 311975 \cdot 13 - 3692 \cdot 1098,5 = 13$$
$$N_{\text{Dez}} = 1048886 \cdot 1098,5 - 311975 \cdot 3692 = 389571$$

⇒

$$b_{\text{Dez}} = \frac{2 \cdot 389571}{2 \cdot 389571 + 13} \cdot \left(0,049 \cdot \left(275 + \frac{1}{2}\right) + 69,12\right) = 82,62$$

⇒

$$a_{\text{Dez}} = \frac{13}{389571} \cdot \left(0,049 \cdot \left(275 + \frac{1}{2}\right) + 69,12\right) = 0,003$$

⇒

$$\widetilde{b}_{\text{Dez}} = \frac{389571 - 13 \cdot 275}{389571} \cdot 82,62 = 81,86$$

⇒

$$^{(F_2)}y = 0,003 \cdot x + 81,86 \qquad \text{kont.SLR}$$

⇒

$$^{(F_2)}y_{\text{Dez}} = 0,003 \cdot x + 82,62 \qquad \text{disk.SLR}$$

Probe

$$^{(F_2)}a_{\text{Nov}} \cdot \left(x_e^{\text{Nov}} + \frac{1}{2}\right) + {}^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Nov}} = {}^{(F_2)}a_{\text{Dez}} \cdot \left(x_a^{\text{Dez}} - \frac{1}{2}\right) + {}^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Dez}} = \text{disk.SLR}\,(x = 0)$$

⇒

$$0,049 \cdot \left(275 + \frac{1}{2}\right) + 69,12 = 0,003 \cdot \left(276 - \frac{1}{2}\right) + 81,86 = 0,003 \cdot 0 + 82,62$$

⇒

$$82,62 \approx 82,68 \approx 82,62$$

⇒

$$^{(F_2)}a_{\text{Dez}} = 0,003 \qquad {}^{(F_2)}b_{\text{Dez}} = 82,62$$

⇒

$$^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Dez}} = 81,86$$

Erweiterung

$$b_{\text{Dez}} - \widetilde{b}_{\text{Dez}} = a_{\text{Dez}} \cdot x_e^{\text{Dez}}$$

⇒

$$0,76 = 0,76$$

7.12 Januar

m	Tag	X	Y	X*Y	X*X
	307	0	0	0	0
	308	0	0	0	0
	309	0	0	0	0
1	310	310	85,5	26505,0	96100
2	311	311	85,0	26435,0	96721
3	312	312	85,0	26520,0	97344
4	313	313	85,0	26605,0	97969
5	314	314	86,5	27161,0	98596
	315	0	0	0	0
	316	0	0	0	0
6	317	317	85,5	27103,5	100489
7	318	318	86,0	27348,0	101124
8	319	319	85,5	27274,5,0	101761
9	320	320	85,5	27360,0	102400
10	321	321	84,5	27124,5	103041
	322	0	0	0	0
	323	0	0	0	0
11	324	324	84,5	27378,0	104976
12	325	325	85,5	27787,5	105625
13	326	326	85,0	27710,0	106276
14	327	327	85,5	27958,5	106929
15	328	328	85,5	28044,0	107584
	329	0	0	0	0
	330	0	0	0	0
16	331	331	87,0	28797,0	109561
17	332	332	85,5	28386,0	110224
18	333	333	86,0	28638,0	110889
19	334	334	86,0	28724,0	111556
20	335	335	86,0	28810,0	112225
	336	0	0	0	0
	337	0	0	0	0
20	**∑:**	**6450**	**1710,5**	**551669,5**	**2081390**
m	**Tag**	**X**	**Y**	**X*Y**	**X*X**

Januar → stückweise, lineare Regression

$$a = \frac{551669,5 \cdot 20 - 6450 \cdot 1710,5}{2081390 \cdot 20 - 6450^2} \qquad b = \frac{2081390 \cdot 1710,5 - 551669,5 \cdot 6450}{2081390 \cdot 20 - 6450^2}$$

$\Rightarrow$

$$a = 0,026 \qquad b = 77,05$$

$\Rightarrow$

$$y = 0,026 \cdot x + 77,05 \qquad \text{SLR}$$

Fall 2

$$x_e^{\text{Dez}} = 306 \qquad a_{\text{Dez}} = 0,003 \qquad \widetilde{b}_{\text{Dez}} = 81,86$$

$\Rightarrow$

$$x_a^{\text{Jan}} = 307 \qquad x_e^{\text{Jan}} = 337$$

$\Rightarrow$

$$Z_{\text{Jan}} = 551669,5 \cdot 20 - 6450 \cdot 1710,5 = 665$$
$$N_{\text{Jan}} = 2081390 \cdot 1710,5 - 551669,5 \cdot 6450 = 1949320$$

$\Rightarrow$

$$b_{\text{Jan}} = \frac{2 \cdot 1949320}{2 \cdot 1949320 + 665} \cdot \left(0,003 \cdot \left(306 + \frac{1}{2}\right) + 81,86\right) = 82,77$$

$\Rightarrow$

$$a_{\text{Jan}} = \frac{665}{1949320} \cdot \left(0,003 \cdot \left(306 + \frac{1}{2}\right) + 81,86\right) = 0,028$$

$\Rightarrow$

$$\widetilde{b}_{\text{Jan}} = \frac{1949320 - 665 \cdot 306}{1949320} \cdot 82,77 = 74,13$$

$\Rightarrow$

$$^{(F_2)}y = 0,028 \cdot x + 74,13 \qquad \text{kont.SLR}$$

$\Rightarrow$

$$^{(F_2)}y_{\text{Jan}} = 0,028 \cdot x + 82,77 \qquad \text{disk.SLR}$$

Probe

$$^{(F_2)}a_{\text{Dez}} \cdot \left(x_e^{\text{Dez}} + \frac{1}{2}\right) + {}^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Dez}} = {}^{(F_2)}a_{\text{Jan}} \cdot \left(x_a^{\text{Jan}} - \frac{1}{2}\right) + {}^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Jan}} = \text{disk.SLR}\,(x = 0)$$

