DK 624:351.78:531.36 DDR-Standard Juli 1972

Deutsche Demokratische Republik

Stahlbau

STABILITÄTSFÄLLE

Berechnung nach zulässigen Spannungen Erläuterungen und zusätzliche Forderungen

TGL 13 503 Blatt 2

Gruppe 135 000

Стальные конструкции
Устойчивость
Расчет, основанный на допускаемых напряжениях
Пояснения и дополнительные требования

Steel Structures
Stability Conditions
Caloulation of Permissible Stress
Explanations and additional Requirements

Verbindlich ab 1.4.1973

D i e s e r S t a n d a r d g i l t nur in Verbindung mit TGL 13 503 Bl.1.

Abweichungen von diesem Standard sind zulässig, wenn sie durch Theorie oder Versuche ausreichend begründet und von der zuständigen Prüfstelle genehmigt sind.

Die Festlegungen zum Grenzlastfall S gelten nicht für Brücken im Verkehrsbau.

Inhaltsverzeichnis

Fortsetzung Seite 2 bis 80

Verantwortlich: VEB Metalleichtbaukombinat
Bestätigt: 10.7.1972, Amt für Standardisierung, Berlin

(688) Lizenz-Nr. 751 – 229/73

Vertrieb: Buchhaus Leipzig, 701 Leipzig, Postschließfach 140 – Verlag: Staatsverlag der DDR, 108 Berlin

Erläuterungen zu Abschnitt 1. der TGL 13 503 Bl.1

1.1. Grundbegriffe

Das Gleichgewicht, das in einem belasteten Tragwerk zwischen den äußeren und inneren Kräften vorhanden ist, kann stabil oder instabil sein. Es ist stabil, wenn zu j e d e r s e h r k l e i n e n störenden Verformung des belasteten Tragwerkes ein p o s i t i v e r Arbeitsbetrag aufgewandt werden muß. Diese Eigenschaft ist bei manchen Tragwerken und Belastungsarten nur unter verhältnismäßig kleinen, tief unter der Bruchgrenze liegenden Laststufen gewährleistet. Unter den höheren Laststufen gibt es hier zumindest e i n e Art der störenden Verformung, zu deren Verwirklichung k e i n e positive Störungsarbeit - also keine Gewaltanwendung - erforderlich ist.

Ist die, grundsätzlich von zweiter Ordnung kleine, Störungsarbeit zumindest bei einer dieser kleinen störenden Verformungen gleich Null, aber für keine einzige mögliche negativ, so liegt hier die Grenze vor, bei der die Eigenschaft der Stabilität verlorengeht (Stabilitätsgrenze); sie wird bei Stäben oder Stabwerken als "Knickbelastung", bei den auf Biegung beanspruchten Trägern als "Kippbelastung" und bei dünnen Blechen, Schalen oder Faltwerken als "Beulbelastung" bezeichnet. Das Tragwerk versucht hier, sich der Weiterführung der schon vorhandenen, unter den kleineren Laststufen aufgezwungenen Verformung durch ein Ausweichen zu entziehen.

1.2. Einheitliche Bezeichnungen

Für die Bezeichnungen in den Festigkeitsberechnungen und Zeichnungen gelten neben den einschlägigen Standards die folgenden Angaben:

P_K oder N_K	Knick-, Kipp- oder Beullast, auch Engeßer sche Knicklast genannt; es ist dies die Last an der Stabilitätsgrenze bei Erfüllung bestimmter idealisierender Voraussetzungen, z. B. ideal gerade Stabachse, ideal mittiger Kraftangriff und ideal isotroper Werkstoff
σ_K	Knick-, Kipp- oder Beulspannung, auch Engeßer sche Knickspannung genannt
T	Knickmodul, auch Engeßer scher Knickmodul genannt
ν_K	Knick- oder Kippsicherheitszahl, auch Engeßer sche Knicksicherheitszahl genannt
ν_B	Beulsicherheitszahl im unelastischen (Engeßer -) Bereich
P_{Ki} oder N_{Ki}	ideale Knick-, Kipp- oder Beullast, auch Euler sche Knicklast genannt; es ist dies die Last an der Stabilitätsgrenze bei zusätzlicher Voraussetzung eines Idealwerkstoffes, der unbeschränkt dem Hooke schen Formänderungsgesetz gehorcht
σ_{Ki}	ideale Knick-, Kipp- oder Beulspannung, auch Euler sche Knickspannung genannt
ν_{Ki}	ideale Knick- oder Kippsicherheitszahl, auch Euler sche Knicksicherheitszahl genannt
ν_{Bi}	ideale Beulsicherheitszahl im elastischen (Euler -) Bereich
P_{Kr} oder N_{Kr}	Traglast; es ist dies die größte im Gleichgewicht getragene Last, die man bei Verzicht auf die Voraussetzung eines Hooke schen Idealwerkstoffes und auf die idealisierenden Voraussetzungen geometrischer Art erhält
σ_{Kr}	Tragspannung
ν_{Kr}	Tragsicherheitszahl
P_{Ks} oder N_{Ks}	ertragbare Last beim Nachweis nach der Theorie II. Ordnung
σ_{Ks}	kritische Spannung nach der Theorie II. Ordnung
ν_{Ks}	Sicherheitszahl nach der Theorie II. Ordnung
$\text{zul}\,\sigma$	zulässige Spannung nach TGL 13 500
$\sigma_c = \frac{N}{F}$	gleichmäßig verteilte Druckspannung
$\text{zul}\,\sigma_c = \frac{\text{zul}\,\sigma}{\omega}$	zulässige Druckspannung
ω	Knickzahl
σ_F	Spannung an der Fließgrenze
s oder l	Netzlänge des Stabes
s_o	Abstand der nach Zeichnung geschätzten Mitten der Anschlüsse

i_x	Trägheitshalbmesser des Stabquerschnittes, bezogen auf die Hauptachse x - x
s_{Kx} oder l_{Kx}	Knicklänge des Stabes für das Ausknicken rechtwinklig zur Hauptachse x - x des Stabquerschnittes
$\lambda_x = \frac{s_{Kx}}{i_x}$	Schlankheitsgrad des Stabes für das Ausknicken rechtwinklig zur Hauptachse x - x des Stabquerschnittes
a	planmäßig bekannter Angriffshebel der Druckkraft
u	praktisch unvermeidbarer Angriffshebel der Druckkraft eines planmäßig mittig gedrückten Stabes
y_M	Abstand des Schubmittelpunktes vom Querschnittsschwerpunkt
e_d und e_z	Randabstand, gemessen auf der Biegedruck- oder Biegezugseite
k_d und k_z	Kernweite des Stabquerschnittes, gemessen auf der Biegedruck- oder Biegezugseite
W_d und W_z	Widerstandsmoment des unverschwächten Stabquerschnittes, bezogen auf die Biegedruck- oder Biegezugseite in cm^3
σ_{bo} und σ_{bz}	Biegedruck- oder Biegezugspannung
M	Schubmittelpunkt des Stabquerschnittes
J_D	Drillwiderstand des Stabquerschnittes in cm^4
C_M	Wölbwiderstand des Stabquerschnittes, bezogen auf den Schubmittelpunkt in cm^6
k	Kipp- oder Beulwert

Bemerkung: Alle Stabkräfte und Spannungen sind mit ihren Absolutbeträgen, ohne Vorzeichen, in die Formeln einzuführen.

Erläuterungen zu Abschnitt 3. der TGL 13 503 Bl.1

3.1. Allgemeines

Die Biegedrillknickung als allgemeine Form der Knickung gerader Stäbe von gleichbleibendem Querschnitt ist von Bedeutung vor allem bei dünnwandigen, offenen Profilen, siehe Bild 1a. Die Verkoppelung von Biegung und Verdrehung zerfällt jedoch bei speziellem Lastangriff oder besonderer Symmetrie des Querschnittes, wie in Bild 1b bis 1h für einige Sonderfälle dargestellt ist.

3.2. Einfluß von Kraftangriff und Querschnittsform

Beim außermittig gedrückten Stab mit unsymmetrischem Querschnitt nach Bild 1a fällt im allgemeinen der Drillruhepunkt (D) nicht mit dem Schubmittelpunkt (M) zusammen. Es liegt dann stets Biegedrillknickung vor. Greift aber die Last im Schubmittelpunkt an, siehe Bild 1b, dann ist sowohl reine Biegeknickung um eine Hauptachse als auch Biegedrillknickung möglich, wobei die Drillruheachse mit der Schubmittelpunktachse zusammenfällt, sofern der durch die Außermittigkeit bedingte Verformungseinfluß in der Symmetrieebene nicht berücksichtigt wird. Beim mittig gedrückten Stab mit unsymmetrischem Querschnitt, siehe Bild 1c, ist nur Biegedrillknickung möglich.

Fällt der Schubmittelpunkt mit dem Schwerpunkt zusammen, so sind je nach Lastangriff und Drillsteifigkeit alle drei Arten der Knickung möglich.

Zu dieser Gattung gehören alle punkt- oder mindestens doppelsymmetrischen Querschnitte, siehe Bild 1d und 1e, sowie als Sonderfall z. B. der Querschnitt nach Bild 1f, dessen Abmessungen so gewählt sind, daß M mit S zusammenfällt. Für einfachsymmetrische Profile, für die Schubmittelpunkt und Schwerpunkt nicht zusammenfallen, z. B. Bild 1g und 1h, ist sowohl Biegeknickung als auch Biegedrillknickung möglich, dagegen keine Drillknickung. Sie können für Lastangriff auf der Symmetrieachse nach den Abschnitten 7.5. und 10.1. berechnet werden.

Allgemeiner Fall

S = Schwerpunkt

M = Schubmittelpunkt

P = Lastangriffspunkt

D = Drillruhepunkt

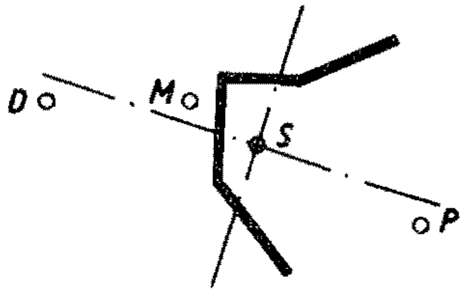


Bild 1a

Biegedrillknickung, keine Symmetrie, kein spezieller Kraftangriff

Sonderfälle des Lastangriffspunktes

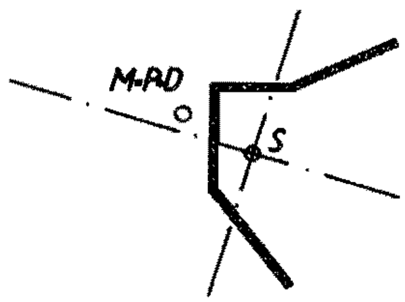


Bild 1b

Biegeknickung in Richtung einer Hauptachse, wenn P = M, jedoch auf der anderen Hauptachse liegend.

Biegedrillknickung um die Kraftwirkungsgerade = Schubmittelpunktachse.

Drillungsfreier "planmäßig außermittiger Druck" um b e i d e Hauptachsen, wenn P = M, jedoch nicht auf einer Hauptachse liegend.

Drillungsfreier "planmäßig außermittiger Druck" um e i n e Hauptachse, wenn P = M, jedoch auf der anderen Hauptachse liegend.

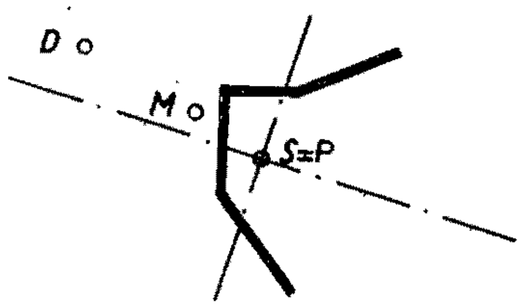


Bild 1c

Biegedrillknickung bei mittigem Druck

Sonderfälle der Querschnittsform

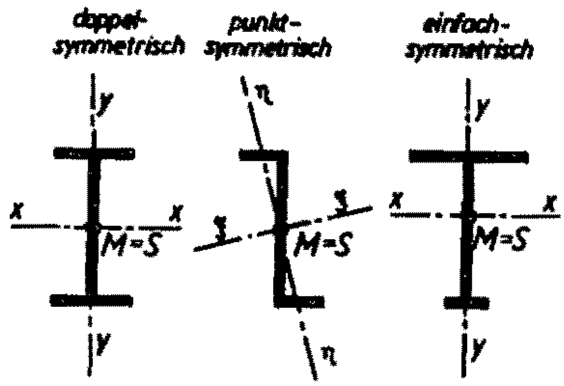


Bild 1d Bild 1e Bild 1f

Biegeknickung rechtwinklig zur Hauptachse x - x oder y - y, wenn P = S.

Drillknickung um die Stabachse, wenn P = S.

Biegedrillknickung, wenn P ≠ M.

Drillungsfreier "planmäßig außermittiger Druck" rechtwinklig zur Hauptachse x - x oder y - y, wenn P ≠ S, jedoch auf Hauptachse x - x oder y - y liegend.

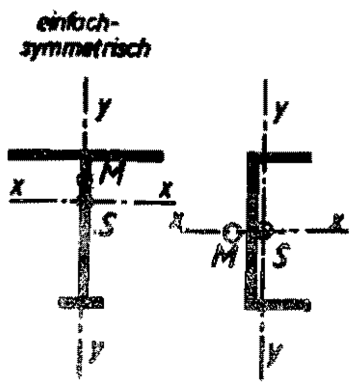


Bild 1g Bild 1h

Biegeknickung in Richtung der Symmetrieachse, wenn P = S, rechtwinklig zur Symmetrieachse, wenn P = M.

Biegedrillknickung

Drillungsfreier "planmäßig außermittiger Druck" in Richtung der Symmetrieachse, wenn P ‡ S, jedoch auf Symmetrieachse liegend.

Erläuterungen zu Abschnitt 6. der TGL 13 503 Bl.1

6.1. Grundbegriffe

Die Knicklänge ist die Länge jenes gedachten, b e i d e r s e i t s g e l e n k i g gelagerten Stabes, der bei gleichen Querschnittsabmessungen die gleiche ideale Knicklast wie der untersuchte Stab hat; sie stimmt daher bei Stäben, die an beiden Enden gelenkig gelagert sind, mit der Netzlänge (s) überein. Beispielsweise gilt für Stäbe von unveränderlichem **Querschnitt, die an dem einen Ende gelenkig gelagert und an dem anderen Ende fest eingespannt sind, $s_K = 0{,}699 \cdot s \approx 0{,}7 \cdot s$, ferner bei Stäben, die an den Enden fest eingespannt sind, $s_K = 0{,}5 \cdot s$ und schließlich bei Stäben, die an dem einen Ende fest eingespannt und am anderen Ende frei sind, $s_K = 2 \cdot s$.**

6.2. Übliche Voraussetzung

Bei der Berechnung von s_K wird in der Regel vorausgesetzt, daß die am Stab angreifende Kraft i h r e R i c h t u n g während des Ausknickens des Stabes u n v e r ä n d e r t b e i b e h ä l t . Trifft diese Voraussetzung ausnahmsweise nicht zu, so ist dies bei der Berechnung von s_K zu berücksichtigen.

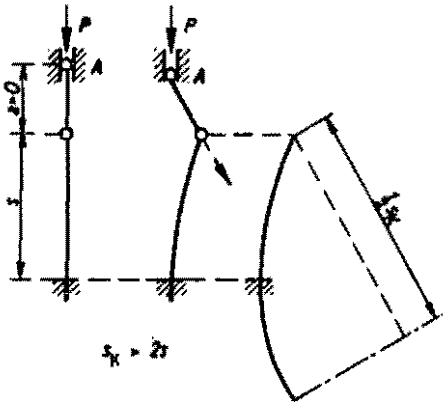
Wird beispielsweise bei der in Bild 2a bis 2d dargestellten Stütze von unveränderlichem Querschnitt die Wirkungsgerade der am Stab angreifenden Kraft durch konstruktive Maßnahmen gezwungen, immer – also auch während des Ausknickens der Stütze – durch den Punkt A, im Abstand $a = s / \alpha$ vom freien Stabende, zu gehen, so ist die Knicklänge (s_K) aus der Gleichung

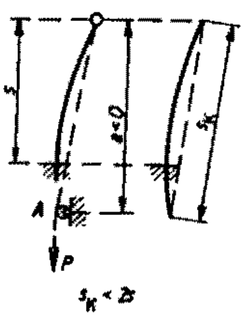
$$\tan \frac{\pi \cdot s}{s_K} - \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \cdot \frac{\pi \cdot s}{s_K} = 0$$

zu berechnen. Für positive Werte α, siehe Bild 2a und 2b, wird $s_K > 2 \cdot s$ und für negative Werte α, siehe Bild 2c, wird $s_K < 2 \cdot s$; in den Sonderfällen $\alpha = 0$, siehe Bild 2d, $\alpha = -1$ und $\alpha = -\infty$ erhält man die in Abschnitt 6.1. angegebenen Knicklängen $s_K = 2 \cdot s$, $s_K = s$ und $s_K \approx 0{,}7 \cdot s$.

6.3. Knicklänge der Eckstiele von Gittermasten und Fachwerkstützen

6.3.1. Ist der Stab ein aus gleichschenkligen Winkelstählen gebildeter, in zwei verschiedenen Fachwerkebenen gestützter Eckstiel eines vierwandigen, überwiegend auf Biegung beanspruchten Gittermastes, siehe Bild 3a, so gelten diejenigen wirksamen Knicklängen s_K, die in Bild 3b bis 3e für verschiedene Ausfachungsarten und Querschnittsausbildungen angegeben sind. Dabei ist vorausgesetzt, daß bei Ausfachungen nach Bild 3b und 3c die Eckstielkraft in den Halbfeldern von unten nach oben je um mindestens 10 % des größten, im obersten Halbfeld wirkenden Wertes abnimmt.





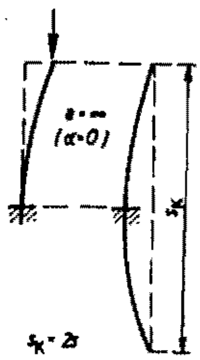
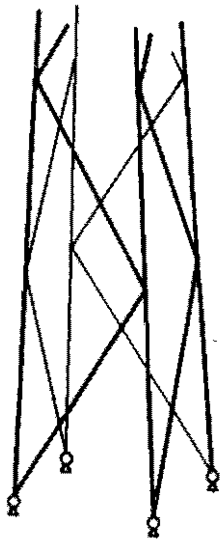


Bild 2a **Bild 2b** **Bild 2c** **Bild 2d**



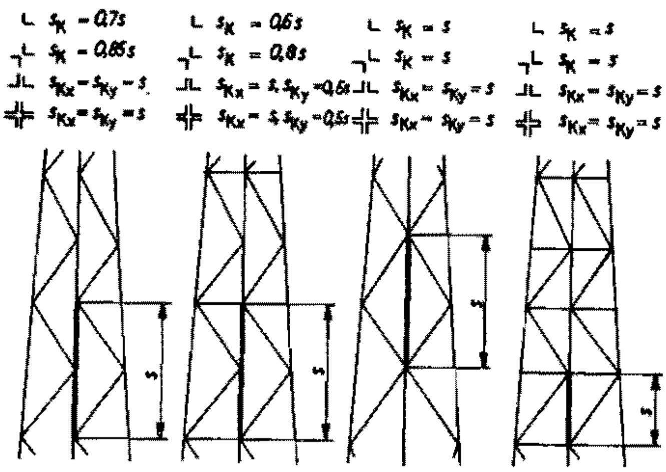


Bild 3a **Bild 3b** **Bild 3c** **Bild 3d** **Bild 3e**

Für die Stabkraft ist dieser größte Wert und für den Schlankheitsgrad (λ) nach Abschnitt 7. der TGL 13 503 Bl.1 ist in allen Fällen $\lambda = s_K / i_{min}$ einzuführen, wobei i_{min} der kleinste Trägheitshalbmesser des Eckstielquerschnittes ist.

Bei Gittermasten von Starkstromfreileitungen darf, wenn die Eckstiele nur aus einem gleichschenkligen Winkelstahl bestehen, für die Ausfachungsart nach Bild 3b und 3c und unter Zugrundelegung einer Knicklänge $s_K = s$ die Schlankheit mit dem Trägheitshalbmesser ermittelt werden, der sich auf die zum Winkelschenkel parallele Achse bezieht.

6.3.2. Ist der Stab ein aus gleichschenkligen Winkelstählen gebildeter, in zwei verschiedenen Fachwerkebenen gestützter Eckstiel eines vierwandigen, überwiegend auf axialen Druck beanspruchten F a c h w e r k t u r m e s , eines Joches oder einer Gitterstütze, siehe Bild 4a, so gelten diejenigen wirksamen Knicklängen (s_K), die in Bild 4b bis 4e für verschiedene Ausfachungsarten und Querschnittsausbildungen angegeben sind. Dabei ist vorausgesetzt, daß bei Ausfachungen nach Bild 4b und 4c die Eckstielkraft in den Halbfeldern von unten nach oben je um weniger als 10 % des größten, im obersten Halbfeld wirkenden Wertes abnimmt. Für die Stabkraft ist dieser größte Wert und für den Schlankheitsgrad (λ) nach Abschnitt 7. der TGL 13 503 Bl.1 ist in allen Fällen $\lambda = s_K / i_{min}$ einzuführen, wobei i_{min} der kleinste Trägheitshalbmesser des Eckstielquerschnittes ist.

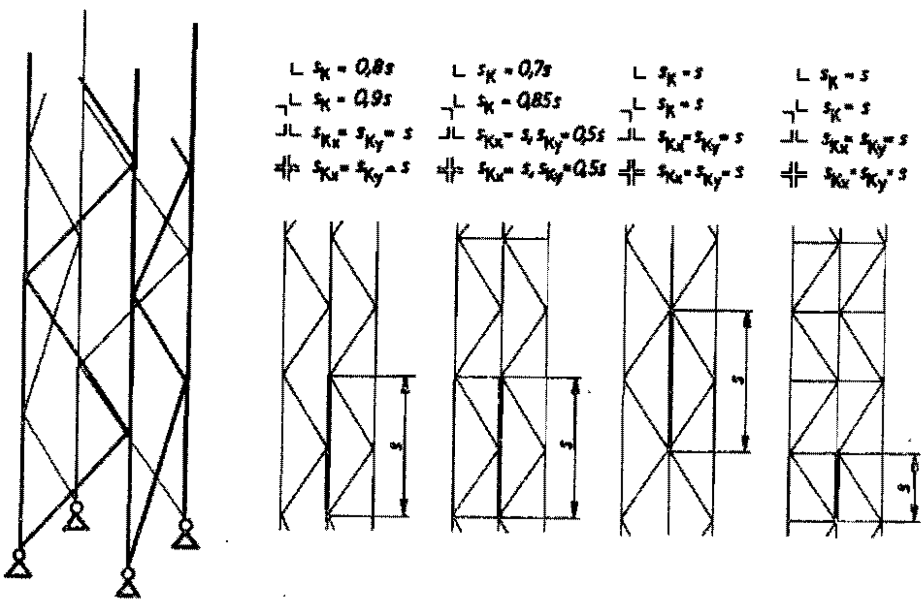


Bild 4a Bild 4b Bild 4c Bild 4d Bild 4e

6.3.3. Wird der Eckstiel eines Gittermastes oder einer Fachwerkstütze aus zwei oder vier nebeneinanderliegenden Winkelstählen gebildet (⅃L - oder ⌯ -Querschnitt) und liegen die Winkelschenkel parallel zu den Fachwerkebenen, so ist er auf Knickung in jeder der beiden Fachwerkebenen zu untersuchen. Für den Schlankheitsgrad (λ) nach Abschnitt 7. der TGL 13 503 Bl.1 ist der größere der beiden Werte $\lambda_x = s_{Kx} / i_x$ und $\lambda_y = s_{Ky} / i_y$ einzuführen.

6.3.4. Bei der Berechnung der größten Stabkraft des Eckstieles ist sowohl die axiale Druckkraft als auch das Biegemoment des Gittermastes oder der Fachwerkstütze zu berücksichtigen. Mit dieser größten Stabkraft und den in Abschnitt 6.3.1., 6.3.2. und 6.3.3. angegebenen Schlankheitsgraden ist der in Abschnitt 7. der TGL 13 503 Bl.1 geforderte Nachweis zu erbringen. Bei Fachwerkstützen sind außerdem noch die in der TGL 13 503 Bl.1, Abschnitt 8.2.3.1. und 8.2.3.2., angegebenen Bestimmungen für die mit der axialen Druckkraft belastete ganze Fachwerkstütze zu beachten.

6.4. Knicklänge von Streben und Pfosten (Knicken rechtwinklig zur Fachwerkebene)

6.4.1. Wird der Stab mit der Druckkraft (N) und der Netz-Länge (s) in seiner Mitte von einem Zugstab mit der Stabkraft N_z und der Länge s_z gekreuzt, siehe Bild 5a, und können sich die Stabenden rechtwinklig zur gemeinsamen Stabebene (Fachwerkebene) nicht verschieben, so muß für die Untersuchung

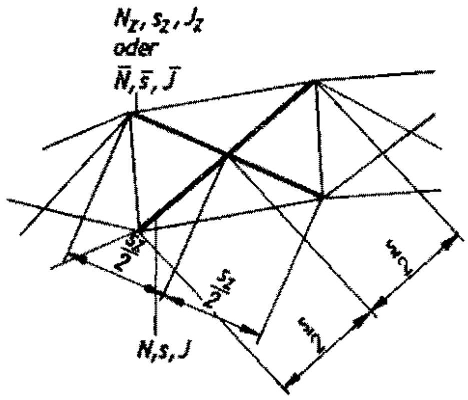


Bild 5a

auf Knicken aus der Fachwerkebene heraus die rechnerische Knicklänge s_K des Druckstabes bekannt sein. Sie darf niemals kleiner als 0,5 · s sein. An der Kreuzungsstelle ist zu unterscheiden, ob beide Stäbe mit vollem Trägheitsmoment durchgeführt werden oder ob dies nur für einen zutrifft, während der andere als gelenkig an die Kreuzungsstelle angeschlossen gilt. Unabhängig davon müssen beide Stäbe an der Kreuzungsstelle unmittelbar oder über ein Knotenblech in ausreichendem Maße verbunden sein. Hierzu sind durchgehende Stäbe mit mindestens einem Viertel der zum Anschluß des gedrückten Stabes erforderlichen Niete oder mit einer nach den Vorschriften gleichwertigen Schweißverbindung an die Kreuzungsstelle anzuschließen. Bei Gittermasten von Starkstromfreileitungen dürfen für die Verbindung gekreuzter Diagonalen ausnahmsweise auch Schrauben verwendet werden, deren Muttern besonders, z. B. durch Federringe, gesichert sein müssen.

6.4.2. Sind beide Stäbe an der Kreuzungsstelle mit ihrem vollen Trägheitsmoment durchgeführt, siehe Bild 5b, so gilt für die rechnerische Knicklänge des zu bemessenden Druckstabes:

$$s_K = s\sqrt{1 - \frac{N_z \cdot s}{N \cdot s_z}\left(0{,}75 + \frac{\pi^2 \; E J_z}{s_z^2 \cdot \nu_K \cdot N_z}\right)}$$

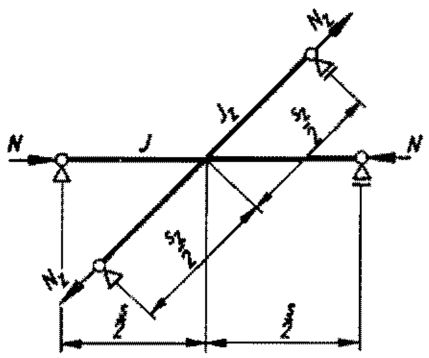


Bild 5b

Jedoch darf die Knicklänge nicht kleiner sein als $s_K = 0{,}5 \cdot s$, auch wenn die vorstehende Formel einen kleineren Wert liefert.

6.4.3. Wirkt an Stelle der aussteifenden Zugkraft N_z eine Druckkraft $\bar{N}$, siehe Bild 5c, so ist die wirksame Knicklänge größer und beträgt:

$$s_K = s\sqrt{1 + \frac{\bar{N} \cdot s}{N \cdot \bar{s}}\left(1 - \frac{\pi^2 \; \chi E \bar{J}}{\bar{s}^2 \cdot \nu_K \cdot \bar{N}}\right)}$$

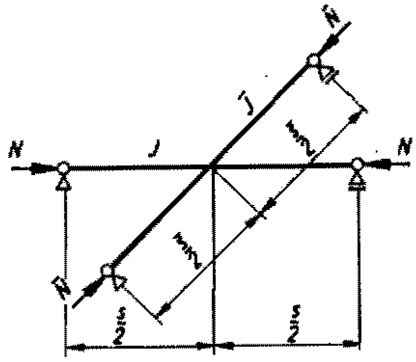


Bild 5c

Jedoch darf die Knicklänge nicht kleiner sein als $s_K = 0{,}5 \cdot s$, wenn die voranstehende Formel einen kleineren Wert liefert.

Auch der Stab $\bar{N}$ darf mit keiner kleineren Knicklänge als $\bar{s}_K = 0{,}5 \cdot \bar{s}$ bemessen werden. Der Abminderungsbeiwert $\varkappa$ bei Knickung im plastischen Bereich ist für $\lambda = \bar{s}/\bar{i}$ den Tabellen 1 im Abschnitt 7.4.2. zu entnehmen.

6.4.4. Ist der aussteifende Zugstab an der Kreuzungsstelle gelenkig angeschlossen, während der Druckstab durchgeführt ist, siehe Bild 5d, so folgt für die Knicklänge des Druckstabes:

$$s_K = s \sqrt{1 - 0{,}75 \; \frac{N_z \cdot s}{N \cdot s_z}}$$

jedoch nicht weniger als $s_K = 0{,}5 \cdot s$.

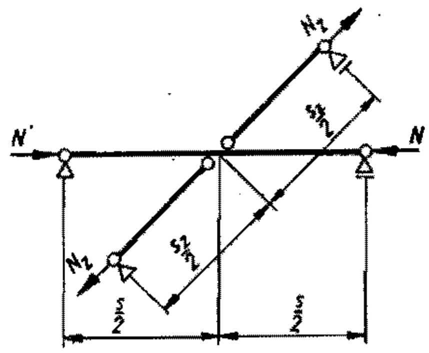


Bild 5d

6.4.5. Wird der Druckstab an der Kreuzungsstelle gelenkig angeschlossen, während der Zugstab durchläuft, siehe Bild 5e, und ist

$$\frac{N_z \cdot s}{N \cdot s_z} \geqq 1,$$

so darf der Druckstab mit $s_K = 0{,}5 \cdot s$ bemessen werden. Ist dagegen

$$\frac{N_z \cdot s}{N \cdot s_z} < 1,$$

so gilt $s_K = 0{,}5 \cdot s$ nur dann, wenn zusätzlich nachgewiesen ist, daß die Biegesteifigkeit des durchlaufenden Zugstabes bei Ausbiegung rechtwinklig zur Fachwerkebene den Forderungen genügt:

$$EJ_z \geqq \nu_K \cdot \frac{N \cdot s_z^3}{12 \cdot s} \left(1 - \frac{N_z \cdot s}{N \cdot s_z}\right)$$

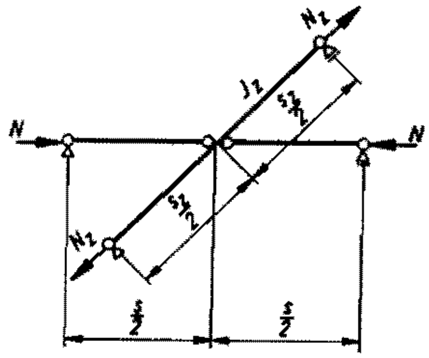


Bild 5e

Für ν_K ist diejenige Knicksicherheit einzusetzen, die der Schlankheit des Druckstabes N entspricht. Sie kann den Tabellen 1 entnommen werden.

6.4.6. Sind beide Stäbe auf Druck beansprucht, siehe Bild 5f, so darf für den an der Kreuzungsstelle gelenkig angeschlossenen Druckstab N die Knicklänge $s_K = 0{,}5 \cdot s$ eingesetzt werden, wenn zusätzlich nachgewiesen ist, daß die Biegesteifigkeit des durchlaufenden Stabes $\bar{N}$ bei Ausbiegung rechtwinklig zur Fachwerkebene der Forderung genügt:

$$E\bar{J} \geqq \nu_K \cdot \frac{N \cdot \bar{s}^3}{12\ s} \left(1 + 1{,}21\ \frac{\bar{N} \cdot s}{N \cdot \bar{s}}\right)$$

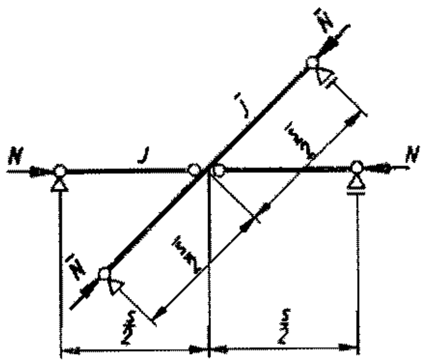


Bild 5f

Mit $\nu_K = 2{,}0$ ist der durchlaufende Druckstab ausreichend sicher bemessen. Wird aber eine Knicksicherheit $\nu_K < 2{,}0$ gewählt, so ist zusätzlich noch der nach Abschnitt 7.1. der TGL 13 503 Bl.1 geforderte Nachweis mit der Knicklänge des durchlaufenden Druckstabes

$$\bar{s}_K = \frac{\bar{s}}{\sqrt{1 - \frac{\nu_K \cdot N \cdot \bar{s}^3}{12\ E\bar{J} \cdot s}}}$$

zu erbringen.

6.4.7. Ist der Stab an beiden Enden unverschieblich festgehalten, wirken jedoch in den beiden Hälften der Stablänge verschieden große Druckkräfte N_1 und $N_2 < N_1$, siehe Bild 5g, so ist der Stab bei der Untersuchung auf Knicken

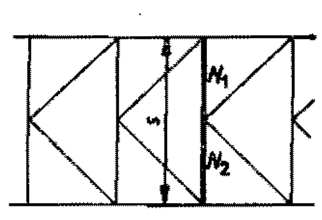


Bild 5g

rechtwinklig zur Fachwerkebene für die Druckkraft N_1 und die Knicklänge

$$s_K = s \cdot \left(0{,}75 + 0{,}25 \cdot \frac{N_2}{N_1}\right)$$

zu berechnen. Ist N_2 eine Zugkraft, so ist in dieser Formel das Pluszeichen durch ein Minuszeichen zu ersetzen, doch darf s_K nicht kleiner sein als $0{,}5 \cdot s$.

6.4.8. Bei Gittermasten von Starkstromfreileitungen darf für die Bemessung von Diagonalen eine Knicklänge von $s_K = 0{,}9 \cdot s$ angenommen werden.

6.4.9. Besteht der Stab aus einem einzelnen Winkelstahl und wird die Außermittigkeit des Kraftangriffes bei der Bemessung nicht berücksichtigt, siehe Abschnitt 10.8. der TGL 13 503 Bl.1, so ist für den Schlankheitsgrad das Verhältnis der nach Abschnitt 6.4.2. bis 6.4.8. bestimmten Knicklängen zum kleinsten Trägheitshalbmesser i_{min} des Winkelquerschnittes einzuführen.

Erläuterungen zu Abschnitt 7. der TGL 13 503 Bl.1

7.1. Allgemeines

7.1.1. Das Tragverhalten planmäßig mittig gedrückter Stäbe kann durch verschiedene Ausweicherscheinungen, siehe Abschnitt 1.1., gekennzeichnet sein. Zu diesen Ausweicherscheinungen gehört die Biegeknickung, die Drillknickung, die Biegedrillknickung und das Ausbeulen dünnwandiger Teile, siehe Abschnitt 1.1. und 3. sowie Abschnitt 16. der TGL 13 503 Bl.1.

7.1.2. Bei den planmäßig mittig gedrückten Stäben und bei den planmäßig nur durch Axialkräfte beanspruchten Stabwerken, siehe Abschnitt 10.9. der TGL 13 503 Bl.1, die der Biegeknickung unterliegen, sind je nach den Voraussetzungen, die der Rechnung zugrunde gelegt werden, drei verschiedene stabilitäts-theoretische Sonderwerte der Druckkraft zu unterscheiden:

Die ideale (Euler sche) Knicklast (P_{Ki}), die an die Voraussetzung eines unbeschränkt gültigen Hooke schen Formänderungsgesetzes sowie an weitere idealisierende Voraussetzungen, ideal gerade Stabachse, ideal mittiger Kraftangriff, ideal isotroper Werkstoff, gebunden ist. Dann die gewöhnliche (Engeßer sche) Knicklast (P_K), bei deren Bestimmung auf die Annahme eines unbeschränkt gültigen Hooke schen Formänderungsgesetzes verzichtet wird, die aber nach wie vor an die übrigen idealisierenden Voraussetzungen, ideal gerade Stabachse, ideal mittiger Kraftangriff, ideal isotroper Werkstoff, gebunden ist. Schließlich die Traglast (P_{Kr}), bei deren Berechnung zusätzlich auch auf die idealisierenden Voraussetzungen geometrischer Art, ideal gerade Stabachse, ideal mittiger Kraftangriff, verzichtet wird. Die Schwierigkeit der theoretischen Bestimmung und der Umfang der erforderlichen Rechenarbeit wächst in der genannten Reihenfolge; demgemäß steht im Stahlbau nur in einfacheren Fällen die Traglast, in der Regel die gewöhnliche Knicklast und in schwierigeren Fällen die ideale Knicklast als Bemessungsgrundlage zur Verfügung.

Die Traglast (P_{Kr}) darf ersetzt werden durch die ertragbare Last (P_{Ks}), die sich nach der Theorie II. Ordnung unter Annahme einer ungewollten Außermittigkeit (u) ergibt. Als Kriterium für die ertragbare Last wird das Erreichen der Fließgrenze an einem Rand des Querschnittes angesehen.

7.1.3. Wird bei der Bemessung eines planmäßig mittig gedrückten Stabes oder eines planmäßig biegemomentenfrei beanspruchten Stabwerkes von der Traglast P_{Kr} oder P_{Ks} ausgegangen, so ist der Nachweis $P \leqq P_{Kr} / \nu_{Kr}$ oder $P \leqq P_{Ks} / \nu_{Ks}$ zu erbringen, wobei P die größte einwirkende Last ist.

Wird von der gewöhnlichen Knicklast (P_K) oder von der idealen Knicklast (P_{Ki}) ausgegangen, so ist der Nachweis $P \leqq P_K / \nu_K$ oder $P \leqq P_{Ki} / \nu_{Ki}$ zu erbringen.

7.1.4. Die Sicherheitszahlen ν_{Kr}, ν_{Ks}, ν_{K} und ν_{Ki} sind innerhalb der Grenzen, die durch die Sicherheit und Wirtschaftlichkeit sowie durch die praktische Erfahrung und die wissenschaftlichen Erkenntnisse gezogen werden, umso größer festzusetzen, je mehr sich die der Rechnung zugrunde liegenden idealisierenden und vereinfachenden Annahmen von der Wirklichkeit entfernen können. Für die Tragsicherheitszahl und die Sicherheitszahl beim Nachweis nach der Theorie II. Ordnung ist in der Regel, wenn die größtmöglichen "praktisch unvermeidbaren" Außermittigkeiten des Kraftangriffes berücksichtigt werden,

im Grenzlastfall H $\nu_{Kr} = \nu_{Ks} = \nu = 1{,}50$

im Grenzlastfall HZ $\nu_{Kr} = \nu_{Ks} = \nu = 1{,}33$

im Grenzlastfall S $\nu_{Kr} = \nu_{Ks} = \nu = 1{,}20$

zu wählen.

Die Knicksicherheitszahl ν_K hängt von der unter P_K auftretenden größten Druckspannung ab; bei schlanken Stäben und Stabwerken, deren Knicklast so klein ist, daß unter ihrer Einwirkung die Proportionalitätsgrenze (σ_P) des Baustahls nicht überschritten wird, stimmt P_K mit der idealen Knicklast (P_{Ki}) und daher ν_K mit der idealen Knicksicherheitszahl ν_{Ki} überein. Die ideale Knicksicherheitszahl darf nicht kleiner sein als

		allgemein	Brücken im Verkehrsbau
im Grenzlastfall H	$\nu_{Ki} =$	2,00	2,50
im Grenzlastfall HZ	$\nu_{Ki} =$	1,78	2,22
im Grenzlastfall S	$\nu_{Ki} =$	1,60	

angenommen werden.

Da diese Werte erheblich größer sind als die Sicherheitszahlen ν_{Kr} bzw. ν_{Ks}, kann die Forderung $P \leqq P_{Ki} / \nu_{Ki}$ bei schlanken Stäben und Stabwerken zu einer kleineren zulässigen Last führen als die Forderung $P \leqq P_{Kr} / \nu_{Kr}$ bzw. $P \leqq P_{Ks} / \nu_{Ks}$. Daher muß, wenn von P_{Kr} oder P_{Ks} ausgegangen wird, stets der Doppelnachweis

$$P \leqq P_{Kr} / \nu_{Kr} \quad \text{bzw.} \quad P \leqq P_{Ks} / \nu_{Ks}$$

und $$P \leqq P_{Ki} / \nu_{Ki}$$

erbracht werden.

7.2. Die Knickzahlen

Viele Knickprobleme lassen sich nach Einführung der Knicklänge (s_K), siehe Abschnitt 6. sowie Abschnitt 6. der TGL 13 503 Bl.1, auf die Bestimmung der Knicklast eines an beiden Enden gelenkig gelagerten, planmäßig mittig gedrückten, geraden Stabes von gleichbleibendem Querschnitt und gleichbleibender Normalkraft (der "Stabkraft N") zurückführen. Damit wird die Knickberechnung der Stäbe für diesen Normalfall einheitlich festgelegt, siehe Abschnitt 7. der TGL 13 503 Bl.1.

An Stelle der im Abschnitt 7.1.3. angegebenen Nachweise kann hier wegen der Unveränderlichkeit der Querschnittsfläche und der Normalkraft einfach

$$\sigma_c = \frac{N}{F} \leqq \text{zul } \sigma_c$$

gefordert werden. Um bei der Vorschreibung der Werte zul σ_c keine besonderen Tabellen für die Grenzlastfälle H, HZ und S aufstellen zu müssen, wird die Forderung $\sigma_c \leqq$ zul σ_c in der Form $\sigma_c \leqq$ zul σ / ω geschrieben, wobei zul σ die dem untersuchten Grenzlastfall und der gewählten Stahlmarke zugeordnete zulässige Spannung nach TGL 13 500 bzw. DV 804 und ω = zul σ / zul σ_c die Knickzahl ist. Die Knickzahlen hängen von der Stahlmarke und dem Schlankheitsgrad (λ) des Stabes sowie von dessen Querschnittsform, den Eigenspannungen und vom Anwendungsgebiet ab und sind in den Tabellen 1 bis 4 der TGL 13 503 Bl.1 angegeben.

7.3. Kritische Spannungen

Um die zulässigen Druckspannungen (zul σ_c) und damit auch die Knickzahlen (ω) an eine möglichst einfache Gesetzmäßigkeit zu binden, ist der in Abschnitt 7.1.4. angeführte Doppelnachweis

$$\sigma_c \leqq \sigma_{Ks} / \nu_{Ks} \quad \text{und} \quad \sigma_c \leqq \sigma_{Ki} / \nu_{Ki}$$

maßgebend.

Die ideale Knickspannung ist

$$\sigma_{Ki} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2} \quad \text{mit} \quad E = 2\,100\,000 \text{ kp/cm}^2.$$

Der ertragbaren Spannung nach der Theorie II. Ordnung σ_{Ks} liegt folgende Annahme zugrunde:

Der Druckstab ist an den Enden gelenkig gelagert. Der Angriffspunkt der Druckkraft liegt auf der Symmetrieachse des Querschnittes im Abstand u vom Schwerpunkt. Die Größe u stellt den planmäßig nicht vorgesehenen, praktisch jedoch unvermeidbaren Angriffshebel der Druckkraft dar. Sie wird willkürlich angenommen zu

$$u = \mu_o \cdot \frac{W}{F} = \mu_o \cdot \frac{i^2}{\max e_d} \quad \text{oder} \quad \mu_o \cdot \frac{i^2}{\max e_z}$$

Die ungewollte bezogene Außermittigkeit μ_o ist im Abschnitt 10.1. der TGL 13 503 Bl.1 angegeben. Durch die unterschiedliche Annahme von μ_o wird das Tragverhalten des Stabes unter Berücksichtigung von Querschnittsform und Eigenspannungen erfaßt.

Nach der Theorie II. Ordnung muß

$$\frac{\nu P}{F} + \frac{\nu M}{W_d} \cdot \frac{P_{Ki} + \delta \cdot \nu P}{P_{Ki} - \nu P} \leqq \sigma_F \quad \text{sein.}$$

Der Faktor δ ist von der Form der Momentenfläche abhängig und im Abschnitt 10.4. der TGL 13 503 Bl.1 angegeben.