$\Rightarrow$

$$0,003 \cdot \left(306 + \frac{1}{2}\right) + 81,86 = 0,028 \cdot \left(307 - \frac{1}{2}\right) + 74,13 = 0,028 \cdot 0 + 82,77$$

$\Rightarrow$

$$82,78 \approx 82,77 = 82,77$$

$\Rightarrow$

$$^{(F_2)}a_{\text{Jan}} = 0,028 \qquad {}^{(F_2)}b_{\text{Jan}} = 82,77$$

$\Rightarrow$

$$^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Jan}} = 74,13$$

Erweiterung

$$b_{\text{Jan}} - \widetilde{b}_{\text{Jan}} = a_{\text{Jan}} \cdot x_e^{\text{Dez}}$$

$\Rightarrow$

$$8,64 \approx 8,57$$

7.13 Februar

m	Tag	X	Y	X*Y	X*X
1	338	338	85,0	28730,0	114244
2	339	339	85,5	28984,5	114921
3	340	340	85,0	28900,0	115600
4	341	341	85,5	29155,5	116281
5	342	342	85,0	29070,0	116964
	343	0	0	0	0
	344	0	0	0	0
6	345	345	85,5	29497,5	119025
7	346	346	85,5	29583,0	119716
8	347	347	85,0	29495,0	120409
9	348	348	85,5	29754,0	121104
10	349	349	85,0	29665,0	121801
	350	0	0	0	0
	351	0	0	0	0
11	352	352	85,0	29920,0	123904
12	353	353	85,0	30005,0	124609
13	354	354	85,0	30090,0	125316
14	355	355	85,0	30175,0	126025
15	356	356	85,5	30438,0	126736
	357	0	0	0	0
	358	0	0	0	0
16	359	359	85,5	30694,5	128881
17	360	360	85,5	30780,0	129600
18	361	361	85,0	30685,0	130321
19	362	362	86,0	31132,0	131044
20	363	363	84,0	30492,0	131769
	364	0	0	0	0
	365	0	0	0	0
21	366	366	84,5	30927,0	133956
21	**$\sum$:**	**7376**	**1788,5**	**628173,0**	**2592226**
m	**Tag**	**X**	**Y**	**X*Y**	**X*X**

Februar → stückweise, lineare Regression

$$a = \frac{628173 \cdot 21 - 7376 \cdot 1788,5}{2592226 \cdot 21 - 7376^2} \qquad b = \frac{2592226 \cdot 1788,5 - 628173 \cdot 7376}{2592226 \cdot 21 - 7376^2}$$

⇒

$$a = -0,011 \qquad b = 89,01$$

⇒

$$y = -0,011 \cdot x + 89,01 \qquad \text{SLR}$$

Fall 2

$$x_e^{\text{Jan}} = 337 \qquad a_{\text{Jan}} = 0,028 \qquad \widetilde{b}_{\text{Jan}} = 74,13$$

⇒

$$x_a^{\text{Feb}} = 338 \qquad x_e^{\text{Feb}} = 366$$

⇒

$$Z_{\text{Feb}} = 628173 \cdot 21 - 7376 \cdot 1788,5 = -343$$
$$N_{\text{Feb}} = 2592226 \cdot 1788,5 - 628173 \cdot 7376 = 2792153$$

⇒

$$b_{\text{Feb}} = \frac{2 \cdot 2792153}{2 \cdot 2792153 - 343} \cdot \left(0,028 \cdot \left(337 + \frac{1}{2}\right) + 74,13\right) = 83,59$$

⇒

$$a_{\text{Feb}} = -\frac{343}{2792153} \cdot \left(0,028 \cdot \left(337 + \frac{1}{2}\right) + 74,13\right) = -0,010$$

⇒

$$\widetilde{b}_{\text{Feb}} = \frac{2792153 + 343 \cdot 337}{2792153} \cdot 83,59 = 87,05$$

⇒

$$^{(F_2)}y = -0,010 \cdot x + 87,05 \qquad \text{kont.SLR}$$

⇒

$$^{(F_2)}y_{\text{Feb}} = -0,010 \cdot x + 83,59 \qquad \text{disk.SLR}$$

Probe

$$^{(F_2)}a_{\text{Jan}} \cdot \left(x_e^{\text{Jan}} + \frac{1}{2}\right) + {}^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Jan}} = {}^{(F_2)}a_{\text{Feb}} \cdot \left(x_a^{\text{Feb}} - \frac{1}{2}\right) + {}^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Feb}} = \text{disk.SLR}\,(x = 0)$$

⇒

$$0,028 \cdot \left(337 + \frac{1}{2}\right) + 74,13 = -0,010 \cdot \left(338 - \frac{1}{2}\right) + 87,05 = -0,010 \cdot 0 + 83,59$$

⇒

$$83,58 \approx 83,68 \approx 83,59$$

⇒

$$^{(F_2)}a_{\text{Feb}} = -0,010 \qquad {}^{(F_2)}b_{\text{Feb}} = 83,59$$

⇒

$$^{(F_2)}\widetilde{b}_{\text{Feb}} = 87,05$$

Erweiterung

$$b_{\text{Feb}} - \widetilde{b}_{\text{Feb}} = a_{\text{Feb}} \cdot x_e^{\text{Jan}}$$

⇒

$$-3,46 \approx -3,37$$

7.14 Ermittlung der linearen Wichtungsfunktion

Monat	a_i	$x_e^{(i)}$	$a_i \cdot x_e^{(i)}$
Mae	+0,000	31	+0,000
Apr	+0,034	30	+1,020
Mai	-0,029	31	-0,899
Jun	+0,003	30	+0,090
Jul	-0,032	31	-0,992
Aug	-0,027	31	-0,837
Sep	-0,034	30	-1,020
Okt	-0,016	31	-0,496
Nov	+0,049	30	+1,470
Dez	+0,003	31	+0,093
Jan	+0,028	31	+0,868
Feb	-0,010	29	-0,290
$\sum$**:**	**-0,031**	**366**	**-0,993**
Monat	a_i	$x_e^{(i)}$	$a_i \cdot x_e^{(i)}$

$\Rightarrow$

$$\bar{a} = \frac{-0,5 \cdot 0,031 - 0,993}{1 + 366} = -0,00275 \qquad b = 0,000 \cdot \left(x_a^{\text{Mae}} - \frac{1}{2} \right) + 84,55 = 84,55$$

$\Rightarrow$

$$^{(F_2)}y_W = -0,00275 \cdot x + 84,55$$

Über die Zweipunktform muss sich das gleiche Ergebnis einstellen.

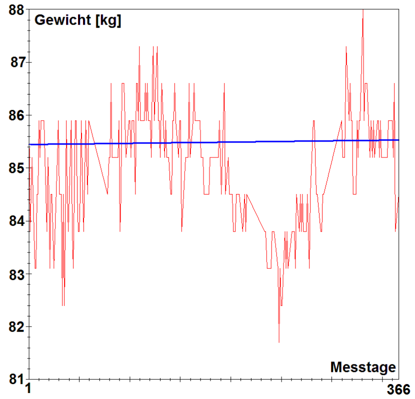
$$\bar{a} = \frac{-0,01 \cdot 366 + 87,21 - 84,55 + \frac{1}{2} \cdot (-0,01 - 0)}{366}$$

$$b = \frac{(2 \cdot 84,55 + 0 + 0,01) \cdot \left(366 + \frac{1}{2}\right) - 87,21}{2 \cdot 366}$$

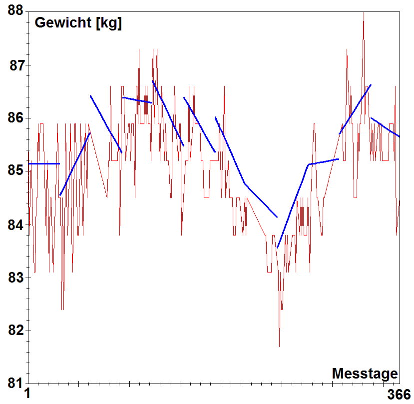
$\Rightarrow$

$$\bar{a} = -0,00275 \qquad b = 84,55$$

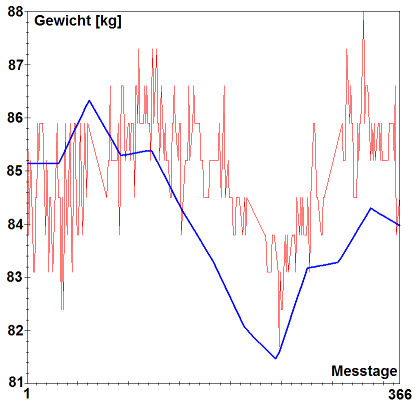
7.15 Grafische Darstellungen



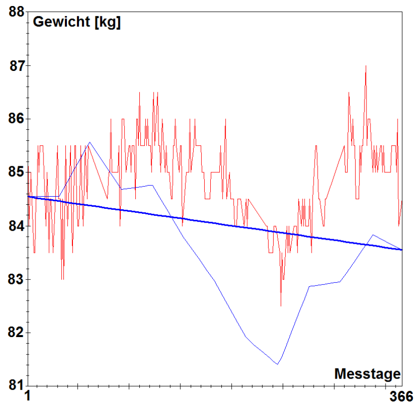
Die lineare Regressionfunktion über das ganze Jahr hinweg ergab sich mit $y = 0,0002 \cdot x + 84,81$. Damit hat der Proband innerhalb dieses Messjahres etwa 73g zugenommen. Da das Ausgaberaster der Waage jedoch 500g beträgt, liegt diese Aussage unterhalb der Vorhersageschwelle. Außerdem sind starke Stichprobenschwankungen in den einzelnen Intervallen zu verzeichnen, besonders in den Monaten Mai und Oktober. Daher ist eine reproduzierbare Aussage „schwerer/gleich/leichter" nicht möglich.



Die diskrete, stückweise, lineare Regression innerhalb eines jeden Monats wurde durchgeführt und in obige Grafik eingebunden.



Die kontinuierliche, stückweise, lineare Regression innerhalb eines jeden Monats wurde durchgeführt und in obige Grafik eingebunden.



Die gewichtete, lineare Regressionsfunktion berechnet aus der kontinuierlichen, stückweisen, linearen Regression gibt sich zu $y = -0,00275 \cdot x + 84.55$. Sie gibt an, dass 993g an Gewicht verloren wurde. Diese Funktion entspricht der Wichtungsfunktion über das Messjahr hinweg. Das bedeutet nicht, dass am Ende des Jahres ein höheres Gewicht vorliegt.

8 Beispiel II

Das Monitoring eines Reinraumes der Klasse ISO4 soll die Filtereffizienz eines Filtertyps der reinraumerzeugenden Technik protokollieren und das voraussichtliche Wechselintervall ermitteln. Dazu wird aus der Liste der ISO-spezifisch geforderten Partikelmessungen die tatsächlich gemessene Effizienz berechnet und monatlich so zusammengefasst, dass das Wechselintervall ermittelt werden kann.