Die ungewollte Außermittigkeit ist als beidseitige Exzentrizität mit dem Faktor $\delta = + 0{,}273$ anzusetzen.

Mit $\quad M = P \cdot u$ bzw. $\frac{M}{W_d} = \sigma_{bo} = \frac{P}{F} \cdot u \cdot \frac{F}{W_d} = \sigma_c\, \mu_o$ wird

$$\nu \sigma_c + \nu \sigma_c \mu_o \frac{\sigma_{Ki} + \delta \cdot \nu \sigma_c}{\sigma_{Ki} - \nu \sigma_c} \leqq \sigma_F$$

Die kritische Spannung $\nu \sigma_c = \sigma_{Ks}$ wird erreicht, wenn an der Randfaser des Querschnittes die Fließgrenze erreicht wird:

$$\sigma_{Ks} \left(1 + \mu_o \frac{\sigma_{Ki} + \delta \cdot \sigma_{Ks}}{\sigma_{Ki} - \sigma_{Ks}}\right) = \sigma_F$$

Daraus folgt

$$\sigma_{Ks} = \frac{(1 + \mu_o)\, \sigma_{Ki} + \sigma_F}{2\,(1 - \delta\, \mu_o)} - \sqrt{\left[\frac{(1 + \mu_o)\, \sigma_{Ki} + \sigma_F}{2\,(1 - \delta\, \mu_o)}\right]^2 - \frac{\sigma_{Ki}\, \sigma_F}{1 - \delta\, \mu_o}}$$

Die Gleichung

$$\frac{\nu P}{F} + \frac{\nu M}{W_d} \cdot \frac{P_{Ki} + \delta \cdot \nu P}{P_{Ki} - \nu P} \leqq \sigma_F$$

darf mit der "Vergrößerungsfunktion"

$$f = \frac{P_{Ki} + \delta \cdot \nu P}{P_{Ki} - \nu P} = \frac{\sigma_{Ki} / (\nu \sigma_c) + \delta}{\sigma_{Ki} / (\nu \sigma_c) - 1} = 1 + \frac{1 + \delta}{\sigma_{Ki} / (\nu \sigma_c) - 1}$$

auch in der Form

$$\frac{P}{F} + \frac{M}{W_d} \cdot f = \sigma_c + \sigma_{bo} \cdot f \leqq \sigma_F / \nu \quad = \text{zul } \sigma$$

geschrieben werden.

σ_{bo} besteht dabei aus dem Anteil $\mu_o\, \sigma_c$.

Der Faktor δ ist der Momentenfläche entsprechend anzunehmen, siehe oben.

7.4. Die Knicklast N_K und die Knicksicherheitszahl ν_K

7.4.1. Wird bei der Bestimmung der Knickspannung auf die Voraussetzung eines unbeschränkt geltenden Hookeschen Formänderungsgesetzes verzichtet und an Stelle dieses Gesetzes - unter Beibehaltung aller übrigen idealisierenden Voraussetzungen - die Spannungs-Dehnungs-Linie des Baustahls zugrunde gelegt, so erhält man an Stelle der Eulerschen Knickspannung (σ_{Ki}) die vom Knickmodul T abhängige E n g e ß e r sche Knickspannung

$$\sigma_K = \frac{\pi^2 \cdot T}{\lambda^2}$$

Bedeutet σ_P die Proportionalitäts- und Elastizitätsgrenze des Baustahls, so gilt im Bereich $\sigma_K \leqq \sigma_P$, dem "elastischen" Bereich, T = E und daher $\sigma_K = \sigma_{Ki}$, während im "unelastischen" Bereich $\sigma_P < \sigma_K \leqq \sigma_F$ der Knickmodul (T) kleiner als der Elastizitätsmodul (E) und daher die Knickspannung σ_K k l e i n e r ist als die Knickspannung σ_{Ki}.

Teilt man σ_K durch die Knicksicherheitszahl ν_K, so erhält man die zulässige Druckspannung zul σ_c. Da die aus Abschnitt 7. der TGL 13 503 Bl.1 abgeleiteten Werte zul σ_c = zul σ / ω als verbindlich anzusehen sind, muß ν_K durch die Beziehung

$$\nu_K = \omega \cdot \frac{\sigma_K}{\text{zul } \sigma}$$

an diese Festlegungen gebunden werden; hierbei ist ω die dem Schlankheitsgrad (λ) zugeordnete Knickzahl und zul σ die dem untersuchten Belastungsfall entsprechende zulässige Spannung. Praktisch kommen im allgemeinen nur die Knickzahlen ω nach den Tabellen 2 oder 4 der TGL 13 503 Bl.1 in Betracht.

7.4.2. Bei Stabilitätsuntersuchungen werden oft Abminderungszahlen $\varkappa = T / E$ verwendet, siehe Abschnitt 17.1. sowie Abschnitt 17.3. der TGL 13 503 Bl.1. Um eine gemeinsame Grundlage zu ihrer Festsetzung zu finden, legt man der Berechnung der Knickspannung σ_K für alle Stahlmarken die Proportionalitätsgrenze $\sigma_P = 0{,}8\,\sigma_F$ zugrunde und wählt das Druckspannungs-Stauchungsgesetz ($\sigma - \varepsilon$ - Gesetz) siehe Bild 6:

$$\frac{\sigma - \sigma_P}{\sigma_F - \sigma_P} = \tanh \frac{\varepsilon \cdot E - \sigma_P}{\sigma_F - \sigma_P}$$

oder in expliziter Form:

$$\sigma = \sigma_F \left(0{,}8 + 0{,}2 \tanh \frac{\varepsilon \cdot \frac{E}{\sigma_F} - 0{,}8}{0{,}2} \right)$$

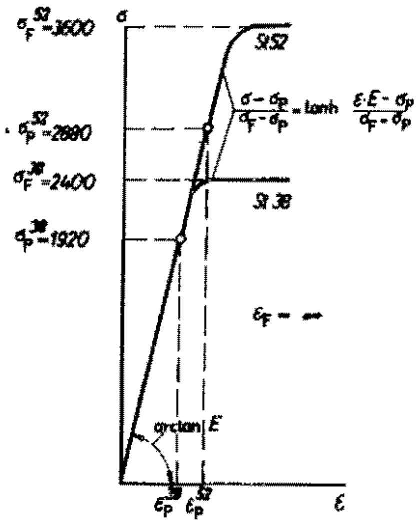


Bild 6

Damit ist sowohl den Versuchswerten als auch den Übergangsbedingungen weitgehend entsprochen. In diesen Formeln ist

$$\varepsilon \geqq \frac{0{,}8\,\sigma_F}{E}. \quad \text{Für} \quad \varepsilon = \frac{0{,}8\,\sigma_F}{E} \quad \text{ergibt sich} \quad \sigma = 0{,}8\,\sigma_F,$$

und für $\varepsilon = \infty$ beträgt $\sigma = \sigma_F$. Für $E = 2\,100\,000$ kp/cm^2 und für σ_F sind die Normwerte einzusetzen. Dem Spannungswert σ_K sind zugeordnet der "Belastungsmodul"

$$E_1 = \frac{d\sigma}{d\varepsilon},$$

der "Entlastungsmodul" $E_2 = E$ und bei Annahme einer rechteckigen Querschnittsform der "Knickmodul"

$$T = \frac{4\,E_1 \cdot E}{(\sqrt{E_1} + \sqrt{E})^2}$$

Aus dem $\sigma - \varepsilon$-Gesetz erhält man:

$$E_1 = E \cdot \left[1 - \left(\frac{\sigma - \sigma_P}{\sigma_F - \sigma_P} \right)^2 \right]$$

Die Grenze zwischen dem elastischen und dem unelastischen Bereich liegt beim St 38 bei $\lambda = 103{,}898$ und beim St 52 bei $\lambda = 84{,}833$. Diese Werte ergeben sich aus der E u l e r formel

$$\sigma_{Ki} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2} \quad \text{für} \quad \sigma_{Ki} = 0{,}8\,\sigma_F$$

Das Verhältnis $\frac{1}{\chi}$ ist festgelegt mit

$$\frac{1}{\chi} = \frac{E}{T} = \frac{(\sqrt{E_1} + \sqrt{E})^2}{4 \cdot E_1} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{E}{E_1}} \right)^2$$

Mit dem obigen Ausdruck für E_1 und unter Berücksichtigung dessen, daß

$$\frac{1}{\chi} = \frac{\sigma_{Ki}}{\sigma_K}$$

ist, erhält man

$$\frac{1}{\chi} = \frac{\sigma_{Ki}}{\sigma_K} = \left[0{,}5 + \frac{0{,}5\;(\sigma_F - \sigma_P)}{\sqrt{(\sigma_F - \sigma_P)^2 - (\sigma_K - \sigma_P)^2}} \right]^2$$

Für den beiderseits einspannungsfrei gelagerten Druckstab (Normalfall) gilt

$$\sigma_K = \varkappa \cdot \sigma_{Ki} = \varkappa \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2}$$

Nach Einsetzen von $\varkappa$ ergibt sich dann für das $\sigma_K - \lambda$ - Diagramm

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{\sigma_K}{E}} \left[0,5 + \frac{0,5 \; (\sigma_F - \sigma_P)}{\sqrt{(\sigma_F - \sigma_P)^2 - (\sigma_K - \sigma_P)^2}}\right]$$

und mit $\sigma_P = 0,8\,\sigma_F$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{\sigma_K}{E}} \left[0,5 + \frac{0,1\,\sigma_F}{\sqrt{(0,2\,\sigma_F)^2 - (\sigma_K - 0,8\,\sigma_F)^2}}\right]$$

Die erforderliche Sicherheit ist

$$\text{erf } \nu_K = \frac{\sigma_K}{\text{zul } \sigma_0} = \frac{\sigma_K \cdot \omega}{\text{zul } \sigma}$$

Tabelle 1 und Bild 7 enthält σ_K und erf ν_K in Abhängigkeit von λ.

Im Abschnitt 17. der TGL 13 503 Bl. 1 wurden in der Tabelle 9 und in Bild 21 die nach diesem Verfahren ermittelten Knickspannungen (σ_K), dort als "abgeminderte Vergleichsspannung σ_{VK}" bezeichnet, dargestellt in Abhängigkeit von der idealen Knickspannung

$$\sigma_{Ki} = \frac{E}{T} \cdot \sigma_K = \frac{\sigma_K}{\varkappa},$$

dort als "ideale Vergleichsspannung σ_{VKi}" bezeichnet. Mit Hilfe dieser Darstellung kann unmittelbar festgestellt werden, welcher Wert σ_K einem gegebenen Wert σ_{Ki} entspricht und welche ideale Knickspannung (σ_{Ki}) erreicht werden muß, um eine bestimmte Knickspannung (σ_K) zu bekommen.

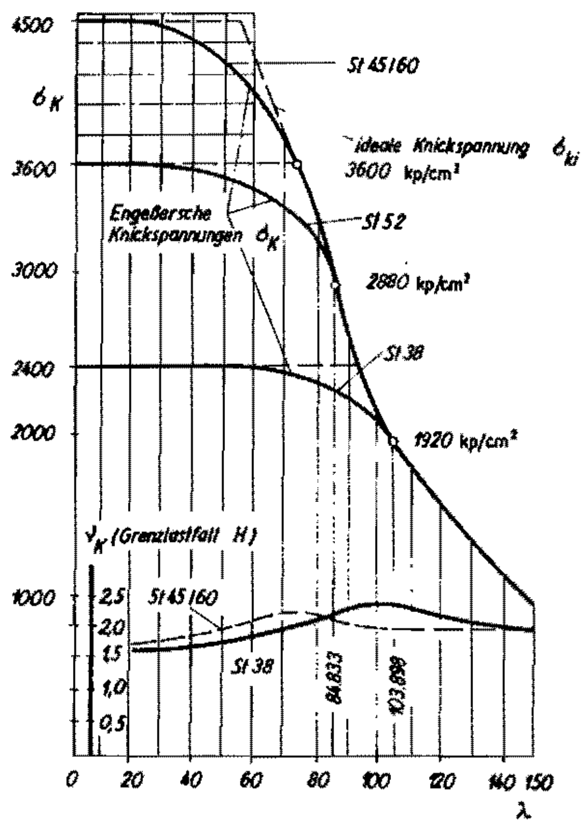

4500
σ_K
3600
3000
2400
2000
1000
St 45/60
ideale Knickspannung σ_{ki}
3600 kp/cm²
Engeßersche Knickspannungen σ_K
St 52
2880 kp/cm²
St 38
1920 kp/cm²
ν_K (Grenzlastfall H)
2,5
2,0
1,5
1,0
0,5
St 45/60
St 38
84,833
103,898
0
20
40
60
80
100
120
140
150
λ

Bild 7

Tabelle 1a, St 38

				allgemein						Brücken			
				H		HZ		S		H		HZ	
λ	σ_{Ki} kp/cm^2	σ_K kp/cm^2	χ	zul σ_c kp/cm^2	erf ν_K	zul σ_c kp/cm^2	erf ν_K	zul σ_c kp/cm^2	erf ν_K	zul σ_c kp/cm^2	erf ν_K	zul σ_c kp/cm^2	erf ν_K
20	51815	2397	,046	1520	1,58	1710	1,40	1901	1,26	1475	1,63	1660	1,44
30	23029	2391	,104	1474	1,62	1659	1,44	1842	1,30	1409	1,70	1585	1,51
40	12954	2382	,184	1422	1,67	1600	1,49	1778	1,34	1336	1,78	1503	1,58
50	8290	2367	,286	1359	1,74	1529	1,55	1700	1,39	1255	1,89	1412	1,68
60	5757	2344	,407	1284	1,83	1445	1,62	1607	1,46	1165	2,01	1311	1,79
70	4230	2309	,546	1195	1,93	1344	1,72	1494	1,54	1068	2,16	1202	1,92
80	3238	2255	,696	1095	2,06	1231	1,83	1369	1,65	969	2,33	1090	2,07
90	2559	2170	,848	988	2,20	1112	1,95	1237	1,76	871	2,49	979	2,21
100	2073	2024	,976	883	2,29	993	2,04	1103	1,84	778	2,60	875	2,31
110	1713	1713	1,000	768	2,23	864	1,98	960	1,79	685	2,50	771	2,22
120	1439	1439	1,000	671	2,15	755	1,91	839	1,72	576	2,50	648	2,22
130	1226	1226	1,000	589	2,08	663	1,85	736	1,67	491	2,50	552	2,22
140	1057	1057	1,000	521	2,03	586	1,80	651	1,62	423	2,50	476	2,22
150	921	921	1,000	461	2,00	518	1,78	576	1,60	368	2,50	415	2,22
103,898	1920	1920	1,000	836	2,30	940	2,04	1044	1,84	744	2,58	837	2,29

Tabelle 1b, Stahl mit $\sigma_F = 3000$ kp/cm²

λ	σ_{Ki} kp/cm²	σ_K kp/cm²	$\varkappa$	H zul σ_c kp/cm²	H erf ν_K	HZ zul σ_c kp/cm²	HZ erf ν_K	S zul σ_c kp/cm²	S erf ν_K
20	51815	2994	,058	1898	1,58	2135	1,40	2372	1,26
30	23029	2985	,130	1838	1,62	2068	1,44	2298	1,30
40	12954	2970	,229	1766	1,68	1986	1,49	2207	1,35
50	8290	2943	,355	1675	1,76	1884	1,56	2094	1,41
60	5757	2901	,504	1561	1,86	1757	1,65	1951	1,49
70	4230	2833	,670	1426	1,99	1604	1,77	1782	1,59
80	3238	2720	,840	1276	2,13	1435	1,90	1595	1,71
90	2559	2513	,982	1124	2,23	1265	1,99	1405	1,79
100	2073	2073	1,000	983	2,11	1106	1,87	1229	1,69
110	1713	1713	1,000	842	2,03	948	1,81	1052	1,63
120	1439	1439	1,000	720	2,00	810	1,78	900	1,60
130	1226	1226	1,000	613	2,00	690	1,78	766	1,60
140	1057	1057	1,000	529	2,00	595	1,78	661	1,60
150	921	921	1,000	461	2,00	518	1,78	576	1,60
92,930	2400	2400	1,000	1082	2,22	1217	1,97	1352	1,78

Tabelle 1c, St 52

				allgemein						Brücken			
				H		HZ		S		H		HZ	
λ	σ_{Ki} kp/cm²	σ_K kp/cm²	$\varkappa$	zul σ_c kp/cm²	erf ν_K	zul σ_c kp/cm²	erf ν_K	zul σ_c kp/cm²	erf ν_K	zul σ_c kp/cm²	erf ν_K	zul σ_c kp/cm²	erf ν_K
20	51815	3592	,069	2276	1,58	2560	1,40	2845	1,26	2208	1,63	2484	1,45
30	23029	3578	,155	2200	1,63	2475	1,45	2750	1,30	2098	1,71	2360	1,52
40	12954	3553	,274	2103	1,69	2366	1,50	2629	1,35	1967	1,81	2213	1,61
50	8290	3511	,423	1978	1,78	2225	1,58	2472	1,42	1812	1,94	2039	1,72
60	5757	3439	,597	1816	1,89	2043	1,68	2270	1,52	1636	2,10	1840	1,87
70	4230	3317	,784	1624	2,04	1827	1,82	2030	1,63	1449	2,29	1630	2,03
80	3238	3093	,955	1420	2,18	1598	1,94	1775	1,74	1265	2,45	1423	2,17
90	2559	2559	1,000	1226	2,09	1379	1,85	1532	1,67	1024	2,50	1151	2,22
100	2073	2073	1,000	1036	2,00	1166	1,78	1295	1,60	829	2,50	933	2,22
110	1713	1713	1,000	856	2,00	964	1,78	1070	1,60	685	2,50	771	2,22
120	1439	1439	1,000	720	2,00	810	1,78	900	1,60	576	2,50	648	2,22
130	1226	1226	1,000	613	2,00	690	1,78	766	1,60	491	2,50	552	2,22
140	1057	1057	1,000	529	2,00	595	1,78	661	1,60	423	2,50	476	2,22
150	921	921	1,000	461	2,00	518	1,78	576	1,60	368	2,50	415	2,22
84,833	2880	2880	1,000	1324	2,17	1490	1,93	1655	1,74	1152	2,50	1296	2,22

Tabelle 1d, St 45/60

λ	σ_{Ki} kp/cm²	σ_K kp/cm²	$\varkappa$	H zul σ_c kp/cm²	H erf ν_K	HZ zul σ_c kp/cm²	HZ erf ν_K	S zul σ_c kp/cm²	S erf ν_K
20	51815	4487	,087	2669	1,68	3025	1,48	3381	1,33
30	23029	4463	,194	2560	1,75	2901	1,54	3242	1,38
40	12954	4420	,341	2425	1,83	2749	1,61	3072	1,44
50	8290	4341	,524	2252	1,93	2552	1,70	2853	1,52
60	5757	4200	,730	2040	2,06	2312	1,82	2585	1,63
70	4230	3930	,929	1792	2,19	2031	1,94	2270	1,73
80	3238	3238	1,000	1546	2,10	1752	1,85	1958	1,66
90	2559	2559	1,000	1279	2,00	1439	1,76	1599	1,60
100	2073	2073	1,000	1036	2,00	1166	1,78	1295	1,60
110	1713	1713	1,000	856	2,00	964	1,78	1070	1,60
120	1439	1439	1,000	720	2,00	810	1,78	900	1,60
130	1226	1226	1,000	613	2,00	690	1,78	766	1,60
140	1057	1057	1,000	529	2,00	595	1,78	661	1,60
150	921	921	1,000	461	2,00	518	1,78	576	1,60
75,877	3600	3600	1,000	1646	2,19	1865	1,93	2084	1,73

für Bild 9c:

$$y_M = e + \frac{J_1}{J_y} \cdot h$$

$$C_M = \frac{h^2}{3} \cdot \frac{J_1{}^2 + 2\,J_1 \cdot J_3}{J_y}$$

$$J_D = \frac{1}{3}\,(2\,b_1 t_1{}^3 + b_3 t_3{}^3)$$

Hierbei bedeutet:

J_1, J_2 und J_3 die auf die Symmetrieachse y – y bezogenen Trägheitsmomente der Querschnittsteile F_1, F_2 und F_3 nach Bild 9a bis 9c.

7.5.2.2. Die in Abschnitt 7.5.2. angegebene Formel für den ideellen Schlankheitsgrad entspricht mit $\beta = \beta_0 = 1$ der "Gabellagerung" beider Stabenden. Hierbei sind die Verdrehungen und Verschiebungen der Endstirnflächen in ihrer Ebene ausgeschlossen. Dagegen kann sich jede Endstirnfläche sowohl um ihre y-Achse als auch um ihre x-Achse frei verdrehen, und außerdem kann sich jede Endstirnfläche in Richtung der Stabachse frei verwölben.

Bei $\beta = \beta_0 = 0{,}5$ liegt dagegen volle Einspannung gegen Verbiegung um die y-Achse und Wölbverhinderung der Endstirnflächen des Stabes vor. Weichen die Randbedingungen des Stabes von denjenigen der Gabellagerung dadurch ab, daß die Stabenden gegen Verbiegung um die y-Achse elastisch eingespannt sind, so ist $0{,}5 < \beta < 1$; besteht die Abweichung darin, daß die Verwölbung der Endstirnflächen des Stabes elastisch behindert ist, so ist $0{,}5 < \beta_0 < 1$. In praktischen Fällen darf oft angenommen werden, daß $0{,}5 < \beta < 1$ und $\beta_0 = 0{,}5$ ist.