Dazu wird die tägliche um 24:00 berechnete Effizienz des Monats November (2013, 2014, 2015) in eine Liste zusammengefasst und auf das gesamte Jahr bezogen.

Jahr	**m**	**Tag**	**X**	**Y**	**X*Y**	**X*X**
2012/13		0	0	0	0	0
2013		1	0	0	0	0
2013		2	0	0	0	0
2013	1	3	3	95,4	286,2	9
2013	2	4	4	92,5	370,0	16
2013	3	5	5	93,5	467,5	25
2013	4	6	6	94,9	569,4	36
2013	5	7	7	93	651,0	49
2013		8	0	0	0	0
2013		9	0	0	0	0
2013	6	10	10	92,5	925,0	100
2013	7	11	11	96,1	1057,1	121
2013	8	12	12	94,3	1131,6	144
2013	9	13	13	96,7	1257,1	169
2013	10	14	14	97,5	1365,0	196
2013		15	0	0	0	0
2013		16	0	0	0	0
2013	11	17	17	97,3	1654,1	289
2013	12	18	18	96,5	1737,0	324
2013	13	19	19	96,1	1825,9	361
2013	14	20	20	94,9	1898,0	400
2013	15	21	21	96,2	2020,2	441
2013		22	0	0	0	0
2013		23	0	0	0	0
2013	16	24	24	96,9	2325,6	576
2013	17	25	25	97,3	2432,5	625
2013	18	26	26	96,5	2509,0	676
2013	19	27	27	92,5	2497,5	729
2013	20	28	28	97,3	2724,4	784
2013		29	0	0	0	0
2013/14		30	0	0	0	0
2014		31	0	0	0	0
2014	21	32	32	96,5	3088,0	1024

2014	22	33	33	96,4	3181,2	1089
2014	23	34	34	96,1	3267,4	1156
2014	24	35	35	89,7	3139,5	1225
2014	25	36	36	92,6	3333,6	1296
2014		37	0	0	0	0
2014		38	0	0	0	0
2014	26	39	39	96,7	3771,3	1521
2014	27	40	40	95,8	3832,0	1600
2014	28	41	41	96,8	3968,8	1681
2014	29	42	42	96,7	4061,4	1764
2014	30	43	43	95,7	4115,1	1849
2014		44	0	0	0	0
2014		45	0	0	0	0
2014	31	46	46	97,9	4503,4	2116
2014	32	47	47	98,2	4615,4	2209
2014	33	48	48	96,5	4632,0	2304
2014	34	49	49	97,2	4762,8	2401
2014	35	50	50	94,2	4710,0	2500
2014		51	0	0	0	0
2014		52	0	0	0	0
2014	36	53	53	97,0	5141,0	2809
2014	37	54	54	92,5	4995,0	2916
2014	38	55	55	93,9	5164,5	3025
2014	39	56	56	94,7	5303,2	3136
2014	40	57	57	96,7	5511,9	3249
2014		58	0	0	0	0
2014		59	0	0	0	0
2014/15		60	0	0	0	0
2015	41	61	61	96,4	5880,4	3721
2015	42	62	62	96,4	5976,8	3844
2015	43	63	63	96,9	6104,7	3969
2015	44	64	64	96,2	6156,8	4096
2015	45	65	65	96,5	6272,5	4225
2015		66	0	0	0	0
2015		67	0	0	0	0
2015	46	68	68	95,8	6514,4	4624
2015	47	69	69	95,1	6561,9	4761
2015	48	70	70	95,3	6671,0	4900
2015	49	71	71	95,9	6808,9	5041
2015		72	0	0	0	0
2015		73	0	0	0	0
2015		74	0	0	0	0
2015	50	75	75	87	6525,0	5625
2015	51	76	76	94,8	7204,8	5776

2015	52	77	77	95,2	7330,4	5929
2015	53	78	78	94,9	7402,2	6084
2015	54	79	79	92,9	7339,1	6241
2015		80	0	0	0	0
2015		81	0	0	0	0
2015	55	82	82	95,3	7814,6	6724
2015	56	83	83	94,2	7818,6	6889
2015	57	84	84	94,9	7971,6	7056
2015	58	85	85	94,0	7990,0	7225
2015	59	86	86	95,1	8178,6	7396
2015		87	0	0	0	0
2015		88	0	0	0	0
2015	60	89	89	96,7	8606,3	7921
2015/16		90	0	0	0	0
-	**60**	**$\sum$:**	**2687**	**5719,2**	**255930,2**	**158987**
Jahr	**m**	**Tag**	**X**	**Y**	**X*Y**	**X*X**

Gesamttrend – Jahresregression

$$a = \frac{255930,2 \cdot 60 - 2687 \cdot 5719,2}{158987 \cdot 60 - 2687 \cdot 2687} \qquad b = \frac{158987 \cdot 5719,2 - 255930,2 \cdot 2687}{158987 \cdot 60 - 2687 \cdot 2687}$$

$\Rightarrow$

$$a = -0,005 \qquad b = 95,55$$

$\Rightarrow$

$$y = -0,005 \cdot x + 95,55$$

Die Filtereffizienz fällt demnach pro Jahr um $(0,005 \cdot 30 = 0,15\%)$ ab. Als unterer Grenzwert ist 95,0% erlaubt. Demnach müssen die Filter voraussichtlich nach $(95,55 - 95)/0,15 = 3,7$ Jahren gewechselt werden. Das wäre spätestens im Jahr $2013 + 3,7 = 2017$ bei gleichbleibenden Umwelt- und Betriebsparametern.

Damit die berechnete Zeit einen exakten Wert liefert, muss der Trend der Filtereffizienz tatsächlich über das gesamte Jahr linear sein. Die Berechnung der diskreten, stückweisen, linearen Regression gibt Auskunft darüber.

8.1 November 2013

Jahr	m	Tag	X	Y	X*Y	X*X
2012/13		0	0	0	0	0
2013		1	0	0	0	0
2013		2	0	0	0	0
2013	1	3	3	95,4	286,2	9
2013	2	4	4	92,5	370,0	16
2013	3	5	5	93,5	467,5	25
2013	4	6	6	94,9	569,4	36
2013	5	7	7	93	651,0	49
2013		8	0	0	0	0
2013		9	0	0	0	0
2013	6	10	10	92,5	925,0	100
2013	7	11	11	96,1	1057,1	121
2013	8	12	12	94,3	1131,6	144
2013	9	13	13	96,7	1257,1	169
2013	10	14	14	97,5	1365,0	196
2013		15	0	0	0	0
2013		16	0	0	0	0
2013	11	17	17	97,3	1654,1	289
2013	12	18	18	96,5	1737,0	324
2013	13	19	19	96,1	1825,9	361
2013	14	20	20	94,9	1898,0	400
2013	15	21	21	96,2	2020,2	441
2013		22	0	0	0	0
2013		23	0	0	0	0
2013	16	24	24	96,9	2325,6	576
2013	17	25	25	97,3	2432,5	625
2013	18	26	26	96,5	2509,0	676
2013	19	27	27	92,5	2497,5	729
2013	20	28	28	97,3	2724,4	784
2013		29	0	0	0	0
2013/14		30	0	0	0	0
-	**20**	$\sum$**:**	**310**	**1907,9**	**29704,1**	**6070**
Jahr	**m**	**Tag**	**X**	**Y**	**X*Y**	**X*X**

November 2013 → Jahr 2013 → stückweise, lineare, Regression

$$a_{2013} = \frac{29704,1 \cdot 20 - 310 \cdot 1907,9}{6070 \cdot 20 - 310 \cdot 310} \qquad b_{2013} = \frac{6070 \cdot 1907,9 - 29704,1 \cdot 310}{6070 \cdot 20 - 310 \cdot 310}$$

⇒

$$a_{2013} = 0,104 \qquad b_{2013} = 93,78$$

⇒

$$y^{(2013)} = 0,104 \cdot x^{(2013)} + 93,78 \qquad \text{SLR}$$

Fall 1

$$x_a^{(2013)} = x_e^{(2012)} = 0$$

⇒

$$Z_{2013} = 29704,1 \cdot 20 - 310 \cdot 1907,9 = 2633$$
$$N_{2013} = 6070 \cdot 1907,9 - 2970,3 \cdot 310 = 2372682$$

Keine weiteren Berechnungen nötig, da Initialmonat.

$$^{(F_1)}y^{(2013)} = 0,104 \cdot x^{(2013)} + 93,78 \qquad \text{disk.SLR}$$

⇒

$$^{(F_1)}y_{2013}^{(2013)} = 0,104 \cdot x^{(2013)} + 93,78 \qquad \text{kont.SLR}$$

⇒

$$^{(F_1)}a_{2013} = 0,104 \qquad ^{(F_1)}b_{2013} = 93,78$$

⇒

$$^{(F_1)}\widetilde{b}_{2013} = 93,78$$

Erweiterung

$$b_{2013} - \widetilde{b}_{2013} = a_{2013} \cdot x_a^{(2013)}$$

⇒

$$93,78 - 93,78 = 0,104 \cdot 0$$

⇒

$$0 = 0$$

8.2 November 2014

Jahr	m	Tag	X	Y	X*Y	X*X
2013/14		30	0	0	0	0
2014		31	0	0	0	0
2014	1	32	32	96,5	3088,0	1024
2014	2	33	33	96,4	3181,2	1089
2014	3	34	34	96,1	3267,4	1156
2014	4	35	35	89,7	3139,5	1225
2014	5	36	36	92,6	3333,6	1296
2014		37	0	0	0	0
2014		38	0	0	0	0
2014	6	39	39	96,7	3771,3	1521
2014	7	40	40	95,8	3832,0	1600
2014	8	41	41	96,8	3968,8	1681
2014	9	42	42	96,7	4061,4	1764
2014	10	43	43	95,7	4115,1	1849
2014		44	0	0	0	0
2014		45	0	0	0	0
2014	11	46	46	97,9	4503,4	2116
2014	12	47	47	98,2	4615,4	2209
2014	13	48	48	96,5	4632,0	2304
2014	14	49	49	97,2	4762,8	2401
2014	15	50	50	94,2	4710,0	2500
2014		51	0	0	0	0
2014		52	0	0	0	0
2014	16	53	53	97,0	5141,0	2809
2014	17	54	54	92,5	4995,0	2916
2014	18	55	55	93,9	5164,5	3025
2014	19	56	56	94,7	5303,2	3136
2014	20	57	57	96,7	5511,9	3249
2014		58	0	0	0	0
2014		59	0	0	0	0
2014/15		60	0	0	0	0
-	**20**	**$\sum$:**	**890**	**1911,8**	**85097,5**	**40870**
Jahr	**m**	**Tag**	**X**	**Y**	**X*Y**	**X*X**

November 2014 → Jahr 2014 → stückweise, lineare Regression

$$a_{2014} = \frac{85097,5 \cdot 20 - 890 \cdot 1911,8}{40870 \cdot 20 - 890 \cdot 890} \qquad b_{2014} = \frac{40870 \cdot 1911,8 - 85097,5 \cdot 890}{40870 \cdot 20 - 890 \cdot 890}$$

⇒

$$a_{2014} = 0,018 \qquad b_{2014} = 94,80$$

⇒

$$y^{(2014)} = 0,018 \cdot x^{(2014)} + 94,80 \qquad \text{SLR}$$

Fall 1

$$x_e^{(2013)} = 30 \qquad a_{2013} = 0,104 \qquad \widetilde{b}_{2013} = 93,78$$