7.5.3. Bei punkt- und doppelsymmetrischen Querschnitten, siehe Abschnitt 3.2., ist der Stab auf Drillknicken zu untersuchen, wenn $i_p > c$ ist. Dann geht die in Abschnitt 7.5.2. angegebene Formel für den ideellen Schlankheitsgrad über in:

$$\lambda_{Vi} = \frac{\beta s}{i_y} \cdot \frac{i_p}{c} = \sqrt{\frac{J_x + J_y}{\dfrac{C_M}{(\beta_0 \cdot s_0)^2} + 0{,}039\,J_D}}$$

7.6. Druckstäbe mit veränderlicher Querschnittshöhe

Druckstäbe mit gleichbleibender Normalkraft und angenähert gleichbleibender Querschnittsfläche (F), jedoch veränderlicher Querschnittshöhe – und zwar sowohl einteilige Stäbe mit I-Querschnitt als auch zwei- oder vierteilige Stäbe, siehe Bild 10 – dürfen wie Stäbe mit dem gleichbleibenden Querschnittsträgheitsmoment $J = c \cdot \max J$ berechnet werden, wobei c aus der Tabelle 2 zu entnehmen ist. Diese Tabelle enthält die Hilfsgröße

$$\nu = \sqrt{\frac{J_0}{J_1}} = \sqrt{\frac{\min J}{\max J}}$$

und gilt nur für gelenkig gelagerte Stäbe mit $J_0 \geqq 0{,}01 \cdot J_1$. Für Stäbe mit $s_1 \geqq 0{,}8 \cdot s$ darf $c = 1$ gesetzt werden, und bei Stäben, bei denen s_1 zwischen den Werten $0{,}5 \cdot s$ und $0{,}8 \cdot s$ liegt, darf c geradlinig zwischengeschaltet werden. Ein anderes Näherungsverfahren zur Bestimmung von J wird in Abschnitt 13.1.2. angegeben.

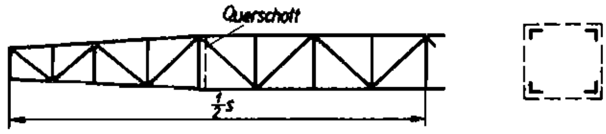
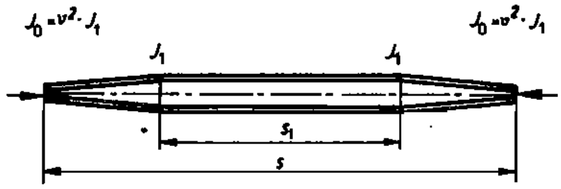


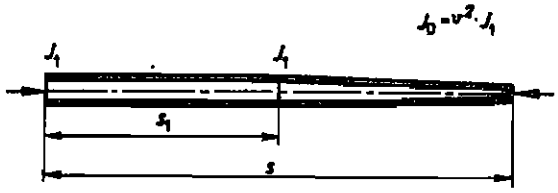
Bild 10

Tabelle 2 c-Werte



Für alle $s_1 \leqq 0{,}5 \cdot s$ und $0{,}1 \leqq \upsilon \leqq 1$

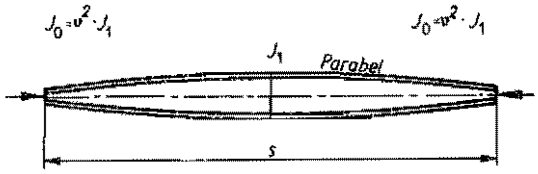
$$c = (0{,}17 + 0{,}33 \cdot \upsilon + 0{,}5 \cdot \sqrt{\upsilon}) + \frac{s_1}{s} \cdot (0{,}62 + \sqrt{\upsilon} - 1{,}62 \cdot \upsilon)$$



Für alle $s_1 \leqq 0{,}5 \cdot s$ und $0{,}1 \leqq \upsilon \leqq 1$

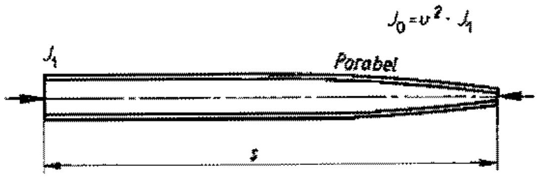
$$c = (0{,}08 + 0{,}92 \cdot \upsilon) + \left(\frac{s_1}{s}\right)^2 \cdot (0{,}32 + 4 \cdot \sqrt{\upsilon} - 4{,}32 \cdot \upsilon)$$

Fortsetzung der Tabelle Seite 32



Für alle $0{,}1 \leqq \upsilon \leqq 1$

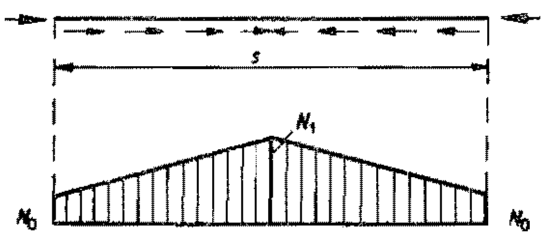
$c = 0{,}48 + 0{,}02 \cdot \upsilon + 0{,}5 \cdot \sqrt{\upsilon}$



Für alle $0{,}1 \leqq \upsilon \leqq 1$

$c = 0{,}18 + 0{,}32 \cdot \upsilon + 0{,}5 \cdot \sqrt{\upsilon}$

Tabelle 3 Knicklänge s_K



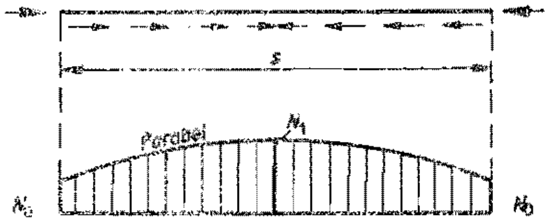
1. Beiderseits gelenkig gelagert:

$$s_K = s \cdot \sqrt{\frac{1 + 2{,}18 \cdot N_0/N_1}{3{,}18}}$$

2. Beiderseits fest eingespannt:

$$s_K = s \cdot \sqrt{\frac{1 + 0{,}93 \cdot N_0/N_1}{7{,}72}}$$

Fortsetzung der Tabelle Seite 33

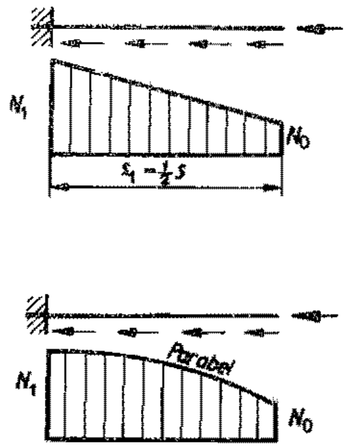


3. Beiderseits gelenkig gelagert:

$$s_K = s \cdot \sqrt{\frac{1 + 1{,}09 \cdot N_0/N_1}{2{,}09}}$$

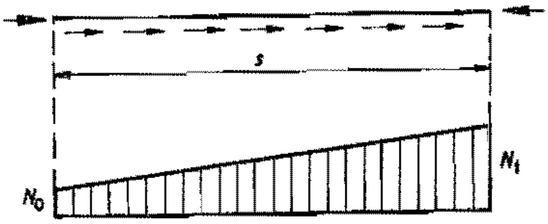
4. Beiderseits fest eingespannt:

$$s_K = s \cdot \sqrt{\frac{1 + 0{,}35 \cdot N_0/N_1}{5{,}40}}$$



5. Die Formeln (1) und (3) können sinngemäß auch bei der Bemessung von Stäben angewandt werden, die an dem einen Ende eingespannt und an dem anderen Ende frei verschieblich sind, wobei N_0 am freien und N_1 am eingespannten Ende wirkt. Für s ist dann die doppelte Stablänge einzusetzen.

Fortsetzung der Tabelle Seite 34



6. Beiderseits gelenkig gelagert:

$$s_K = s \cdot \sqrt{\frac{1 + 0{,}88 \cdot N_0/N_1}{1{,}88}}$$

7. Beiderseits fest eingespannt:

$$s_K = s \cdot \sqrt{\frac{1 + 0{,}93 \cdot N_0/N_1}{7{,}72}}$$

8. Auf der Seite von N_1 gelenkig gelagert und

auf der Seite von N_0 fest eingespannt:

$$s_K = s \cdot \sqrt{\frac{1 + 0{,}51 \cdot N_0/N_1}{3{,}09}}$$

9. Auf der Seite von N_1 fest eingespannt und

auf der Seite von N_0 gelenkig gelagert:

$$s_K = s \cdot \sqrt{\frac{1 + 1{,}65 \cdot N_0/N_1}{5{,}42}}$$

Anmerkung:

Die Formeln gelten für alle $N_0/N_1 \leqq 1$. Sie dürfen auch angewandt werden, wenn N_0 eine Zugkraft ist, die den Wert $0{,}2 \cdot N_1$ nicht überschreitet; in den Formeln ist dann das Pluszeichen durch ein Minuszeichen zu ersetzen.

Bei den zwei- und vierteiligen Stäben ist auch der Abschnitt 8. der TGL 13 503 Bl. 1 zu beachten. Bei den einteiligen Stäben mit I-Querschnitt ist die geringfügig veränderliche Querschnittsfläche (F) durch einen Mittelwert zu ersetzen; einteilige Stäbe mit stark veränderlicher Querschnittsfläche (F) sind nach Abschnitt 7.8. zu berechnen.

7.7. Druckstäbe mit veränderlicher Normalkraft

7.7.1. Greifen an einem geraden Stab von unveränderlichem Querschnitt stetig verteilte Axialkräfte an, die im Stab eine geradlinige oder parabolische Normalkraftverteilung mit dem Größtwert N_1 hervorrufen, so darf der Stab nach Abschnitt 7. der TGL 13 503 Bl.1, wie der Stab mit der Knicklänge (s_K) berechnet werden, der an beiden Enden mit der Druckkraft (N_1) belastet ist und daher die gleichbleibende Normalkraft (N_1) hat. Die Knicklänge (s_K) darf hierbei der Tabelle 3 entnommen werden. Vorausgesetzt ist, daß alle am Stab angreifenden Kräfte ihre Richtung auch während des Ausknickens des Stabes beibehalten; diese Voraussetzung darf in der Regel als erfüllt angesehen werden bei Druckgurten von Fachwerkträgern, die ausnahmsweise keine Querstützung erfahren und daher rechtwinklig zur Fachwerkebene ausknicken können.

7.7.2. Ändern die am Stab angreifenden Kräfte ihre Richtung während des Ausknickens so, daß die Wirkungsgeraden dieser Kräfte dauernd mit den T a n g e n t e n der Biegelinie des ausknickenden Stabes zusammenfallen, so erhält man für s_K andere Werte, siehe Abschnitt 6.2. Die in der Tabelle 3 angegebenen 1., 3. und 6. Näherungsformeln nehmen dann beispielsweise die Form an:

$$s_K = s \cdot \sqrt{\frac{1 + 0{,}40 \cdot N_0/N_1}{1{,}40}}$$

bzw.: $$s_K = s \cdot \sqrt{\frac{1 + 0{,}14 \cdot N_0/N_1}{1{,}14}}$$

bzw.: $$s_K = s \cdot \sqrt{\frac{1 + 0{,}92 \cdot N_0/N_1}{1{,}92}}$$

7.8. Druckstäbe mit feldweise veränderlichem Querschnitt, feldweise veränderlicher Normalkraft und federnder Querstützung

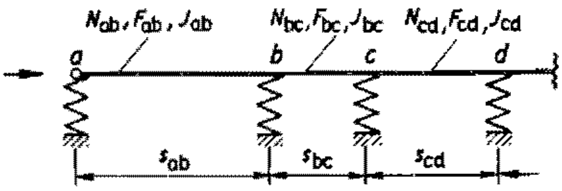


Bild 11a

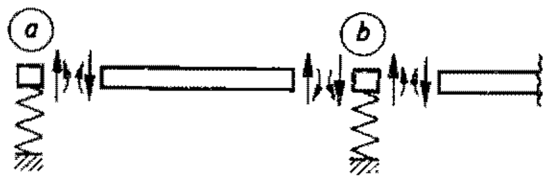


Bild 11b

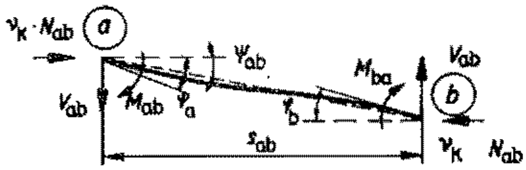


Bild 11c

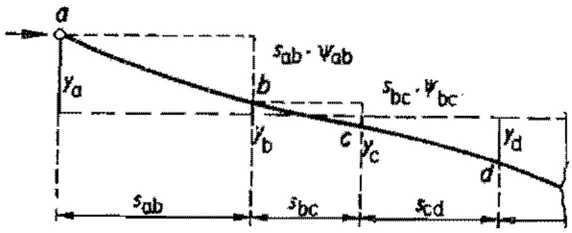


Bild 11d

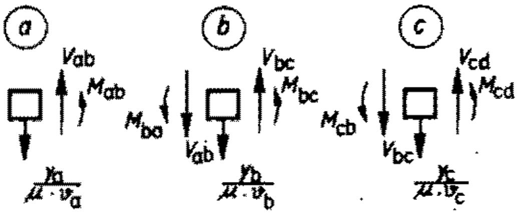


Bild 11e

7.8.1. Zur Herleitung der Knickbedingung wird der Stabzug, siehe Bild 11a, an beiden Seiten der Querstützen durchschnitten, so daß er in einzelne Stäbe und verschwindend kleine Knotenstücke zerfällt, siehe Bild 11b.

Im Stab a b, der vom Knoten a zum Knoten b reicht und die Länge s_{ab}, die Normalkraft N_{ab} und die Querschnittsfläche F_{ab} mit dem beim Ausknicken zur Geltung kommenden Hauptträgheitsmoment J_{ab} hat, entstehen beim Ausknicken die beiden Endmomente M_{ab}, M_{ba} und die Endquerkraft V_{ab}. Diese drei Wirkungsgrößen sind mit den beim Ausknicken auftretenden Verdrehungswinkeln φ_a, φ_b, ψ_{ab}, siehe Bild 11c, verknüpft durch drei Grundbeziehungen

$$\left.\begin{aligned} M_{ab} &= A_{ab} \cdot \varphi_a + B_{ab} \cdot \varphi_b - (A_{ab} + B_{ab}) \cdot \psi_{ab} \\ M_{ba} &= A_{ab} \cdot \varphi_b + B_{ab} \cdot \varphi_a - (A_{ab} + B_{ab}) \cdot \psi_{ab} \\ V_{ab} &= \nu_K \cdot N_{ab} \cdot \psi_{ab} + \frac{1}{s_{ab}} (A_{ab} + B_{ab}) \cdot (\varphi_a + \varphi_b - 2\,\psi_{ab}) \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

wobei ν_K die Engeßer sche Knicksicherheitszahl des Stabzuges darstellt. Ist der Stab a b im Endpunkt a oder im Endpunkt b gelenkig gelagert, so lauten die Grundbeziehungen

$$\left.\begin{aligned} & M_{ab} = 0, \quad M_{ba} = C_{ab} \cdot (\varphi_b - \psi_{ab}) \\ & V_{ab} = \nu_K \cdot N_{ab} \cdot \psi_{ab} + \frac{C_{ab}}{s_{ab}} (\varphi_b - \psi_{ab}) \\ \text{bzw.:} \quad & M_{ab} = C_{ab} \cdot (\varphi_a - \psi_{ab}), \quad M_{ba} = 0, \\ & V_{ab} = \nu_K \cdot N_{ab} \cdot \psi_{ab} + \frac{C_{ab}}{s_{ab}} (\varphi_a - \psi_{ab}) \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Bei der Berechnung der Hilfsgrößen

$$A_{ab} = \alpha_{ab} \cdot \frac{T_{ab} J_{ab}}{s_{ab}}, \quad B_{ab} = \beta_{ab} \cdot \frac{T_{ab} J_{ab}}{s_{ab}},$$

$$C_{ab} = \gamma_{ab} \cdot \frac{T_{ab} J_{ab}}{s_{ab}}$$

sind die Faktoren α_{ab}, β_{ab}, γ_{ab} aus der Tabelle 4 zu entnehmen für die Kennzahl

$$\varepsilon_{ab} = s_{ab} \cdot \sqrt{\frac{\nu_K \cdot N_{ab}}{T_{ab} \; J_{ab}}}$$

Hierbei ist:

$$\alpha = \frac{\varepsilon \cdot \sin \varepsilon - \varepsilon^2 \cos \varepsilon}{2 (1 - \cos \varepsilon) - \varepsilon \sin \varepsilon}$$

$$\beta = \frac{\varepsilon^2 - \varepsilon \sin \varepsilon}{2 (1 - \cos \varepsilon) - \varepsilon \sin \varepsilon}$$

$$\gamma = \frac{\alpha^2 - \beta^2}{\alpha} = \frac{\varepsilon^2 \sin \varepsilon}{\sin \varepsilon - \varepsilon \cos \varepsilon}$$

und T_{ab} der nach Abschnitt 7.4. zu berechnende, der Knickspannung

$$\sigma_{ab} = \nu_K \cdot \frac{N_{ab}}{F_{ab}}$$

zugeordnete Knickmodul.

Tabelle 4 α, β, γ - Faktoren

ε	α	β	γ
0,00	4,000	2,000	3,000
0,10	3,999	2,000	2,998
0,20	3,995	2,001	2,992
0,30	3,988	2,003	2,982
0,40	3,979	2,005	2,968
0,60	3,952	2,012	2,927
0,80	3,914	2,022	2,870
1,00	3,865	2,034	2,794
1,20	3,804	2,050	2,699
1,40	3,732	2,070	2,584
1,60	3,647	2,093	2,446
1,80	3,548	2,120	2,282
2,00	3,436	2,152	2,088
2,20	3,309	2,189	1,861
2,40	3,166	2,233	1,591
2,60	3,005	2,283	1,270
2,80	2,825	2,343	0,883
3,00	2,624	2,412	0,408
π	2,467	2,467	0
3,20	2,399	2,492	- 0,191
3,40	2,146	2,588	- 0,974
3,60	1,862	2,702	- 2,059
3,80	1,540	2,838	- 3,691
4,00	1,173	3,004	- 6,518
4,20	0,751	3,207	- 12,947
4,40	0,259	3,462	- 45,982
4,4934	0	3,603	$\mp\ \infty$
4,60	- 0,323	3,787	44,007
4,80	- 1,029	4,211	16,207
5,00	- 1,909	4,785	10,084
5,20	- 3,052	5,592	7,196
5,40	- 4,625	6,798	5,365
5,60	- 6,992	8,759	3,980
5,80	- 11,111	12,428	2,791
6,00	- 20,637	21,454	1,665
6,20	- 74,361	74,616	0,510
2π	$-\infty$	∞	0

Ähnliche Beziehungen, wie sie hier für den Stab $\overline{ab}$ angegeben wurden, sind auch für die Stäbe $\overline{bc}$, $\overline{cd}$, $\overline{de}$ ... aufzustellen. Von den in den Knotenpunkten angreifenden äußeren Kräften ist vorausgesetzt, daß sie ihre Richtung während des Ausknickens des Stabzuges beibehalten. Die Normalkräfte (N) sind als Druckkräfte vorausgesetzt und mit ihren Absolutwerten einzusetzen. Kommt eine Zugkraft vor, so ist sie durch N = 0 zu ersetzen. Alle Kräfte sind in Mp und alle Längen in cm auszudrücken. Die Endmomente und die Verdrehungswinkel zählen im Uhrzeigersinn positiv; das Kräftepaar der positiven V_{ab} versucht den Stab entgegen dem Uhrzeiger zu verdrehen, siehe Bild 11c.

7.8.2. Auf das Knotenstück b wirken nicht nur die Reaktionen der Stabendmomente M_{ba}, M_{bc} und der Stabendquerkräfte V_{ab}, V_{bc} ein, sondern auch die von der federnden Querstützung ausgeübte Stützkraft

$$\frac{y_b}{\mu \cdot v_b} ;$$

hierbei bedeuten y_b die beim Ausknicken des Stabes, siehe Bild 11d, auftretende Verschiebung des Knotens b, v_b die "bezogene Verschiebung" der am Knoten b angeschlossenen federnden Querstütze, das ist die Verschiebung in cm, die bei Einwirkung der Kraft 1 Mp auftritt, und die für alle Querstützen gemeinsame Stützensicherheitszahl. Ähnliche Beziehungen gelten auch für die Knotenstücke a, c, d ..... Für alle diese Knotenstücke können die Verdrehungs- und Verschiebungs-Gleichgewichtsbedingungen, siehe Bild 11e, ganz "mechanisch" angeschrieben werden; die ersten lauten der Reihe nach

$$M_{ab} = 0, \quad M_{ba} + M_{bc} = 0, \quad M_{cb} + M_{cd} = 0 \quad ... \tag{3}$$

und die letzteren der Reihe nach

$$- V_{ab} + \frac{y_a}{\mu \cdot v_a} = 0, \quad V_{ab} - V_{bc} + \frac{y_b}{\mu \cdot v_b} = 0 \quad ... \tag{4}$$

Nach Einführung der drei Grundbeziehungen (1) und Beachtung der aus Bild 11d ablesbaren Beziehungen

$$y_b = y_a - s_{ab} \cdot \psi_{ab}, \quad y_c = y_a - s_{ab} \cdot \psi_{ab} - s_{bc} \cdot \psi_{bc}, \quad ... \tag{5}$$

gehen diese Gleichgewichtsbedingungen über in lineare, homogene Gleichungen für die Knotendrehwinkel φ_b, φ_c, ..., die Stabsehnendrehwinkel ψ_{ab}, ψ_{bc}, ... und die Knotenverschiebung y_a. Die gleich N u l l gesetzte Koeffizientendeterminante dieses Gleichungssystems stellt die gesuchte Knickbedingung dar. Sie darf für $\mu = 1$ durch Probieren nach der kleinsten positiven Zahl ν_K des untersuchten Stabzuges aufgelöst werden. In den Fällen federnder Querstützung darf sie - was weniger Aufwand an Rechenarbeit erfordert - für eine g e g e b e n e Knicksicherheitszahl ν_K nach der kleinsten positiven Zahl μ, der Stützensicherheitszahl für die gegebene K n i c k b e l a s t u n g aufgelöst werden; ergibt sich $\mu \geqq 1$, so ist die in die Knickbedingung eingesetzte Knicksicherheitszahl ν_K erreicht oder überschritten, also jedenfalls gewährleistet.

7.8.3. Die in Abschnitt 7.8.2. erwähnte Knickbedingung darf nicht nur durch Ausrechnen und Nullsetzen der Koeffizientendeterminante, sondern auch - was meistens vorgezogen wird - durch schrittweise Elimination der Unbekannten gewonnen werden.

Die in Abschnitt 7.8.2. erwähnten linearen und homogenen Gleichungen sind hierbei durch eine von Null verschiedene Unbekannte, beispielsweise ψ_{ab} oder φ_a, zu dividieren, und die so entstehenden Quotienten der Unbekannten sind als n e u e U n b e k a n n t e $x, y, \xi, \eta, \ldots$ aufzufassen. Diese neuen Unbekannten werden aus dem Gleichungssystem der Reihe nach eliminiert; die letzte so erhaltene Gleichung enthält nur noch die beiden Parameter ν_K, μ und stellt die gesuchte Knickbedingung dar.