⇒

$$x_a^{(2014)} = 30 \qquad x_e^{(2014)} = 60$$

⇒

$$Z_{2014} = 85097,5 \cdot 20 - 890 \cdot 1911,8 = 448$$
$$N_{2014} = 40870 \cdot 1911,8 - 85097,5 \cdot 890 = 2398491$$

⇒

$$b_{2014} = 0,104 \cdot 30 + 93,78 = 96,90$$

⇒

$$a_{2014} = \frac{448}{2398491} \cdot 96,90 = 0,018$$

⇒

$$\widetilde{b}_{2014} = \frac{2398491 - 448 \cdot 30}{2398491} \cdot 96,90 = 96,36$$

$$^{(F_1)}y^{(2014)} = 0,018 \cdot x^{(2014)} + 96,36 \qquad \text{kont.SLR}$$

⇒

$$^{(F_1)}y_{2014}^{(2014)} = 0,018 \cdot x^{(2014)} + 96,90 \qquad \text{disk.SLR}$$

Probe

$$0,104 \cdot x_e^{(2013)} + 93,78 = 0,018 \cdot x_a^{(2014)} + 96,36 = 0,018 \cdot 0 + 96,90$$

⇒

$$0,104 \cdot 30 + 93,78 = 0,018 \cdot 30 + 96,36 = 0,018 \cdot 0 + 96,90$$

⇒

$$96,90 = 96,90 = 96,90$$

⇒

$$^{(F_1)}a_{2014} = 0,018 \qquad ^{(F_1)}b_{2014} = 96,90$$

⇒

$$^{(F_1)}\widetilde{b}_{2014} = 96,36$$

Erweiterung

$$b_{2014} - \widetilde{b}_{2014} = a_{2014} \cdot x_a^{(2014)}$$

⇒

$$96,90 - 96,36 = 0,018 \cdot 30$$

⇒

$$0,54 = 0,54$$

8.3 November 2015

Jahr	m	Tag	X	Y	X*Y	X*X
2014/15		60	0	0	0	0
2015	1	61	61	96,4	5880,4	3721
2015	2	62	62	96,4	5976,8	3844
2015	3	63	63	96,9	6104,7	3969
2015	4	64	64	96,2	6156,8	4096
2015	5	65	65	96,5	6272,5	4225
2015		66	0	0	0	0
2015		67	0	0	0	0
2015	6	68	68	95,8	6514,4	4624
2015	7	69	69	95,1	6561,9	4761
2015	8	70	70	95,3	6671,0	4900
2015	9	71	71	95,9	6808,9	5041
2015		72	0	0	0	0
2015		73	0	0	0	0
2015		74	0	0	0	0
2015	10	75	75	87	6525,0	5625
2015	11	76	76	94,8	7204,8	5776
2015	12	77	77	95,2	7330,4	5929
2015	13	78	78	94,9	7402,2	6084
2015	14	79	79	92,9	7339,1	6241
2015		80	0	0	0	0
2015		81	0	0	0	0
2015	15	82	82	95,3	7814,6	6724
2015	16	83	83	94,2	7818,6	6889
2015	17	84	84	94,9	7971,6	7056
2015	18	85	85	94,0	7990,0	7225
2015	19	86	86	95,1	8178,6	7396
2015		87	0	0	0	0
2015		88	0	0	0	0
2015	20	89	89	96,7	8606,3	7921
2015/16		90	0	0	0	0
-	**20**	$\sum$**:**	**1487**	**1899,5**	**141128,6**	**112047**
Jahr	**m**	**Tag**	**X**	**Y**	**X*Y**	**X*X**

November 2015 → Jahr 2015 → stückweise, lineare Regression

$$a_{2015} = \frac{141128,6 \cdot 20 - 1487 \cdot 1899,5}{112047 \cdot 20 - 1487 \cdot 1487} \qquad b_{2015} = \frac{112047 \cdot 1899,5 - 141128,6 \cdot 1487}{112047 \cdot 20 - 1487 \cdot 1487}$$

⇒

$$a_{2015} = -0,067 \qquad b_{2015} = 99,93$$

⇒

$$y^{(2015)} = -0,067 \cdot x^{(2015)} + 99,93 \qquad \text{SLR}$$

Fall 1

$$x_e^{(2014)} = 60 \qquad a_{2014} = 0,018 \qquad \widetilde{b}_{2014} = 96,36$$

⇒

$$x_a^{(2015)} = 60 \qquad x_e^{(2015)} = 90$$

⇒

$$Z_{2015} = 141128,6 \cdot 20 - 1487 \cdot 1899,5 = -1984,5$$
$$N_{2015} = 112047 \cdot 1899,5 - 141128,6 \cdot 1487 = 2975048,3$$

⇒

$$b_{2015} = 0,018 \cdot 60 + 96,36 = 97,44$$

⇒

$$a_{2015} = \frac{-1984,5}{2975048,3} \cdot 97,44 = -0,065$$

⇒

$$\widetilde{b}_{2015} = \frac{2975048,3 + 1984,5 \cdot 60}{2975048,3} \cdot 97,44 = 101,34$$

⇒

$$^{(F_1)}y^{(2015)} = -0,065 \cdot x^{(2015)} + 101,34 \qquad \text{kont.SLR}$$

⇒

$$^{(F_1)}y_{2015}^{(2015)} = -0,065 \cdot x^{(2015)} + 97,44 \qquad \text{disk.SLR}$$

Probe

$$0,018 \cdot x_e^{(2014)} + 96,36 = -0,065 \cdot x_a^{(2015)} + 101,34 = -0,065 \cdot 0 + 97,44$$

⇒

$$0,018 \cdot 60 + 96,36 = -0,065 \cdot 60 + 101,34 = -0,065 \cdot 0 + 97,44$$

⇒

$$97,44 = 97,44 = 97,44$$

⇒

$$^{(F_1)}a_{2015} = -0,065 \qquad ^{(F_1)}b_{2015} = 97,44$$

⇒

$$^{(F_1)}\widetilde{b}_{2015} = 101,34$$

Erweiterung

$$b_{2015} - \widetilde{b}_{2015} = a_{2015} \cdot x_a^{(2015)}$$

⇒

$$97,44 - 101,34 = -0,065 \cdot 60$$

⇒

$$-3,9 = -3,9$$

8.4 Ermittlung der linearen Wichtungsfunktion

Jahr	a_i	$x_e^{(i)}$	$a_i \cdot x_e^{(i)}$
2013	+0,104	30	+3,120
2014	+0,018	30	+0,540
2015	-0,065	30	-1,950
$\sum$**:**	+0,057	**90**	**+1,710**

$\Rightarrow$

$$\bar{a} = \frac{1,710}{90} = \frac{0,057}{3} = 0,019 \qquad b = 0,104 \cdot x_a^{(2013)} + 93,78 = 93,78$$

$\Rightarrow$

$$^{(F_1)}y_W = 0,019 \cdot x + 93,78$$

Da die Gewichte hier gleich sind, reicht auch ein einfaches arithmetisches Mittel aus.

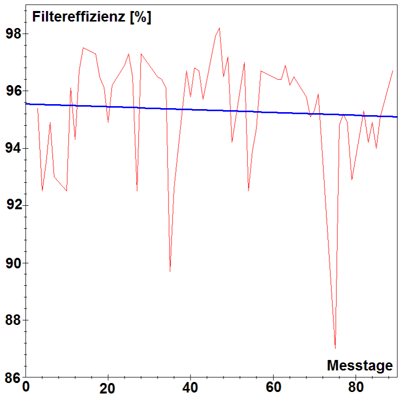
Über die Zweipunktform muss sich das gleiche Ergebnis einstellen.

$$\bar{a} = \frac{a_{2015} \cdot x_e^{(2015)} + \widetilde{b}_{2015} - \widetilde{b}_{2013}}{x_e^{(2015)}} \qquad b = \widetilde{b}_{2013}$$

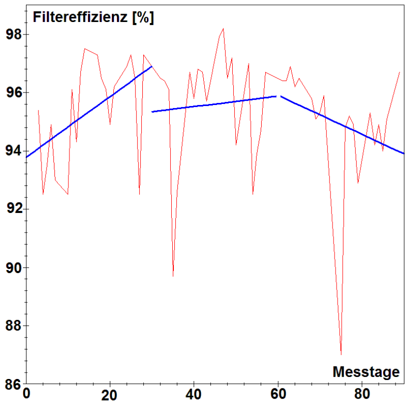
$\Rightarrow$

$$\bar{a} = \frac{-0,065 \cdot 90 + 101,34 - 93,78}{90} = 0,019 \qquad b = 93,78$$

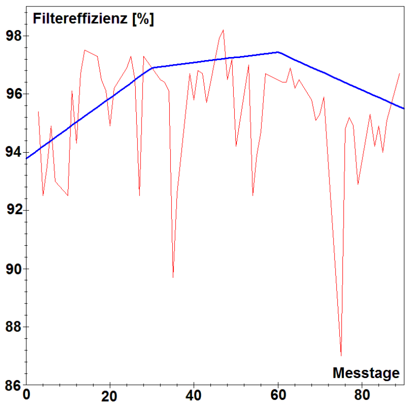
8.5 Grafische Darstellungen



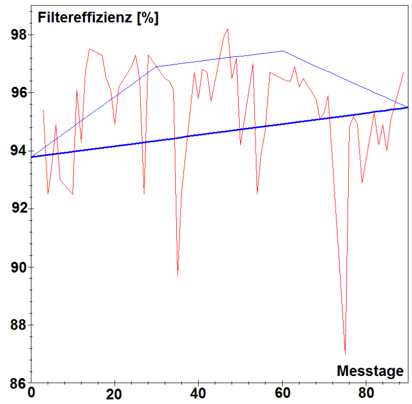
Der Abfall der Filtereffizienz pro Jahr ermittelt durch die vollständige, lineare Regression unter der Voraussetzung der gleichbleibenden Umwelt- und Betriebsparameter.



Die Durchführung der stückweisen, linearen Regression. Der Anstieg der Filtereffizienz in den ersten zwei Jahren ist auf veränderte Umweltbedingungen zurück zu führen. So war in den betreffenden Monaten November noch keine Anlage der Luftfeuchteregulierung installiert. Die Luftfeuchte hat jedoch einen sehr großen Einfluss auf die Filtereffizienz in Reinräumen.



Das Ergebnis der kontinuierlichen, stückweisen, linearen Regression grafisch dargestellt.



Zusätzlich die Wichtungsfunktion eingezeichnet. Diese zeigt einen Anstieg der Filtereffizienz im Laufe der Jahre an. Diese kann jedoch nicht unkritisch übernommen werden. Der Einfluss der Monate November 2013 und November 2014 sind zu hoch für den Einfluss des Monats November 2015.

9 Zusammenfassung

9.1 Durchführung der diskreten, stückweisen, linearen Regression

Die Durchführung der diskreten, stückweisen, linearen Regression im Intervall n folgt der allgemeinen Regressionsfunktion $y^{(n)}$.

$$y^{(n)} = a_n \cdot x^{(n)} + b_n$$

Wobei a_n den Anstieg und b_n die Inhomogenität von $y^{(n)}$ darstellt. Je nach der Anfangsbedingung bei $x_a^{(n)}$ sind zwei Fälle zu unterscheiden, um a_n und b_n berechnen zu können.