7.8.4. Für den in Bild 12a dargestellten Druckstab lauten die in Abschnitt 7.8.2. erwähnten linearen und homogenen Gleichungen

$$\left\{\begin{array}{l} C_{ab}\,(\varphi_b - \psi_{ab}) + C_{bc}\,(\varphi_b - \psi_{bc}) = 0 \\[2ex] s_{ab}\cdot\psi_{ab} + s_{bc}\,\psi_{bc} - \mu\, v_a\left[\nu_K\cdot N_{ab}\,\psi_{ab} + \dfrac{C_{ab}}{s_{ab}}\,(\varphi_b - \psi_{ab})\right] = 0 \\[2ex] s_{bc}\cdot\psi_{bc} + \mu\cdot v_b\left\{\nu_K\cdot N_{ab}\cdot\psi_{ab} + \dfrac{C_{ab}}{s_{ab}}\,(\varphi_b - \psi_{ab}) -\right. \\[2ex] \quad\left.\nu_K\cdot N_{bc}\cdot\psi_{bc} - \dfrac{C_{bc}}{s_{bc}}\,(\varphi_b - \psi_{bc})\right\} = 0 \end{array}\right.$$

Die erste Gleichung folgt aus (3) und (2), die beiden anderen folgen aus (4), (5) und (2).

Für einen Druckstab nach Bild 12b ist in diesen Gleichungen $v_a = 0$ zu setzen und für einen Druckstab nach Bild 12c ist außerdem auch noch $1/v_b = 0$ zu setzen. Nach Division der drei Gleichungen durch ψ_{ab} und Elimination der neuen Unbekannten

$$x = \frac{\varphi_b}{\psi_{ab}}, \qquad \xi = \frac{\psi_{bc}}{\psi_{ab}},$$

siehe Abschnitt 7.8.3., erhält man die Knickbedingung.

Im Fall Bild 12d ist in den drei angeschriebenen Gleichungen $v_a = v_b = 0$ zu setzen, so daß sich $\psi_{ab} = \psi_{bc} = 0$ und daher als Knickbedingung einfach $C_{ab} + C_{bc} = 0$ ergibt.

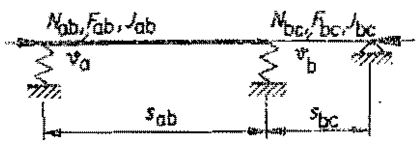


Bild 12a

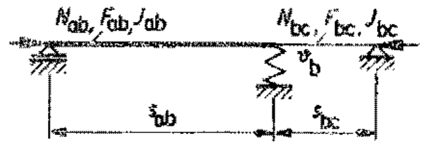


Bild 12b

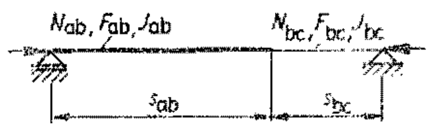


Bild 12c

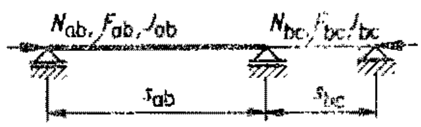


Bild 12d

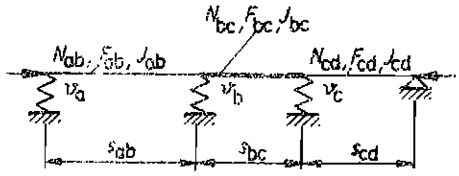


Bild 12e

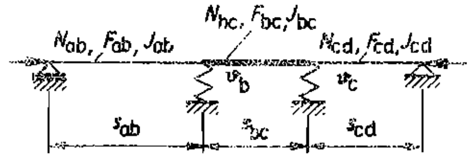


Bild 12f

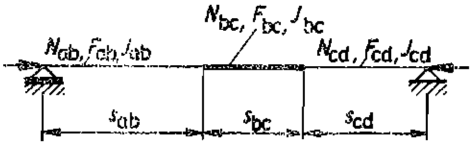


Bild 12g

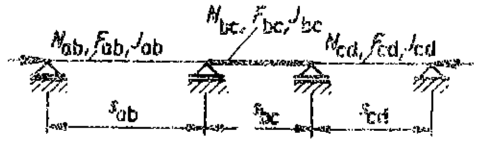


Bild 12h

7.8.5. Für den in Bild 12e dargestellten Druckstab lauten die in Abschnitt 7.8.2. erwähnten linearen und homogenen Gleichungen

$$\left\{\begin{aligned}
&C_{ab}\,(\varphi_b - \psi_{ab}) + A_{bc}\cdot\varphi_b + B_{bc}\cdot\varphi_c - (A_{bc} + B_{bc})\,\psi_{bc} = 0,\\
&A_{bc}\cdot\varphi_c + B_{bc}\cdot\varphi_b - (A_{bc} + B_{bc})\,\psi_{bc} + C_{cd}\,(\varphi_c - \psi_{cd}) = 0,\\
&s_{ab}\cdot\psi_{ab} + s_{bc}\cdot\psi_{bc} + s_{cd}\cdot\psi_{cd} - \mu\cdot v_a\left[\nu_K\cdot N_{ab}\cdot\psi_{ab} + \frac{C_{ab}}{s_{ab}}\,(\varphi_b - \psi_{ab})\right] = 0,\\
&s_{bc}\cdot\psi_{bc} + s_{cd}\cdot\psi_{cd} + \mu\cdot v_b\left[\nu_K\cdot N_{ab}\cdot\psi_{ab} + \frac{C_{ab}}{s_{ab}}\,(\varphi_b - \psi_{ab}) - \nu_K\cdot N_{bc}\cdot\psi_{bc}\right.\\
&\qquad\left. - \frac{1}{s_{bc}}\,(A_{bc} + B_{bc})\,(\varphi_b + \varphi_c - 2\,\psi_{bc})\right] = 0,\\
&s_{cd}\cdot\psi_{cd} + \mu\cdot v_c\left[\nu_K\cdot N_{bc}\cdot\psi_{bc} + \frac{1}{s_{bc}}\,(A_{bc} + B_{bc})\,(\varphi_b + \varphi_c - 2\,\psi_{bc})\right.\\
&\qquad\left. - \nu_K\cdot N_{cd}\cdot\psi_{cd} - \frac{C_{cd}}{s_{cd}}\,(\varphi_c - \psi_{cd})\right] = 0.
\end{aligned}\right.$$

Die beiden ersten Gleichungen folgen aus (3), (2) und (1), die drei weiteren folgen aus (4), (5), (2) und (1).

Für einen Druckstab nach Bild 12f ist in diesen Gleichungen $v_a = 0$ zu setzen, und für einen Druckstab nach Bild 12g ist außerdem auch noch

$$\frac{1}{v_b} = \frac{1}{v_c} = 0$$

zu setzen.

Nach Division der fünf Gleichungen durch ψ_{ab} und Elimination der neuen Unbekannten

$$x = \frac{\varphi_b}{\psi_{ab}}, \quad y = \frac{\varphi_c}{\psi_{ab}}, \quad \xi = \frac{\psi_{bc}}{\psi_{ab}}, \quad \eta = \frac{\psi_{cd}}{\psi_{ab}},$$

siehe Abschnitt 7.8.3., erhält man die Knickbedingungen. Im Fall Bild 12h ist in den obenstehenden Gleichungen $v_a = v_b = v_c = 0$ zu setzen, so daß sich $\psi_{ab} = \psi_{bc} = \psi_{cd} = 0$ und nach Division durch φ_b als einzige Unbekannte

$$x = \frac{\varphi_c}{\varphi_b}$$

ergibt; die Elimination dieser Unbekannten führt zur Knickbedingung $(A_{bc} + C_{ab}) \cdot (A_{bc} + C_{cd}) - B_{bc}^2 = 0.$

7.9. Tragsicherheitsnachweis planmäßig mittig gedrückter Stäbe nach der Theorie II. Ordnung

In den Fällen, in denen die ideale Knicklast (P_{Ki}) nicht bekannt ist oder nur durch sehr langwierige Rechnung ermittelt werden kann, darf bei Annahme eines idealelastisch-idealplastischen Spannungs-Dehnungsdiagramms des Baustahls der in Abschnitt 7.1. der TGL 13 503 Bl.1 geforderte Stabilitätsnachweis ersetzt werden durch den Nachweis, daß das Tragwerk unter der ν_{Ks}-fachen Belastung und unter Berücksichtigung des Einflusses der Verformungen auf das Kräftespiel, Theorie II. Ordnung, an keiner Stelle eine Spannung aufweist, die größer ist als die Fließgrenze. Um den Einfluß der baupraktisch unvermeidbaren Mängel, siehe Abschnitt 7.1.2. und 7.2.2., zu erfassen, sind auf Grund besonderer Erwägungen geeignete Außermittigkeiten des Kraftangriffes oder Verkrümmungen der Stabachse oder Querlasten zur Erzeugung dieser Verformung anzunehmen. Für die Fließgrenze des Baustahles sind die Normwerte und für ν_{Ks} die Werte nach Abschnitt 7.1.4. einzusetzen. Statt Erreichens der Fließspannung kann auch das Erreichen der Knick- oder Beulspannung eines Einzeltragteiles maßgebend werden.

Erläuterungen zu Abschnitt 8.3. und 10.11. der TGL 13 503 Bl.1

8.1. Querkraft

Die maßgebende Querkraft am Ende eines Stabes ist

$$Q_m = Q_a + N \sin \alpha$$

Hierbei bedeutet:

Q_a	Querkraft aus äußerer Belastung
N	Normalkraft im Gesamtstab
$\sin \alpha \approx v'$	Neigung der Stabachse am Auflager

Bei sin-förmiger Biegelinie

ist $\quad v'(o) = \frac{\pi}{l} v_m$

$$Q_m = Q_a + N \cdot \frac{\pi}{l} v_m$$

Bei symmetrischer Belastung muß sein

$$\frac{N}{F} + \frac{M + N\,v_m}{W_d} = \text{vorh}\,\sigma \leqq \text{zul}\,\sigma$$

oder

$$\sigma_c + \sigma_{bc} + \frac{N\,v_m}{W_d} = \text{vorh}\,\sigma = \sigma_c + (\sigma_c \mu_o + \sigma_{bo}) \cdot f$$

$$N\,v_m = W_d\,(\text{vorh}\,\sigma - \sigma_c - \sigma_{bc})$$

$$= W_d\,\left[\sigma_c\,\mu_o\,f + \sigma_{bo}\,(f - 1)\right]$$

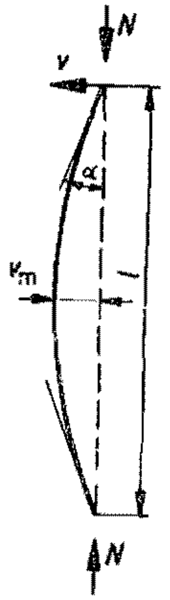


Bild 13a

Mit $W_d \approx F \cdot \frac{e}{2} = F \cdot i$ für zweiteiligen symmetrischen Querschnitt wird

$$Q_m = Q_a + \frac{\pi F}{\lambda}\left[\sigma_c \mu_o\,f + \sigma_{bo}\,(f - 1)\right]$$

$$Q_m = Q_a + N \cdot \frac{\pi \mu_o}{\lambda} \cdot f + \frac{\pi}{l}\,M\,(f - 1)$$

Für den planmäßig mittig gedrückten Stab folgt mit

$$Q_a = 0, \quad M = 0$$

$$Q_m = Q_i = N\,\pi \frac{\mu_o}{\lambda} \cdot f$$

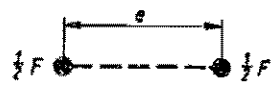


Bild 13b

Für λ ist λ_i zu setzen, und für l ist s_K zu setzen.

Für den Anteil des Momentes darf in $(f - 1)$ die Form der Momentenfläche nach Abschnitt 10.4. der TGL 13 503 Bl.1 berücksichtigt werden.

Die Funktion

$$\pi \frac{\mu_o}{\lambda}$$

ist im Bild 14a dargestellt.

Im Bild 14b ist der Maximalwert von Q_i / N angegeben unter der Voraussetzung, daß N = zul N ist. Die im Abschnitt 8.3.1. der TGL 13 503 Bl.1 angegebenen Näherungsformeln beruhen ebenfalls auf dieser Annahme.

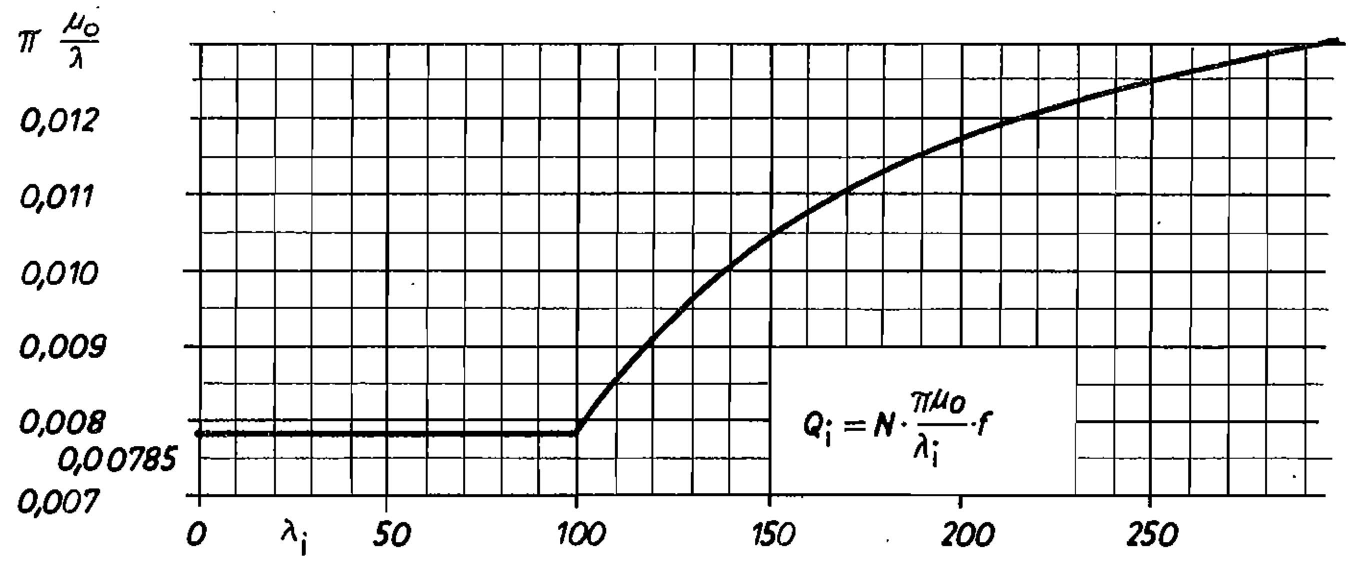


Bild 14a

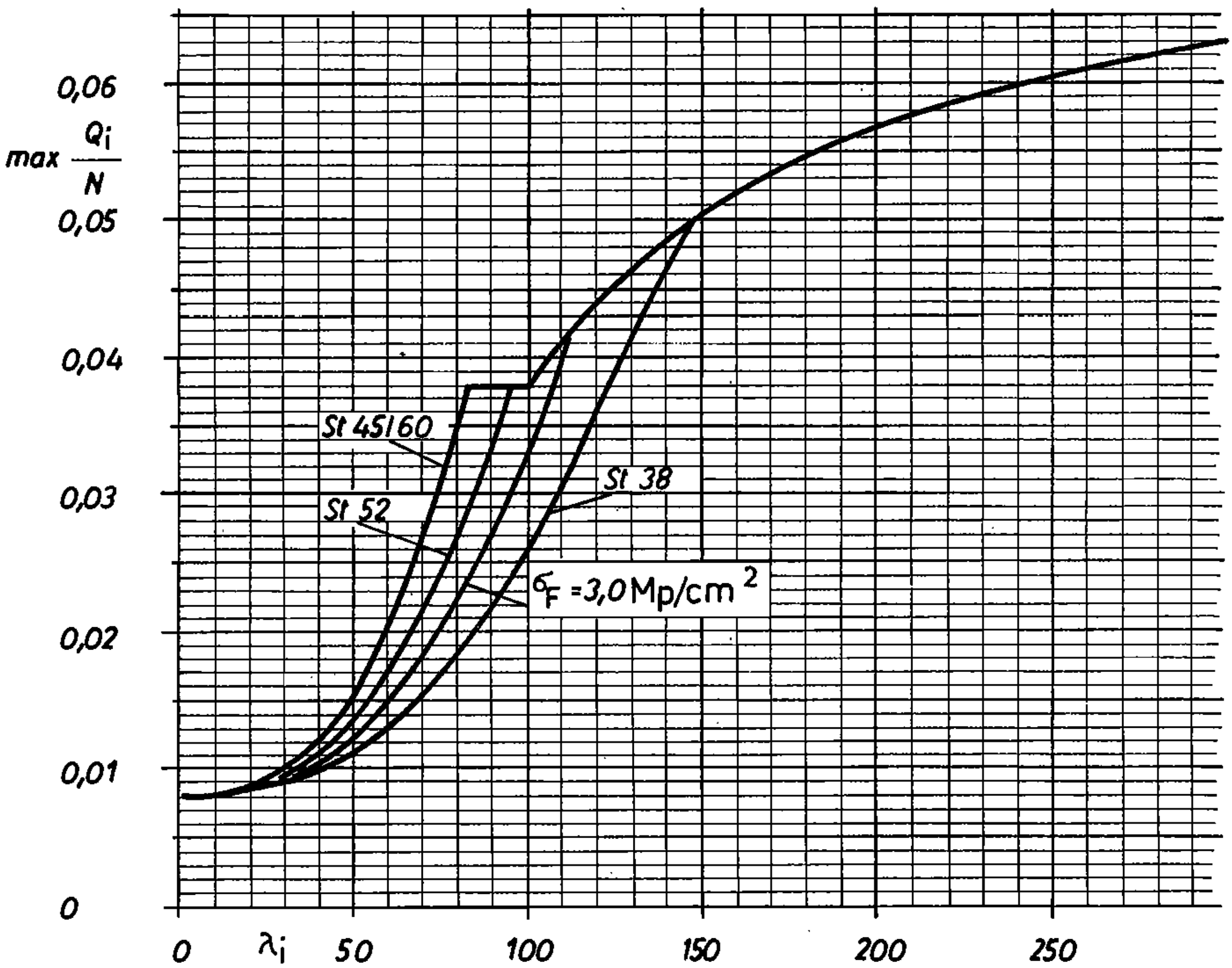


Bild 14b

Erläuterungen zu Abschnitt 10. der TGL 13 503 Bl.1

10.1. Biegedrillknickung planmäßig außermittig gedrückter Stäbe

10.1.1. Werden gerade Stäbe mit dünnwandigen, offenen und gleichbleibenden Querschnitten planmäßig außermittig gedrückt, so besteht die Gefahr der in Abschnitt 3. beschriebenen Biegedrillknickung. Liegt der Kraftangriff auf der Symmetrieachse in der Entfernung ± a vom Schwerpunkt, so darf die Bemessung von Stäben mit einfach-, punkt- und doppelsymmetrischen Querschnitten nach Abschnitt 7.1. der TGL 13 503 Bl.1 durchgeführt werden, wenn ihnen ein ideeller Schlankheitsgrad (λ_{V1}) zugeordnet wird.

10.1.2. Dieser ideelle Schlankheitsgrad ist zu berechnen nach der Formel:

$$\lambda_{V1} = \frac{\beta \cdot s}{i_y} \sqrt{\frac{c^2 + i_M^2 + a\,(r_x - 2\,y_M)}{2\,c^2} \cdot \left\{ 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4c^2 \left[i_p^2 + a\,(r_x - a) + 0{,}093\,(\beta^2/\beta_o^2 - 1)\,(a - y_M)^2 \right]}{\left[c^2 + i_M^2 + a\,(r_x - 2\,y_M) \right]^2}} \right\}}$$

Es ist stets das Vorzeichen der zweiten Wurzel zu wählen, das den größeren reellen Wert für λ_{V1} liefert. Die Werte i_M, i_p, y_M, c, s, s_o, β und β_c sind den Abschnitten 7.5.2. bis 7.5.2.2. zu entnehmen. Der Querschnittswert r_x hat die Größe:

$$r_x = \int \frac{y\,(x^2 + y^2) \cdot dF}{J_x}$$

und wird bei punkt- und doppelsymmetrischen Profilen zu Null.

Für Querschnitte nach Bild 9a und 9b wird:

$$r_x = \frac{1}{J_x} \left\{ y_M \cdot J_y + F_1 \cdot e^3 - F_2\,(h - e)^3 + \frac{t_3}{4} \left[e^4 - (h - e)^4 \right] \right\}$$

Für Querschnitte nach Bild 9c wird:

$$r_x = \frac{1}{J_x} \left\{ e\,(F_3 \cdot e^2 + J_3) + (2e - h) \cdot J_1 + \frac{t_1}{2} \left[e^4 - (h - e)^4 \right] \right\}$$

Für das aus den Hauptachsen gebildete Koordinatensystem können a, y_M und r_x positiv oder negativ sein.

10.1.3. Für $a = y_M$, das heißt für Kraftangriff im Schubmittelpunkt wird der ideelle Schlankheitsgrad:

$$\lambda_{V1} = \frac{\beta \cdot s}{i_y} \sqrt{\frac{i_M^2 + y_M\,(r_x - 2\,y_M)}{c^2}}$$

oder $\lambda_{v1} = \frac{\beta \cdot s}{i_y}$

Der größte Wert ist maßgebend, siehe Abschnitt 3.2.

10.1.4. Wird ein planmäßig außermittig gedrückter Stab seitlich gegen Ausbiegung gehalten, z. B. durch einen gelenkig angeschlossenen Längsverband, der vom der Stabachse den Abstand f in Richtung der y-Achse hat, dann ist die mögliche Biegedrillknickung von der Lage des Verbandes abhängig. Für diesen Fall wird der ideelle Schlankheitsgrad:

$$\lambda_{v1} = \frac{\beta \cdot s}{i_y} \sqrt{\frac{i_p^2 + f^2 + a\,(r_x - 2\,f)}{c^2 + (f - y_M)^2}}$$

Ist im besonderen

$$a = \frac{i_p^2 + f^2}{2\,f - r_x}$$

dann wird $\lambda_{v1} = 0$ und das Biegedrillknicken unmöglich.