Fall 1

- Inhomogenität:

$$b_n = a_{n-1} \cdot x_e^{(n-1)} + \widetilde{b}_{n-1}$$

- Anstieg:

$$a_n = \frac{Z_n}{N_n} \cdot b_n$$

Fall 2

- Inhomogenität:

$$b_n = \frac{2 \cdot N_n}{2 \cdot N_n + Z_n} \cdot \left(a_{n-1} \cdot \left(x_e^{(n-1)} + \frac{1}{2} \right) + \widetilde{b}_{n-1} \right)$$

- Anstieg:

$$a_n = \frac{Z_n}{N_n} \cdot b_n$$

Wobei für N_n und Z_n gilt:

$$Z_n = \left\{ x^{(n)} \cdot y^{(n)} \right\} \cdot m - \left\{ x^{(n)} \right\} \cdot \left\{ y^{(n)} \right\} \qquad N_n = \left\{ {x^{(n)}}^2 \right\} \cdot \left\{ y^{(n)} \right\} - \left\{ x^{(n)} \cdot y^{(n)} \right\} \cdot \left\{ x^{(n)} \right\}$$

Dabei bedeutet $\{\bullet\}$ die Summe des betreffenden Datenteils x_i oder y_i über das gesamte Intervall n.

9.2 Durchführung der kontinuierlichen, stückweisen, linearen Regression

Die Überführung der diskreten in die kontinuierliche, stückweise, lineare Regression erfolgt durch:

$$y^{(n)} = a_n \cdot x^{(n)} + \widetilde{b}_n$$

Fall 1

- Inhomogenität:
$$\widetilde{b}_n = \frac{N_n - Z_n \cdot x_e^{(n-1)}}{N_n} \cdot b_n$$
- Anstieg:
$$a_n = \frac{Z_n}{N_n} \cdot b_n$$

Fall 2

- Inhomogenität:
$$\widetilde{b}_n = \frac{N_n - Z_n \cdot x_e^{(n-1)}}{N_n} \cdot b_n$$
- Anstieg:
$$a_n = \frac{Z_n}{N_n} \cdot b_n$$

Wobei für N_n und Z_n gilt:

$$Z_n = \left\{x^{(n)} \cdot y^{(n)}\right\} \cdot m - \left\{x^{(n)}\right\} \cdot \left\{y^{(n)}\right\} \qquad N_n = \left\{x^{(n)^2}\right\} \cdot \left\{y^{(n)}\right\} - \left\{x^{\{n\}} \cdot y^{(n)}\right\} \cdot \left\{x^{(n)}\right\}$$

Dabei bedeutet $\{\bullet\}$ die Summe des betreffenden Datenteils x_i oder y_i über das gesamte Intervall n.

9.3 Erweiterungen

- Es existieren verschiedene Zusammenhänge zwischen den Inhomogenitäten und den Anstiegen der betrachteten Fälle.

  diskrete, stückweise, lineare Regression

  $$^{(F_1)}\left(\frac{b_n}{a_n} = \frac{N_n}{Z_n}\right) \qquad ^{(F_2)}\left(\frac{b_n}{a_n} = \frac{N_n}{Z_n}\right)$$

  kontinuierliche, stückweise, lineare Regression

  $$^{(F_1)}\left(\frac{\widetilde{b}_n}{a_n} = \frac{N_n}{Z_n} - x_a^{(n)}\right) \qquad ^{(F_2)}\left(\frac{b_n}{a_n} = \frac{N_n}{Z_n} - x_e^{(n-1)}\right)$$

  stückweise, lineare Regression

  $$^{(F_1)}\left(b_n - \widetilde{b}_n = a_n \cdot x_a^{(n)}\right) \qquad ^{(F_2)}\left(b_n - \widetilde{b}_n = a_n \cdot x_e^{(n-1)}\right)$$

- Es existiert eine Funktion y, welche die stückweise, lineare Regression wieder zusammenfasst und so eine lineare Funktion liefert, die unterschiedlichen Stichprobenumfänge berücksichtigt – die Wichtungsfunktion.

  $$y_W = \overline{a}_W \cdot x + b_W$$

  diskrete, stückweise, lineare Regression

  $$^{(F_1)}\overline{a}_W = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} a_i \cdot x_e^{(i)}}{\sum\limits_{i=1}^{n} x_e^{(i)}} \qquad ^{(F_2)}\overline{a}_W = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} a_i \cdot \left(x_e^{(i)} - 1\right)}{\sum\limits_{i=1}^{n} \left(x_e^{(i)} - 1\right)}$$

  Mit:

  $$^{(F_1)}b_W = \widetilde{b}_1 \qquad ^{(F_2)}b_W = \frac{1}{2} \cdot a_1 + \widetilde{b}_1$$

  kontinuierliche, stückweise, lineare Regression

  $$^{(F_1)}\overline{a}_W = \frac{a_n \cdot x_e^{(n)} + \widetilde{b}_n - \widetilde{b}_1}{x_e^{(n)}}$$

  $$^{(F_1)}b_W = \widetilde{b}_1$$

  Sowie:

  $$^{(F_2)}\overline{a}_W = \frac{a_n \cdot x_e^{(n)} + \widetilde{b}_n - \widetilde{b}_1 + \frac{1}{2} \cdot (a_n - a_1)}{x_e^{(n)}}$$

  $$^{(F_2)}b_W = \frac{\left(2 \cdot \widetilde{b}_1 + a_1 - a_n\right) \cdot \left(x_e^{(n)} + \frac{1}{2}\right) - \widetilde{b}_n}{2 \cdot x_e^{(n)}}$$

$\LaTeX\,2_\varepsilon$