10.2. Tragsicherheitsnachweis planmäßig außermittig gedrückter Stäbe nach der Theorie II. Ordnung

An Stelle des in Abschnitt 10.1. und 10.2. der TGL 13 503 Bl.1 geforderten Nachweises darf der Tragsicherheitsnachweis nach Theorie II. Ordnung auch in der Form erbracht werden, daß unter ν-facher Belastung und unter Berücksichtigung der Verformungen die größte Spannung die Fließgrenze nicht überschreitet. Die planmäßige und die ungewollte Vorverformung des Tragwerkes ist dabei mit zu berücksichtigen. Die Sicherheitszahlen (ν) sind Abschnitt 10.1. der TGL 13 503 Bl.1 zu entnehmen. Dieser Nachweis setzt voraus, daß nicht die Biegedrillknickung nach Abschnitt 10.1. maßgebend wird. Statt Erreichens der Fließspannung kann auch das Erreichen der Knick- oder Beulspannung eines Einzeltragteiles maßgebend werden, siehe Abschnitt 10.10. der TGL 13 503 Bl.1. Bei geringem Einfluß des Biegemomentes darf mit λ_{y1} und $\omega_1 = 1$ gerechnet werden, wenn die Bedingungen des Abschnittes 8.2.1.2. oder 8.2.3.1. der TGL 13 503 Bl.1 für s_1/i_1 erfüllt sind.

10.3. Querkräfte in mehrteiligen Druckstäben

Der Nachweis nach Abschnitt 10.11. der TGL 13 503 Bl.1 darf auch in der Form geführt werden, daß unter der ν-fachen Belastung mit Berücksichtigung der Verformung die ν-fache zulässige Last der einzelnen Bauteile und Anschlüsse nicht überschritten wird. Die Vorverformung des Tragwerkes (u) ist dabei mit zu berücksichtigen. Für im Fundament eingespannte mehrteilige Stützen ist folgende Näherungsrechnung zulässig:

Unter der gesamten Querlast (Q) müssen die zulässigen Spannungen eingehalten werden.

$$Q = H + \nu P \cdot \frac{2\,w}{l}$$

Hierbei bedeuten:

H äußere Querlast

P gesamte Vertikallast

ν nach TGL 13 503 Bl.1

l Stützenlänge

w gesamte waagerechte Verschiebung, die sich zusammensetzt aus den Anteilen aus vertikaler Last P:

$$w_P = \frac{l \cdot \Delta l}{2\,b}$$

Δl Verkürzung eines Stieles gegenüber dem anderen bei ungleicher Belastung aus horizontaler Last H:

$$w_H = \frac{H \cdot l^3}{3 \cdot EI}$$

Bei Fachwerkstützen darf näherungsweise $I = 0{,}7\ F\ (\frac{b}{2})^2$ angenommen werden, wobei F die Fläche beider Stiele ist.

Aus ungewollter Außermittigkeit (u)

$$u = \mu_0\ \frac{l^2}{e}, \qquad e \approx i \approx \frac{b}{2}$$

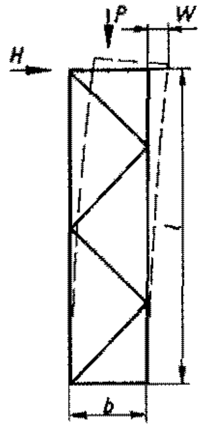


Bild 15

Für $\lambda \leqq 100$ wird $u = 0{,}25\ \frac{s_K}{100\ i} \cdot \frac{i^2}{e} = \frac{s_K}{400} = \frac{1}{200}$

$$w = w_P + w_H + u$$

Die Vergrößerungsfunktion (f) ist bei diesem Näherungsverfahren nicht berücksichtigt, weil sie bei geringer Schlankheit wenig Einfluß hat. Bei schlanken Stützen muß in einem zweiten Iterationsschritt die Verformung w korrigiert werden, indem näherungsweise Q als H angesetzt und w_H neu berechnet wird.

Erläuterungen zu Abschnitt 12. der TGL 13 503 Bl.1

12.1. Näherungsverfahren zur Knickberechnung der Druckgurte offener Brücken (Trogbrücken)

12.1.1. Bei offenen Fachwerkbrücken sind die einzelnen Stäbe des Druckgurtes auf Knicken aus der Hauptträgerebene mit der Knicklänge $s_K = \beta \cdot s$ zu berechnen. Dabei muß $\beta \geqq 1{,}2$ sein, weil sonst das Näherungsverfahren, dem die vereinfachende Annahme stetiger Verteilung gleichgroßen Bettungsdruckes, Rahmenwiderstand (H_1) geteilt durch Feldweite des Hauptträgers, zugrunde liegt, nicht mehr genau genug ist. Als obere Grenze empfiehlt sich aus konstruktiv-wirtschaftlichen Gründen $\beta = 3$. Innerhalb der Grenzen $1{,}2 \leqq \beta \leqq 3$ können große Werte β durch steife Gurte und schwache Rahmen, kleine Werte β durch schwache Gurte und steife Rahmen den gleichen Knickwiderstand des Druckgurtes gegen Knicken aus der Fachwerkebene erreichen.

12.1.2. Je nachdem, ob das Näherungsverfahren als Nachrechnung, z. B. einer bestehenden Brücke, oder als Neuberechnung, z. B. des Entwurfes einer Brücke, angewandt wird, sind zwei Wege zu unterscheiden, die sich nochmals unterteilen in den Fall a, bei dem die Endpunkte der Druckgurtungen rechtwinklig zur Hauptträgerebene unverrückbar sind und in den Fall b, bei dem auch die Endpunkte der Druckgurtungen rechtwinklig zur Hauptträgerebene durch Halbrahmen (Endrahmen) elastisch gestützt sind.

Erster Weg: N a c h r e c h n u n g d e s D r u c k g u r t e s.
In diesem Falle sind die Gurtquerschnittsflächen (F), die dazu gehörenden Trägheitsmomente (J_y) und die Druckkräfte (N) der einzelnen Stäbe bekannt. Um eine volle Ausnützung der zugrunde gelegten zulässigen Spannung (zul σ) zu ermöglichen, sind zunächst der Reihe nach für alle Gurtstäbe die Knickzahlen

$$\omega_y = \frac{F \cdot \text{zul}\ \sigma}{N}$$

zu berechnen und dann aus den Tabellen 1a bis 4b der TGL 13 503 Bl.1 die zugeordneten Schlankheitsgrade (λ_y) zu ermitteln. Für den größten dieser Schlankheitsgrade (λ_y) und dem betreffenden Baustahl liefert Tabelle 1 die maßgebende Knicksicherheitszahl ν_K. Anschließend sind die den einzelnen Gurtstäben zugeordneten Beiwerte aus

$$\beta = \frac{s_{Ky}}{s} = \frac{\lambda_y}{s} \sqrt{\frac{J_y}{F}}$$

zu berechnen und dann das arithmetische Mittel β_m dieser Werte zu bilden. Damit sind alle Größen bekannt, die nach der E n g e ß e r - Formel zur Berechnung von

$$H_o = \frac{2{,}5 \cdot \nu_K}{\beta_m^2} \cdot \frac{\max N}{\min s}$$

nötig sind. Nun werden die Rahmenwiderstände H_1 und erforderlichenfalls H_2 in Mp/cm ermittelt. Sie ergeben sich als Kehrwerte der seitlichen Verschiebung infolge einer Seitenkraft gleich 1 Mp nach Bild 12 der TGL 13 503 Bl.1 und dürfen an Stelle einer genaueren Berechnung zu

$$H = \frac{1}{v} = \frac{E}{\dfrac{h_v^3}{3\ J_v} + \dfrac{h^2\ b_q}{2\ J_q}}$$

berechnet werden, worin für die über ihre Stab- oder Trägerlänge veränderlichen Trägheitsmomente J_v und J_q mittlere Werte einzusetzen sind. Um H in Mp/cm zu erhalten, sind h, h_v, b_q in cm und J_v, J_q in cm^4 einzuführen; für den Elastizitätsmodul gilt

$$E = 2100\ \text{Mp/cm}^2.$$

Fall a) Sind die Endpunkte der Druckgurtungen rechtwinklig zur Hauptträgerebene unverrückbar, so sind $H_2 = c_2 = \infty$, $c_1 = 1$, und es müssen nur die Widerstände H_1 der Zwischenrahmen berechnet werden. Ist keiner dieser Werte H_1 kleiner als der vorher nach der E n g e ß e r - Formel berechnete Wert H_o, so genügt die Seitensteifigkeit des Druckgurtes der TGL 13 503 Bl.1.

Fall b) Sind auch die Endpunkte der Druckgurtungen rechtwinklig zur Hauptträgerebene nur elastisch gestützt, so sind außer den Widerständen H_1 für die Zwischenrahmen auch noch die Widerstände H_2 für die Endrahmen zu berechnen. Mit dem kleinsten der Zwischenrahmenwiderstände min H_1 ergibt sich das Verhältnis

$$\alpha = \frac{\min H_1}{H_2}$$

mit dessen Hilfe die Beiwerte c_1 und c_2 aus

$$c_1 = \frac{1 + 0{,}6\ \alpha \cdot \beta_m}{2} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{1{,}44\ \alpha \cdot \beta_m}{(1 + 0{,}6\ \alpha \cdot \beta_m)^2}} \right]$$

$$c_2 = \frac{c_1}{\alpha}$$

berechnet werden können. Die Vorschriften sind erfüllt, wenn für jeden Zwischenrahmen

$$H_1 \geqq c_1 \cdot H_o$$

und für die Endrahmen

$$H_2 \geqq c_2 \cdot H_o$$

ist.

Zweiter Weg: N e u b e r e c h n u n g d e s D r u c k g u r t e s. In diesem Falle sind die einzelnen Druckgurtstäbe gegen Knicken in der Hauptträgerebene mit $s_{Kx} = s$ und gegen Knicken rechtwinklig zur Hauptträgerebene mit $s_{Ky} = \beta \cdot s$ zu bemessen, wobei man allen Druckstäben den gleichen Beiwert β zuordnet, der so gewählt werden darf, daß $1{,}20 \leqq \beta \leqq 3{,}00$ ist. Nach der Wahl der Gurtquerschnitte sind für sämtliche Gurtstäbe die Knickzahlen

$$\omega_y = \frac{F \cdot \text{zul}\ \sigma}{N}$$

zu berechnen und den Tabellen 1a bis 4b der TGL 13 503 Bl.1 die entsprechenden Schlankheitsgrade (λ_y) zu entnehmen. Für den größten dieser Schlankheitsgrade (λ_y) und den betreffenden Baustahl liefert Tabelle 1 die maßgebende Knicksicherheitszahl ν_K. Anschließend sind die den einzelnen Gurtstäben zugeordneten Beiwerte β aus

$$\beta = \frac{s_{Ky}}{s} = \frac{\lambda_y}{s} \sqrt{\frac{J_y}{F}}$$

zu berechnen. Durch geeignete Wahl der Querschnittsgrößen F und J_y ist anzustreben, daß sich die den einzelnen Gurtstäben zugeordneten Beiwerte β nur wenig voneinander unterscheiden.

Als arithmetisches Mittel dieser β-Werte erhält man β_m. Damit sind alle Größen bekannt, die nach der E n g e ß e r - Formel zur Berechnung von

$$H_o = \frac{2{,}5\,\nu_K}{\beta_m^2} \cdot \frac{\max N}{\min s}$$

nötig sind.

Nun werden die Rahmenwiderstände H_1 und erforderlichenfalls H_2 in Mp/cm ermittelt. Sie ergeben sich als Kehrwert der seitlichen Verschiebung infolge einer Seitenkraft gleich 1 Mp nach Bild 12 der TGL 13 503 Bl. 1 und dürfen an Stelle einer genaueren Berechnung zu

$$H = \frac{1}{v} = \frac{E}{\frac{h_v^2}{3\,J_v} + \frac{h^2\,b_q}{2\,J_q}}$$

berechnet werden, worin für die über ihre Stab- oder Trägerlänge veränderlichen Trägheitsmomente J_v und J_q mittlere Werte einzusetzen sind. Um H in Mp/cm zu erhalten, sind h, h_v, b_q in cm und J_v, J_q in cm^4 einzuführen; für den Elastizitätsmodul gilt

$$E = 2100 \text{ Mp/cm}^2.$$

Fall a) Sind die Endpunkte der Druckgurtungen rechtwinklig zur Hauptträgerebene unverrückbar, so sind $H_2 = c_2 = \infty$, $c_1 = 1$, und es müssen nur die Widerstände H_1 der Zwischenrahmen berechnet werden. Ist keiner dieser Werte H_1 kleiner als der vorher nach der E n g e ß e r - Formel berechnete Wert H_o, so genügt die Seitensteifigkeit der Druckgurtung.

Fall b) Sind auch die Endpunkte der Druckgurtungen rechtwinklig zur Hauptträgerebene nur elastisch gestützt, so sind außer den Widerständen H_1 für die Zwischenrahmen auch noch die Widerstände H_2 für die Endrahmen zu berechnen. Es wird der Beiwert c_1 innerhalb der wirtschaftlich gebotenen Grenzen $1{,}1 < c_1 < 1{,}5$ gewählt, mit dem sich der Beiwert c_2 zu

$$c_2 = \frac{0{,}6\,c_1 - 0{,}36}{c_1 - 1} \cdot \beta_m$$

ergibt. Die Forderungen sind erfüllt, wenn für jeden Zwischenrahmen

$$H_1 \geqq c_1 \cdot H_o$$

und für die Endrahmen

$$H_2 \geqq c_2 \cdot H_o$$

ist.

Diese Beziehungen lassen erkennen, daß der Beiwert c_2 bei festgehaltenem β_m um so kleiner ist, je größer c_1 angenommen wird. Demnach können die Endrahmen um so weicher (leichter) sein, je steifer (schwerer) die Zwischenrahmen ausgebildet werden und umgekehrt. Die weichsten (leichtesten) Zwischenrahmen erhält man, wenn die Endpunkte der Druckgurtungen rechtwinklig zur Hauptträgerebene unverrückbar sind. Je steifer der Druckgurt ausgebildet wird, um so weicher dürfen die Halbrahmen sein.

Ergeben sich für den Widerstand H_2 der Endrahmen zu große Werte, sind also danach die Endrahmen zu schwer, so ist die Rechnung mit einem größeren Beiwert c_1 innerhalb der Grenzen $1,1 < c_1 < 1,5$ zu wiederholen, wodurch die Zwischenrahmen schwerer werden. Ergeben sich sowohl Endrahmen als auch Zwischenrahmen zu schwer, so ist der Beiwert β innerhalb der Grenzen $1,2 \leq \beta \leq 3,0$ größer zu wählen, wodurch der Druckgurt steifer, also J_y größer wird. Ein Wert $c_1 > 1,5$ kommt in Betracht, wenn trotz hohem Wert $_m$, also trotz großer Gurtsteifigkeit, die Zwischenrahmen zu verstärken sind, um leichte Endrahmen zu erhalten.

12.2. Genauere Knickberechnung der Druckgurte offener Brücken

12.2.1. Die genauere Knickberechnung der Druckgurte offener Brücken darf mit Hilfe des in Abschnitt 7.8. geschilderten Verfahrens durchgeführt werden. Die einzelnen Knotenpunkte des Druckgurtes werden, ähnlich wie in Bild 11a, der Reihe nach mit a, b, c ... bezeichnet, und die von Knoten zu Knoten reichenden Gurtstäbe haben der Reihe nach die Längen s_{ab}, s_{bc} ..., die, als D r u c k k r ä f t e vorausgesetzten und mit ihren Absolutwerten eingeführten, Normalkräfte N_{ab}, N_{bc}, ..., die Querschnittsflächen F_{ab}, F_{bc}, ..., und die, auf die lotrechte Hauptachse bezogenen, Querschnittsträgheitsmomente J_{ab}, J_{bc}, ... Die drei jedem Stab zugeordneten Hilfsgrößen A_{ab}, B_{ab}, C_{ab}, A_{bc}, B_{bc}, C_{bc}, ... sind wieder zu berechnen nach den in Abschnitt 7.8. angeführten Formeln mit Hilfe der Tabelle 4 und der in Abschnitt 7.4. angegebenen Beziehung für die Knickmoduli T_{ab}, T_{bc}, ..., wobei ν_K die Knicksicherheitszahl des Druckgurtes bedeutet. Die bezogenen Verschiebungen v_a, v_b ... der den Druckgurt stützenden Querrahmen sind mit Hilfe der in Abschnitt 12.1.2. angegebenen Beziehung zu bestimmen und in der Form $\mu \cdot v_a$, $\mu \cdot v_b$, ... einzuführen, wobei μ die Stützensicherheitszahl ist. Alle Kräfte sind in Mp und alle Längen in cm einzusetzen. Bei T-Gurten ist für das Querschnittsträgheitsmoment der abgeminderte Wert J_y^* nach Abschnitt 12.1. der TGL 13 503 Bl.1 einzuführen.

12.2.2. Die Knicksicherheitszahl ν_K der Druckgurte offener Brücken braucht in der Regel nur für den Grenzlastfall H nachgewiesen zu werden und muß $\nu_K \geqq 2$ betragen.

12.2.3. Die in Abschnitt 7.8.2. erwähnten linearen und homogenen Gleichgewichtsbedingungen sind anzuschreiben und durch den Stabdrehwinkel ψ_{ab} zu dividieren; die Quotienten

$$x = \frac{\varphi_b}{\psi_{ab}}, \quad y = \frac{\varphi_c}{\psi_{ab}}, \quad \xi = \frac{\psi_{bc}}{\psi_{ab}}, \quad \eta = \frac{\psi_{cd}}{\psi_{ab}}$$

$$\ldots \text{ und } \overline{y_d} = \frac{y_d}{\psi_{ab}}$$

stellen dann die n e u e n Unbekannten dar, siehe Abschnitt 7.8.3. Diese neuen Unbekannten sind der Reihe nach zu eliminieren; die letzte so erhaltene Gleichung erhält nur noch die beiden Parameter ν_K, μ und ist die gesuchte Knickbedingung. Für den Nachweis der Knicksicherheit genügt es, die

Zahl $\nu_K = 2$ in der Knickbedingung einzuführen und die kleinste positive Lösung μ der Knickbedingung aufzusuchen. Ergibt sich $\mu \geqq 1$, so ist die geforderte 2fache Knicksicherheit erreicht oder überschritten, also jedenfalls gewährleistet. Ergibt sich $\mu < 1$, so muß die Biegesteifigkeit der Querrahmen, entweder aller Querrahmen oder nur einzelner Querrahmen, oder die Biegesteifigkeit des Druckgurtes, entweder aller Gurtstäbe oder nur einzelner Gurtstäbe, erhöht werden.

12.2.4. Bei offenen Brücken, die zur Mitte der Stützweite symmetrisch sind, kann der Druckgurt symmetrisch oder antimetrisch ausknicken, so daß die Stützensicherheitszahl μ für beide Fälle berechnet werden muß; hierbei darf sich die Untersuchung auf eine Gurthälfte beschränken.

12.2.5. Die im Abschnitt 12.2.3. erwähnten, in den neuen Unbekannten x, ξ angeschriebenen Gleichungen lauten für den symmetrischen Knickfall des in Bild 16a dargestellten symmetrischen vierfeldrigen Druckgurtes:

$$\begin{cases} C_{ab}\,(x - 1) + \left[A_{bc} \cdot x - (A_{bc} + B_{bc}) \cdot \xi \right] = 0, \\[2ex] \overline{y_c} + s_{ab} + s_{bc} \cdot \xi - \mu \cdot v_a \cdot \left[\nu_K \cdot N_{ab} + \dfrac{C_{ab}}{s_{ab}}(x - 1) \right] = 0, \\[2ex] \overline{y_c} + s_{bc} \cdot \xi - \mu \cdot v_b \cdot \left[\nu_K \cdot N_{ab} + \dfrac{C_{ab}}{s_{ab}}(x - 1) - \nu_K \cdot N_{bc} \cdot \xi - \right. \\[1ex] \qquad\qquad \left. \dfrac{1}{s_{bc}}\,(A_{bc} + B_{bc})\,(x - 2\,\xi) \right] = 0. \end{cases}$$

Hierbei ist:

$$\overline{y_c} = -\,2\,\mu \cdot v_c \left[\nu_K \cdot N_{bc} \cdot \xi + \frac{1}{s_{bc}}\,(A_{bc} + B_{bc})\,(x - 2\,\xi) \right]$$

Das dem antimetrischen Knickfall zugeordnete Gleichungssystem wird aus dem angeschriebenen gewonnen, indem $y_c = 0$ gesetzt und sowohl in der ersten Zeile an Stelle des in eckigen Klammern stehenden Ausdruckes als auch in der dritten Zeile an Stelle des Ausdruckes $(A_{bc} + B_{bc}) \cdot (x - 2\,\xi)$ einfach $C_{bc} \cdot (x - \xi)$ eingeführt wird. In beiden Gleichungssystemen sind nach dem Einsetzen der geforderten Knicksicherheitszahl $\nu_K = 2$ und der Berechnung der Hilfsgrößen A, B, C die Unbekannten x und ξ zu eliminieren und aus den so erhaltenen beiden Knickbedingungen je die kleinste positive Lösung μ aufzusuchen. Ergibt sich für beide Lösungswerte $\mu \geqq 1$, so ist die zweifache Knicksicherheit gewährleistet. Sind bei der untersuchten Brücke die Endpunkte a des Druckgurtes seitlich unverschiebbar festgehalten, siehe Bild 16b, so ist in beiden Gleichungssystemen $v_a = 0$ zu setzen.

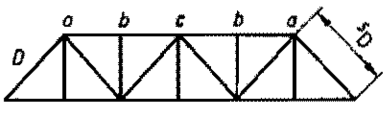


Bild 16a

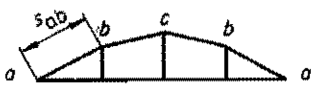


Bild 16b

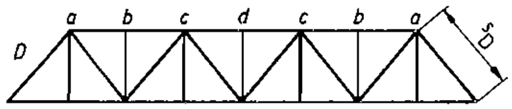


Bild 16c

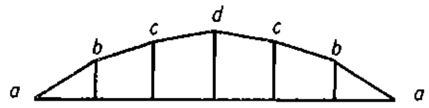


Bild 16d

12.2.6. Die in Abschnitt 12.2.3. erwähnten Gleichungen lauten für den *symmetrischen* Knickfall des in Bild 16c dargestellten symmetrischen *sechsfeldrigen* Druckgurtes

$$\left\{\begin{aligned}
&C_{ab}\,(x-1) + A_{bc}\cdot x + B_{bc}\cdot y - (A_{bc}+B_{bc})\cdot\xi = 0,\\
&A_{bc}\cdot y + B_{bc}\cdot x - (A_{bc}+B_{bc})\cdot\xi + \left[A_{cd}\cdot y - (A_{cd}+B_{cd})\,\eta\right] = 0,\\
&(y_d + s_{ab} + s_{bc}\cdot\xi + s_{cd}\cdot\eta) - \mu\cdot v_a\\
&\qquad\cdot\left[\nu_K\cdot N_{ab} + \frac{C_{ab}}{s_{ab}}\,(x-1)\right] = 0,\\
&\overline{y_d} + s_{bc}\cdot\xi + s_{cd}\cdot\eta + \mu\cdot v_b\,\Bigl[\nu_K\cdot N_{ab} + \frac{C_{ab}}{s_{ab}}\,(x-1) - \nu_K\\
&\qquad\cdot N_{bc}\cdot\xi - \frac{1}{s_{bc}}\,(A_{bc}+B_{bc})\cdot(x+y-2\,\xi)\Bigr] = 0,\\
&\overline{y_d} + s_{cd}\cdot\eta + \mu\cdot v_c\,\Bigl[\nu_K\cdot N_{bc}\cdot\xi + \frac{1}{s_{bc}}\,(A_{bc}+B_{bc})\\
&\qquad\cdot(x+y-2\,\xi) - \nu_K\cdot N_{cd}\cdot\eta - \frac{1}{s_{cd}}\\
&\qquad\cdot(A_{cd}+B_{cd})\cdot(y-2\,\eta)\Bigr] = 0.
\end{aligned}\right.$$

Hierbei ist:

$$\overline{y_d} = -\,2\,\mu\cdot v_d\left[\nu_K\cdot N_{cd}\cdot\eta + \frac{1}{s_{cd}}\,(A_{cd}+B_{cd})\cdot(y-2\,\eta)\right]$$

Das dem *antimetrischen* Knickfall zugeordnete Gleichungssystem wird aus dem angeschriebenen Gleichungssystem gewonnen, indem $\overline{y_d} = 0$ gesetzt und sowohl in der zweiten Zeile an Stelle des in eckigen Klammern stehenden Ausdruckes als auch in der fünften Zeile an Stelle des Ausdruckes $(A_{cd} + B_{cd})\cdot(y - 2\,\eta)$ einfach $C_{cd}\cdot(y-\eta)$ eingeführt wird. In beiden Gleichungssystemen sind nach dem Einsetzen der geforderten Knicksicherheitszahl $\nu_K = 2$ und der Berechnung der Hilfsgrößen A, B, C die Unbekannten x, y, ξ, η der Reihe nach zu eliminieren und aus den so erhaltenen beiden Knickbedingungen je die *kleinste* positive Lösung μ aufzusuchen. Ergibt sich für beide Lösungswerte $\mu \geqq 1$, so ist die zweifache Knicksicherheit gewährleistet. Sind bei der untersuchten Brücke die

Endpunkte a des Druckgurtes seitlich unverschiebbar festgehalten, siehe Bild 16d, so ist in beiden Gleichungssystemen $v_a = 0$ zu setzen.

Erläuterungen zu Abschnitt 13. der TGL 13 503 Bl.1

13.1. Knickung symmetrischer Parabelbogen in der Bogenebene

13.1.1. Bei der Zugrundelegung der Vorschriften 13.1. gleicht der kritische Bogenschub H, unter dem ein symmetrischer P a r a b e l b o g e n mit gleichbleibendem Querschnitt und lotrechter, gleichmäßig über die Stützweite (l) verteilter Vollbelastung in seiner Ebene ausknickt, der Knicklast eines geraden Stabes, der denselben Querschnitt wie der Bogen hat, die Knicklänge $s_K = \beta_H \cdot s$ aufweist und in Richtung der gleichen Hauptachse wie der Bogen ausknickt; s bedeutet hierbei die halbe Bogenlänge und β_H ist aus der Tabelle 5 zu entnehmen, wobei Zwischenwerte geradlinig eingeschaltet werden dürfen[1].

Tabelle 5 β_H-Werte

	β_H				
	f/l				
	0,05	0,20	0,30	0,40	0,50
Dreigelenkbogen	1,20	1,20	1,22	1,35	1,48
Zweigelenkbogen	1,00	1,10	1,22	1,35	1,48
Eingespannter Bogen	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90

Ähnlich wie bei der K n i c k k r a f t gedrückter Stäbe, siehe Abschnitt 7., sind auch beim kritischen Bogenschub von Bogenträgern zu unterscheiden ein idealer Wert H_{Ki}, ein E n g e ß e r scher Wert H_K und ein, durch die "praktisch unvermeidbaren" Abweichungen von den Voraussetzungen der idealisierten Theorie bedingter, Traglastwert H_{Kr}.

13.1.2. Bogenträger mit veränderlichem Querschnittsträgheitsmoment, jedoch nur wenig veränderlicher Querschnittsfläche (F) unterliegen Abschnitt 13.1.3. der TGL 13 503 Bl.1. Der Mittelwert $J_x = F \cdot i_x^2$ des Querschnittsträgheitsmomentes darf hierbei nach Abschnitt 7.6. berechnet oder aber als das unveränderliche Querschnittsträgheitsmoment jenes geraden Stabes angesehen werden, der die Netz-Länge (s) hat, balkenartig gelagert ist und unter einer in Balkenmitte wirkenden Querlast P, siehe Bild 17, dieselbe Durchbiegung (y) wie der linke Halbbogen erfährt, wenn dieser gerade gestreckt und mit derselben Last P querbelastet ist; bei Drei- und Zwei-

---

[1] Bedeutet φ den Tangentenneigungswinkel des Bogens im Viertelspunkt, so gilt für den Parabelbogen

$\cos \varphi = 1/\sqrt{1 + 4\, f^2/l^2}$ und $N_v = H/\cos \varphi$, so daß die in der Tabelle 7 der TGL 13 503 Bl.1 angegebenen Werte β mit den Werten β_H durch die Beziehung $\beta = \beta_H \cdot \sqrt{\cos \varphi}$ verknüpft werden.

gelenkbogen sind die beiden Stäbe beiderseitig gelenkig zu lagern, bei eingespannten Bogen sind sie links einzuspannen und rechts gelenkig zu lagern.

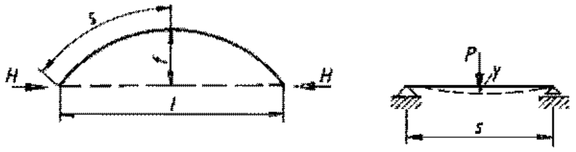


Bild 17

13.1.3. Bei stark veränderlicher Normalkraft ist der durch Abschnitt 13.1.1. der TGL 13 503 Bl.1 festgelegte Ersatzstab nach Abschnitt 7.7. zu berechnen; demgemäß ist seine Länge $\beta \cdot s$ noch mit dem aus Tabelle 3 zu entnehmenden Wurzelwert zu multiplizieren. Bei stark veränderlicher Querschnittsfläche (F) und auch im Fall einer federnden Querstützung des Bogens in der Bogenebene darf die Knickberechnung des Ersatzstabes nach Abschnitt 7.8. durchgeführt werden.

Erläuterungen zu Abschnitt 14. der TGL 13 503 Bl.1

14.1. Knicklänge der Stiele einfeldrig-mehrstöckiger und mehrfeldrig-einstöckiger Rechteckrahmen sowie von Rechteckrahmen mit belasteten Pendelstützen

Im folgenden werden Näherungsformeln für die Knicklänge $s_K = \beta \cdot h$ dieser Rahmen angegeben. Die Formeln beziehen sich auf den Fall der Knickung in der Rahmenebene. Abschnitt 14.2. der TGL 13 503 Bl.1 bleibt hierzu unverändert gültig.

14.1.1. Für freistehende e i n f e l d r i g - z w e i s t ö c k i g e Rahmen mit fest eingespannten Stielfüßen, siehe Bild 18a, darf gesetzt werden:

$$\beta = \sqrt{1/2\,(1+m)} \cdot \sqrt{1 + 12{,}5\,\alpha + 0{,}89 \cdot (1-\alpha)\cdot c - 0{,}003 \cdot (1-\alpha)\cdot c^3}$$

14.1.2. Für freistehende e i n f e l d r i g - m e h r s t ö c k i g e Rahmen mit fest eingespannten Stielfüßen, siehe Bild 18b, darf gesetzt werden:

$$\beta_{0,1} = \frac{\sum\limits_{0}^{n-1} d_m + R_n}{\sum\limits_{0}^{n-1} k_m}$$

$$\beta_{m,\, m+1} = \beta_{0,1} \cdot q_m$$

$$d_m = \frac{P_{m,\, m+1} \cdot h_{m,\, m+1}}{P_{0,1} \cdot h_{0,1}}$$

$$R_n = \frac{c}{6} \left[\sum_{2}^{n} r_m + k_{n-1}^{2} \cdot \frac{J_1}{J_n} \right] + 0{,}6\; n\; (3\, n^2 - 1)\, \alpha$$

$$c = \frac{J_{0,1} \cdot b}{J_1 \cdot h_{0,1}} ; \qquad \alpha = \frac{4 \cdot J_{0,1}}{b^2 \cdot F_{0,1}}$$

$$r_m = k_{m-2}^{2}\, (1 + \chi_{m-1})^2\, \frac{J_1}{J_{m-1}}$$

$$k_m = \sqrt{\frac{J_{m,m+1} \cdot P_{m,m+1}}{J_{0,1} \cdot P_{0,1}}} = k_{m-1} \cdot \chi_m$$

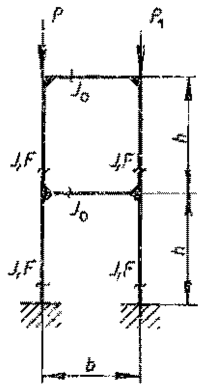


Bild 18a

$$\chi_m = \sqrt{\frac{J_{m,m+1} \cdot P_{m,m+1}}{J_{m-1,m} \cdot P_{m-1,m}}}$$

$$q_m = \frac{h_{0,1}}{h_{m,m+1}} \cdot \sqrt{\frac{J_{m,m+1} \cdot P_{0,1}}{J_{0,1} \cdot P_{m,m+1}}}$$

$$d_0 = \chi_0 = k_0 = q_0 = 1 ; \quad d_n = \chi_n = k_n = q_n = 0.$$

Der Wert $\beta_{0,1}$ ist der Reihe nach für n Stockwerke, n - 1 Stockwerke, das heißt unter Vernachlässigung der Wirkung des obersten, n - 2, usw. zu ermitteln. Der größte Wert ist maßgebend. Gültigkeitsbereich $\beta_{0,1} \leqq 2$.

14.1.3. Für freistehende m e h r f e l d r i g - e i n s t ö c k i g e Rahmen mit fest eingespannten Stielfüßen darf gesetzt werden:

Bei 2 Feldern, siehe Bild 19a

$$\beta = \frac{1 + 0{,}4\; c_n}{1 + 0{,}2\; c_n} \sqrt{\frac{2 + p}{2 + t}}$$

bei 3 Feldern, siehe Bild 19b

$$\beta = \frac{1 + 0{,}4\; c_n}{1 + 0{,}2\; c_n} \sqrt{\frac{1 + p}{1 + t}}$$

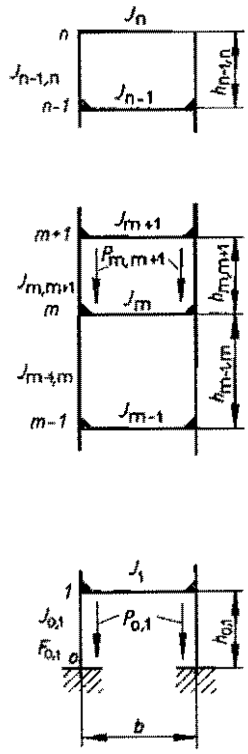


Bild 18b

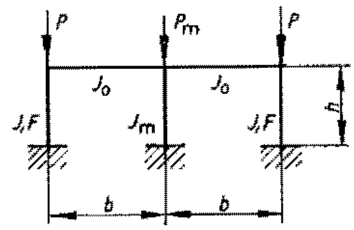


Bild 19a

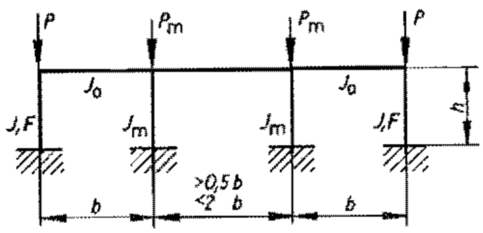


Bild 19b

In beiden Fällen ist

$$e_n = e + \frac{9}{4}\alpha ; \quad e = \frac{J \cdot b}{J_0 \cdot h} ; \quad p = \frac{P_m}{P} ;$$

$$t = \frac{J_m}{J} ; \quad \beta_m = \beta \sqrt{\frac{t}{p}} ; \quad \alpha = \frac{4 \cdot J}{b^2 \cdot F}$$

Gültigkeitsbereich: $\beta \leqq 3$.

Bei gelenkiger Lagerung der Stielfüße tritt an Stelle des Wertes

$$\frac{1 + 0{,}4\ c_n}{1 + 0{,}2\ c_n} \quad \text{der Wert} \quad \frac{6 + 1{,}2\ c_n}{3 + 0{,}1\ c_n}$$

Gültigkeitsbereich: $\beta \leqq 6$.

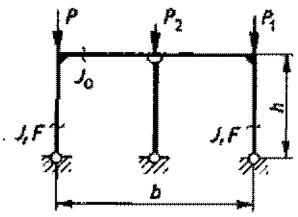


Bild 20a

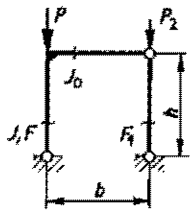


Bild 20b

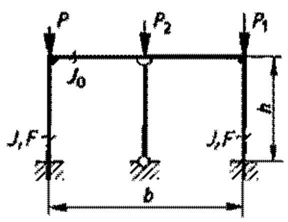


Bild 20c

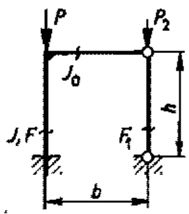


Bild 20d

14.1.4. Wird in einen freistehenden, einstöckigen Rechteckrahmen mit gelenkig gelagerten Stielfüßen ausnahmsweise eine Pendelstütze eingebaut, siehe Bild 20a, und wird diese Pendelstütze durch eine lotrechte, während des Ausknickens lotrecht bleibende Kraft $P_2 = n \cdot P$ mit $n \leqq 2$ belastet, so muß der nach Abschnitt 14.2.3. der TGL 13 503 Bl.1 berechnete Beiwert β noch mit dem Faktor

$$\sqrt{1 + 0{,}48 \cdot n}$$

multipliziert werden. Bei einhüftigen Rahmen nach Bild 20b ist der nach Abschnitt 14.2.3. der TGL 13 503 Bl.1 für einhüftige Rahmen berechnete Beiwert β noch mit dem Faktor

$$\sqrt{1 + 0{,}96 \cdot n}$$

zu vervielfachen.

14.1.5. Wird in einen freistehenden, einstöckigen Rechteckrahmen mit eingespannten Stielfüßen ausnahmsweise eine Pendelstütze eingebaut, siehe Bild 20c, und wird diese Pendelstütze durch eine lotrechte, während des Ausknickens lotrecht bleibende Kraft $P_2 = n \cdot P$ mit $n \leqq 2$ belastet, so muß der nach Abschnitt 14.2.4. der TGL 13 503 Bl.1 berechnete Beiwert β noch mit dem Faktor

$$\sqrt{1 + 0{,}43 \cdot n}$$

multipliziert werden. Bei einhüftigen Rahmen nach Bild 20d ist der nach Abschnitt 14.2.4. der TGL 13 503 Bl.1 für einhüftige Rahmen berechnete Beiwert β noch mit dem Faktor

$$\sqrt{1 + 0{,}86 \cdot n}$$

zu vervielfachen.

14.1.6. Wird der Riegel z w i s c h e n den beiden Knotenpunkten durch lotrechte Kräfte belastet, so sind die Stiele planmäßig auf Druck und Biegung beansprucht und daher nach Abschnitt 10. der TGL 13 503 Bl.1 zu bemessen. Die Knickzahl (ω) ist hierbei einem Schlankheitsgrad (λ) zuzuordnen, der unter Verwendung der in Abschnitt 14.2.1. bis 14.2.5. der TGL 13 503 Bl.1 angegebenen Beziehungen für die Zahl β berechnet werden darf.

14.2. Knicklänge der Stiele von Dreieckrahmen

Bei dreieckigen Rahmen, die durch lotrechte, schräge oder waagerechte Spitzenkräfte belastet werden, siehe Bild 21, müssen die Stielquerschnitte – um ein Ausknicken des Rahmens in seiner Ebene zu vermeiden – der Bedingung

$$\frac{N_1}{F} \leq \frac{\text{zul}\,\sigma}{\omega}$$

genügen.

Hierbei bedeutet:

N_1	größte vorhandene Druckkraft
ω	aus Tabelle 1a bis 4b der TGL 13 503 Bl.1 zu entnehmende, dem Schlankheitsgrad $\lambda = s_K \cdot \sqrt{\frac{F}{J}}$ zugeordnete Knickzahl
$s_K = \beta \cdot s$	Knicklänge des Stieles
zul σ	die dem untersuchten Belastungsfall und der gewählten Baustahlsorte entsprechende zulässige Druckspannung
F und J	Fläche und das bei Ausbiegungen in der Rahmenebene wirksame Trägheitsmoment des unverschwächten Stielquerschnittes
β	Beiwert, der vom Verhältnis N_2/N_1 der in den beiden Stielen auftretenden Normalkräfte abhängt.

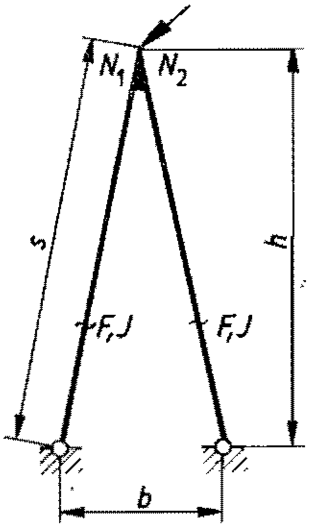


Bild 21a

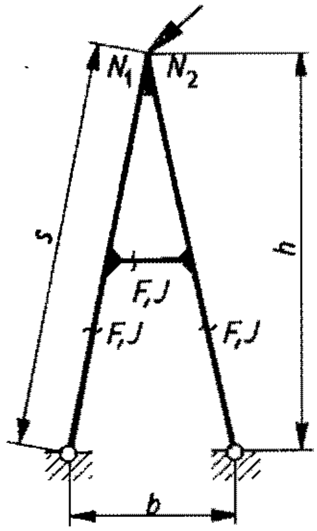


Bild 21b

Bei lotrechter Spitzenlast ist $N_2/N_1 = +1$, bei waagerechter Spitzenlast ist $N_2/N_1 = -1$ und bei schrägen Spitzenlasten liegt N_2/N_1 zwischen $+1$ und -1. Für Dreieckrahmen mit Fußgelenken, deren Abstand der Bedingung $0{,}3 \cdot h \leqq b \leqq 0{,}5 \cdot h$ genügt, siehe Bild 21a, darf

$$\beta = 0{,}80 + 0{,}05 \cdot \left(1 + \frac{N_2}{N_1}\right)^2$$

gesetzt werden. Ist dieser Rahmen durch einen in halber Höhe liegenden Riegel verstärkt, der das gleiche Querschnittsträgheitsmoment wie der Stiel hat, siehe Bild 21b, so darf

$$\beta = 0{,}44 + 0{,}12 \cdot \left(1 + \frac{N_2}{N_1}\right) + 0{,}03 \cdot \left(1 + \frac{N_2}{N_1}\right)^2$$

gesetzt werden.

Erläuterungen zu Abschnitt 15. der TGL 13 503 Bl.1

15.1. Kippung von Trägern mit I-Querschnitt

15.1.1. Wie in Abschnitt 15. der TGL 13 503 Bl.1 festgestellt worden ist, unterliegen vor allem die Träger mit dünnwandigen, offenen Querschnitten der Kippgefahr, wenn der Querschnitt eine Symmetrieachse hat, siehe Bild 22a und 22b, und der Träger in seiner Symmetrieebene auf Biegung beansprucht wird. Dies gilt sowohl für Träger, deren Achse gerade ist, als auch für Träger, deren Achse in der Symmetrieebene gekrümmt ist. Der Widerstand, den der Träger bei gegebenen Lagerungsbedingungen dem Kippen entgegenstellt, ist um so größer, je größer der in cm^4 ausgedrückte Drillwiderstand (J_D), das in cm^4 ausgedrückte und auf die Symmetrieachse bezogene Trägheitsmoment (J_y) und der in cm^6 ausgedrückte und auf den Schubmittelpunkt (M) bezogene Wölbwiderstand (C_M) des dünnwandigen, offenen Trägerquerschnittes ist.

Die Lösung des Kipp-Problems wird vereinfacht, wenn der Schubmittelpunkt (M) mit dem Schwerpunkt (S) des Trägerquerschnittes zusammenfällt, siehe Bild 22a und 22h, oder wenn $C_M \approx 0$ ist, "wölbfreier" Trägerquerschnitt, Bild 22e bis 22h. Bei der Kippuntersuchung ist der Fall der Kippung mit freier Drehachse, siehe Abschnitt 15.1.3. und 15.1.5., vom Fall der Kippung mit gebundener, durch einen waagerechten Verband erzwungener Drehachse, siehe Abschnitt 15.1.4., zu unterscheiden.

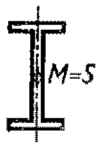


Bild 22a

Bild 22b

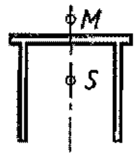


Bild 22c

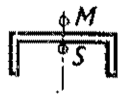


Bild 22d

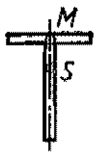


Bild 22e

Bild 22f

Bild 22g

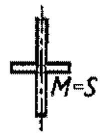


Bild 22h

15.1.2. Bei Berechnung von Trägern nach Bild 24a und 24b ist vorerst die gewöhnliche Spannungsuntersuchung durchzuführen und nach den hierfür maßgebenden Vorschriften nachzuweisen, daß die größten im Träger auftretenden Spannungen die dem untersuchten Belastungsfall entsprechende zulässige Spannung nach TGL 13 500; TGL 13 460 oder Deutsche Reichsbahn, BE nicht überschreiten. Bei der Berechnung der Spannungen sind die Vorschriften über Nietlochschwächung und die dynamischen Kräfte zu berücksichtigen. Anschließend ist die Kippuntersuchung durchzuführen. Es ist die ideale Kippspannung (σ_{Ki}), das ist die unter der idealen Kipplast auftretende größte Druckspannung in der Flanschachse des Trägers, unter Benutzung der in Abschnitt 15.1.3. bis 15.1.5. angegebenen Formeln zu berechnen. Hierzu ist aus Tabelle 9 oder aus Bild 21 der TGL 13 503 Bl.1 die "abgeminderte" Kippspannung (σ_K) zu entnehmen, es ist hierbei $\sigma_{VKi} \equiv \sigma_{Ki}$ und $\sigma_{VK} \equiv \sigma_K$, und die Kippsicherheitszahl

$$\nu_K = \frac{\sigma_K}{\sigma_{max}} = \frac{\sigma_K \cdot J_x}{e \cdot M_{max}}$$

zu berechnen.

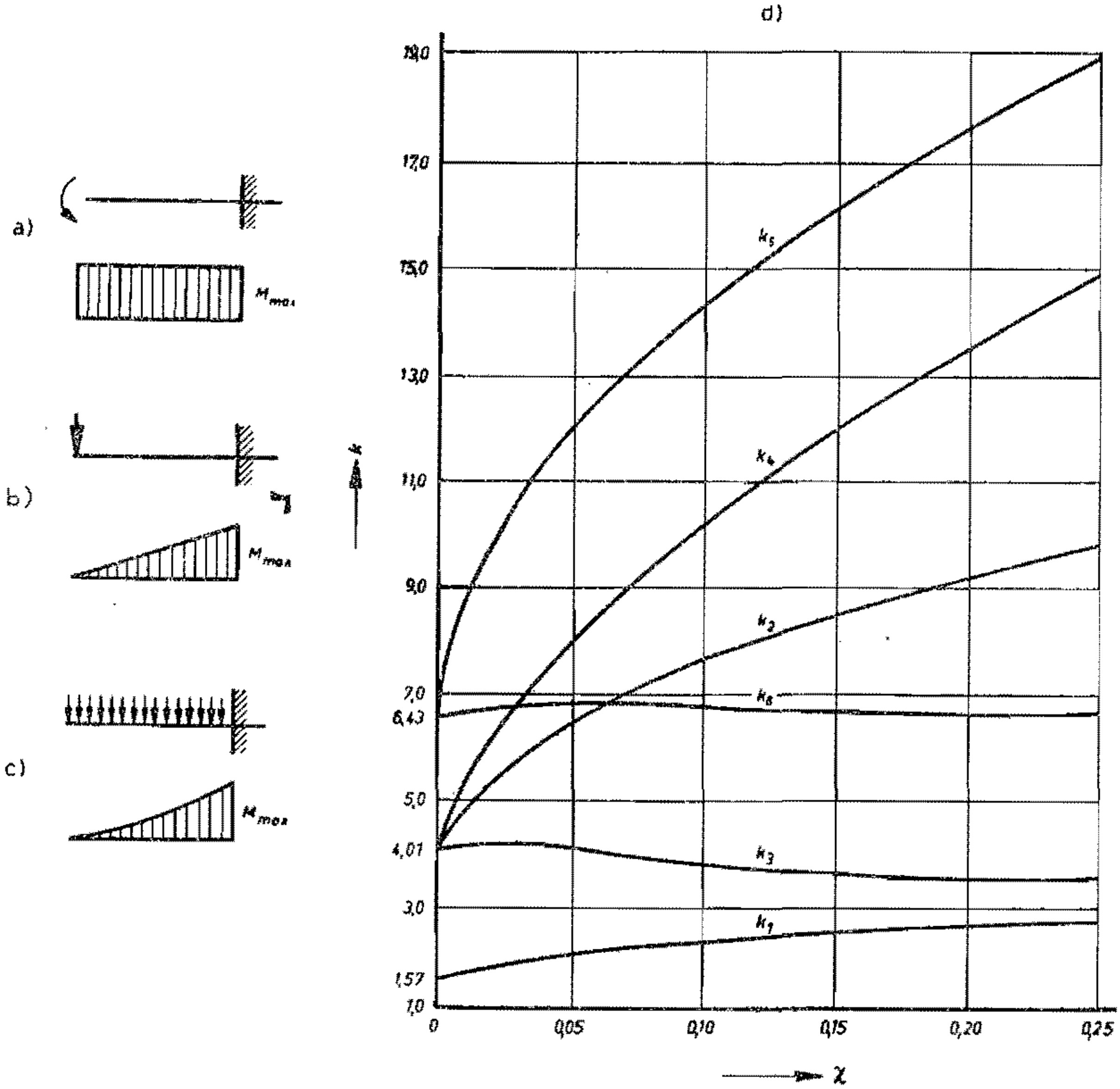


Bild 23

Hierbei bedeutet:

J_x das auf die Hauptachse x - x bezogene Trägheitsmoment des unverschwächten Trägerquerschnittes

e Abstand der Achse des gedrückten Flansches von der Trägerachse, Bild 24a und 24b

M_{max} das unter der äußeren Belastung entstehende größte Biegemoment des Trägers, das unter Berücksichtigung der dynamischen Kräfte und Schwingbeiwerte nach den jeweiligen Vorschriften zu berechnen ist.

Die Kippsicherheitszahl darf nicht kleiner sein als

ν_K = 1,71 im Grenzlastfall H

ν_K = 1,50 im Grenzlastfall HZ

ν_K = 1,33 im Grenzlastfall S

sie braucht jedoch nicht größer zu sein als ν_K nach Abschnitt 7., Tabelle 1 sowie Tabelle 9, der TGL 13 503 Bl. 1.

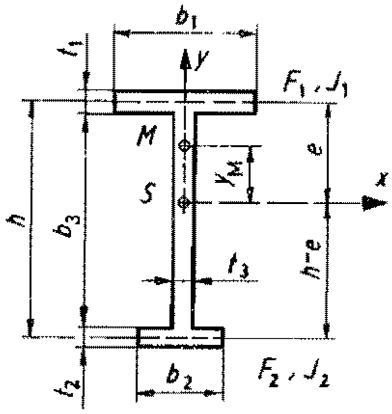
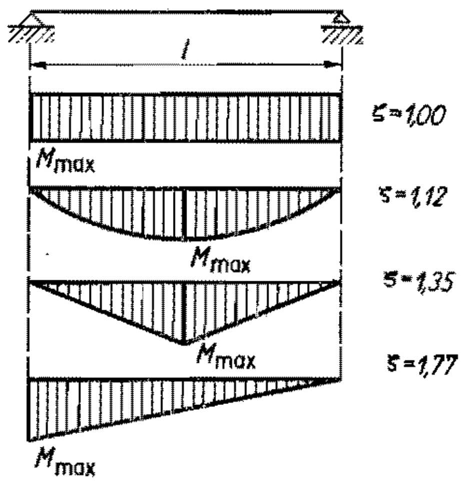


Bild 24a



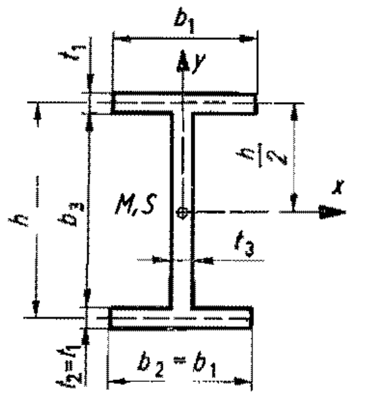


Bild 24b

Bild 24c

15.1.3. Bei Freiträgern, Krag- oder Konsolträgern mit gleichbleibendem, doppelsymmetrischem I-Querschnitt, siehe Bild 24b, gilt für die ideale Kippspannung die Beziehung

$$\sigma_{Ki} = \frac{k \cdot e}{J_x \cdot l} \sqrt{EJ_y \cdot GJ_D}$$

Hierbei bedeutet:

l Trägerlänge in cm

k ein Beiwert, der von der Kennzahl

$$\chi = \frac{EJ_y}{GJ_D} \left(\frac{h}{2\,l}\right)^2 \text{ abhängt}$$

h der Abstand der beiden Flanschachsen in cm

$J_y \approx 2 \cdot \frac{t_1 b_1^3}{12}$ das auf die Stegachse bezogene Trägheitsmoment des Trägerquerschnittes in cm^4

$J_D = \frac{1}{3} (2\ b_1 \cdot t_1^3 + h \cdot t_3^3)$ der in cm^4 ausgedrückte Drillwiderstand des Trägerquerschnittes

E = 2 100 000 kp/cm² der Elastizitätsmodul

G = 810 000 kp/cm² der Schubmodul

Für die drei in Bild 23a bis 23c angegebenen Belastungsfälle darf der Beiwert k unter der Voraussetzung, daß die Verwölbung der Querschnittsebene an der Einspannstelle verhindert und am freien Trägerende zugelassen wird, aus Bild 23d entnommen werden. Die Kurve k_1 bezieht sich hierbei auf Träger, die am freien Ende durch ein Moment belastet sind, dessen Vektor während des Auskippens waagerecht und in der Querschnittsebene gelegen bleibt, siehe Bild 23a. Die Kurven k_2, k_3, k_4 beziehen sich auf Träger, die am freien Ende durch eine lotrechte, während des Auskippens lotrecht bleibende Einzellast belastet sind, siehe Bild 23b; k_2 gilt für eine Einzellast im Schwerpunkt des Trägerquerschnittes, k_3 und k_4 hingegen für eine Einzellast, die im Schwerpunkt des oberen oder unteren Flanschquerschnittes angreift. Die Kurven k_5, k_6 beziehen sich auf Träger mit lotrechter, während des Auskippens lotrecht bleibender Gleichlast, siehe Bild 23c; k_5 gilt für eine in der Trägerachse angreifende, k_6 für eine in der oberen Flanschachse angreifende Gleichlast. Für Einzel- oder Gleichlasten, die z w i s c h e n der Träger- und der oberen oder unteren Flanschachse angreifen, darf k durch geradlinige Zwischenschaltung zwischen den Kurven k_2, k_3, k_4 oder k_5, k_6 gewonnen werden. Für Träger mit lotrechten, in der Trägerachse wirkenden Belastungen von b e l i e b i g e r Biegemomentenverteilung darf der Beiwert k überschlägig durch Zwischenschaltung zwischen den in Bild 23a bis 23c dargestellten Biegemomentenverteilungen und den dazugehörigen Beiwerten k_1, k_2, k_5 gewonnen werden.

15.1.4. Bei gleichmäßig vollbelasteten Balkenträgern mit gleichbleibendem, doppelsymmetrischem I-Querschnitt, siehe Bild 24b, die eine Gabellagerung nach Abschnitt 7.5.2.2. aufweisen und durch einen waagerechten, gelenkig angeschlossenen Längsverband seitlich festgehalten sind, ist die ideale Kippspannung (σ_{Ki}) gleichfalls mit Hilfe der in Abschnitt 15.1.3. angegebenen Beziehung zu berechnen. Für den Beiwert k darf hierbei überschlägig

$$k = \frac{\frac{1}{\sqrt{\chi}} + \pi^2 \sqrt{\chi} \left[1 + \left(\frac{2\,f}{h}\right)^2\right]}{0{,}81 \left(\frac{2\,v}{h}\right) - 1{,}74 \left(\frac{2\,f}{h}\right)}$$

gesetzt werden, wobei χ nach Abschnitt 15.1.3. zu berechnen ist, v den nach oben, auf der Biegedruckseite, positiv gezählten, in cm ausgedrückten Abstand der Angriffspunkte der gleichmäßigen Vollbelastung p von der Trägerachse und f den gleichfalls nach oben, auf der Biegedruckseite, positiv gezählten, in cm ausgedrückten Abstand des Längsverbandes von der Trägerachse bedeuten; für einen Träger, der am Obergurt belastet und am

Untergurt durch einen Längsverband seitlich festgehalten wird, ist daher $v = +h/2$ und $f = -h/2$. Liegt der Längsverband im Abstand $f \geqq 0{,}47 \cdot v$ über der Trägerachse, so ist nach dieser Formel ein Kippen ausgeschlossen. Für Bau- und Umbauzustände, in denen der Längsverband nicht voll wirksam ist, sind besondere Kippuntersuchungen durchzuführen.

15.1.5. Die ideale Kippspannung eines Balkenträgers, der einen gleichbleibenden, einfach-symmetrischen Querschnitt nach Bild 24a hat und an beiden Enden quer zur Stegebene elastisch eingespannt und im gleichen Maße auch wölbbehindert ist, wobei sowohl die Verschiebungen als auch die Verdrehungen in der Querschnittsebene verhindert werden, darf überschlägig berechnet werden mit Hilfe der Formel

$$\sigma_{Ki} \approx \frac{\zeta \cdot N_{Ki} \cdot e}{J_x} \left[\sqrt{\left(\frac{5v}{\chi} + \frac{r_x}{3} - y_M\right)^2 + c^2} - \left(\frac{5v}{\chi} + \frac{r_x}{3} - y_M\right) \right]$$

Hat der Träger einen doppeltsymmetrischen I-Querschnitt nach Bild 24b so gilt

$$r_x = 0, \quad y_M = 0, \quad C_M = J_1 \; h^2/2 \approx J_y \; h^2/4$$

und daher einfach

$$\sigma_{Ki} \approx \frac{\zeta \cdot N_{Ki} \cdot h}{2 \; J_x} \left[\sqrt{\left(\frac{5v}{\chi}\right)^2 + c^2} - \frac{5v}{\chi} \right]$$

Hierbei bedeutet:

$\chi = \frac{\pi^2}{\beta^2}$	ein vom Grad der elastischen Einspannung quer zur Stegebene abhängiger, zwischen π^2 und $4\,\pi^2$ liegender und nach Abschnitt 7.5.2.2. zu wählender Beiwert
$N_{Ki} = \frac{\chi\, EJ_y}{l^2}$	Knicklast des Trägers bei waagerechter, rechtwinklig zur Stegebene erfolgender Ausknickung unter einer gedachten Druckkraft
l	Stützweite des Trägers
v	auf der Biegedruckseite positiv gezählter Abstand der Angriffspunkte der Querbelastung von der Trägerachse. Greifen die Querlasten in der Trägerachse an oder sind keine Querlasten vorhanden, so ist $v = 0$; greifen bei doppeltsymmetrischen Trägern die Querlasten am oberen oder unteren Trägergurt an, so gilt $v = +\frac{h}{2}$ oder $v = -\frac{h}{2}$
ζ	Beiwert, der von der Verteilung der Biegemomente des Trägers abhängt und unter Beachtung der in Bild 24c angegebenen Werte schätzungsweise anzunehmen ist
r_x	nach Abschnitt 10.1.2.
y_M und C	aus Abschnitt 7.5.2. bis 7.5.2.2. zu entnehmen.

Erläuterungen zu Abschnitt 17. der TGL 13 503 Bl.1

17.1. Beulung allseitig gedrückter Bleche

17.1.1. Wird ein einspannungsfrei gelagertes, rechteckiges Blech durch die längs der Seite b gleichmäßig verteilten Druckspannungen σ_x und die längs der Seite a gleichmäßig verteilten Druckspannungen

$$\sigma_y = \Omega \cdot \sigma_x, \quad 0 \leqq \Omega \leqq 1$$

belastet, siehe Bild 25, so wird die ideale Beulgrenze erreicht, wenn $\sigma_{xKi} = k_x \cdot \sigma_e$ ist. Die Hilfsgröße σ_e ist in Abschnitt 17.1. der TGL 13 503 Bl.1 angegeben. Für den Beulwert k_x gelten die folgenden Beziehungen

$$\left.\begin{array}{ll} 1{,}0 \geqq \Omega \geqq 0{,}5 & \text{für alle } \alpha \\ 0{,}5 \geqq \Omega \geqq 0 & \text{für } \alpha \leqq \dfrac{1}{\sqrt{1 - 2\Omega}} \end{array}\right\} \quad k_x = \frac{\left(\frac{1}{\alpha} + \alpha\right)^2}{1 + \Omega\,\alpha^2}$$

$$0{,}5 \geqq \Omega \geqq 0 \quad \text{für } \alpha > \frac{1}{\sqrt{1 - 2\Omega}} \qquad k_x = 4\,(1 - \Omega)$$

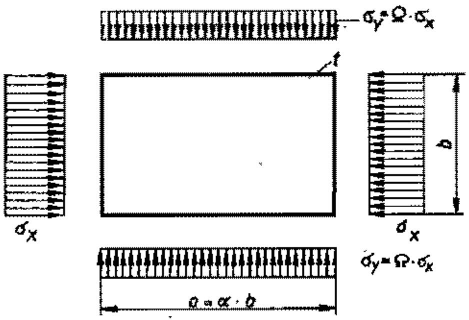


Bild 25

17.1.2. Die ideale Vergleichsspannung beträgt

$$\sigma_{VKi} = \sigma_{xKi} \cdot \sqrt{1 + \Omega^2 - \Omega}$$

und für die Beulsicherheitszahl erhält man

$$\nu_K = \frac{\sigma_{VK}}{\sigma_x \cdot \sqrt{1 + \Omega^2 - \Omega}}$$

Hierbei ist die zum Wert σ_{VKi} gehörige abgeminderte Vergleichsspannung (σ_{VK}) aus der Tabelle 9 der TGL 13 503 Bl.1 zu entnehmen. Zwischenwerte dürfen geradlinig eingeschaltet werden, und für näherungsweise Vorberechnung darf auch das Bild 21 der TGL 13 503 Bl.1 Verwendung finden.

17.1.3. Für die geforderten Mindestwerte der Beulsicherheitszahl gilt Abschnitt 17.4. der TGL 13 503 Bl.1.

17.1.4. Die in Abschnitt 17.1.1. angegebenen Beziehungen dürfen auch zur Berechnung der idealen Beulspannung von rechteckigen Blechen verwendet werden, die nur in der Längsrichtung gleichmäßig gedrückt werden, deren idealisierte Lagerungsbedingungen aber ausnahmsweise vorschreiben, daß der gegenseitige Abstand b der beiden Längsränder keine, auch nicht die kleinste, Änderung erfahren kann. In der Querrichtung tritt dann die Druckspannung $\sigma_y = \mu \cdot \sigma_x$ auf, so daß in die Formeln der Abschnitte 17.1.1. und 17.1.2. der Beiwert $\Omega = \mu$ einzuführen ist, wobei μ die Querdehnungszahl bedeutet.

17.2. Beulwerte für verschiedene Lagerungsbedingungen der Längsränder

17.2.1. Ist ein rechteckiges Blech an den Längsrändern "b" einspannungsfrei, dagegen an den Querrändern "a" nach den in den Bildern 26d bis 26h angegebenen Randbedingungen gelagert, so gelten für die Belastungen nach Bild 26a, 26b und 26c die in der Tabelle 6 angegebenen Beulwerte.

Tabelle 6 Beulwerte k

Beulwerte	Bild 26d		26e		26f		26g		26h
	k	für $\alpha \geqq$	k	für $\alpha \geqq$	k	für $\alpha \geqq$	k	für $\alpha \geqq$	k
Bild 26a	4,00	1,00	5,40	0,79	6,97	0,67	1,28	1,63	0,43
26b	7,81	0,98	12,16	0,77	13,56	0,65	6,26	1,58	1,71
26c	7,81	0,98	9,89	0,80	13,56	0,65	1,64	1,67	0,57

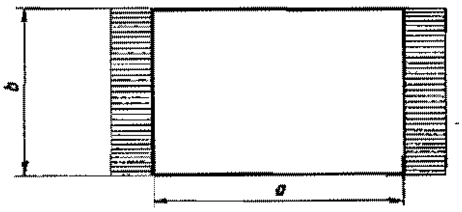


Bild 26a

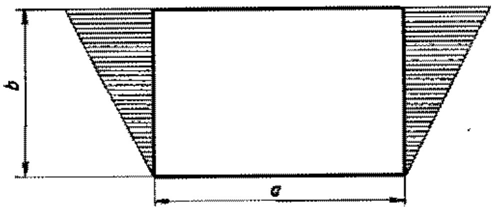


Bild 26b

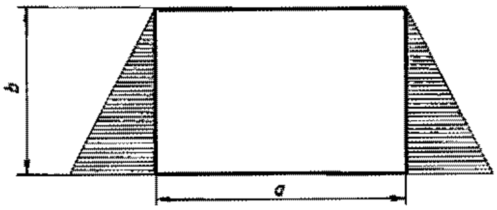


Bild 26c

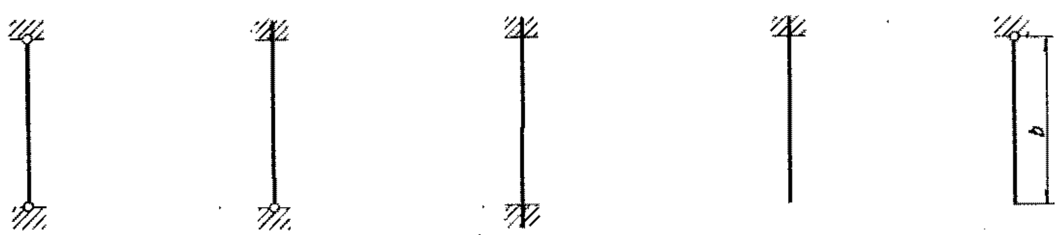


Bild 26d Bild 26e Bild 26f Bild 26g Bild 26h

17.3. Beulen unter örtlicher Last

Für ein durch Gurte und Steifen mit der Mindeststeifigkeit nach Abschnitt 18.1. gelenkig unverschieblich gelagertes Blech unter einseitiger zur Feldmitte symmetrischer Druckspannung beträgt die ideale Beulspannung

$$\sigma_{yKi} = \frac{k_p}{\beta} \cdot \sigma_e \qquad \text{gültig für } \beta \geqq 0{,}25$$

Hierbei bedeutet:

k_p Beulwert nach Bild 27

$\beta = \frac{c}{a}$ bezogene Lasteintragungslänge, siehe Bild 27

σ_e Bezugsspannung nach Abschnitt 17.1. der TGL 13 503 Bl. 1

Mit den Einzelbeulspannungen σ_{1Ki}, σ_{yKi} und τ_{Ki}, den nach Abschnitten 16.5. und 16.6. der TGL 13 503 Bl. 1 ermittelten Spannungen σ_1, τ und der unter Berücksichtigung der dynamischen Kräfte und Schwingbeiwerte berechneten Spannung

$$\sigma_y = \frac{P}{t \cdot c}$$

ist die ideale Vergleichsspannung zu berechnen:

$$\sigma_{VKi} = \frac{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_y^2 - \sigma_1 \sigma_y + 3\tau^2}}{\frac{1+\psi}{4} \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_{1Ki}} + \frac{1}{2}\frac{\sigma_y}{\sigma_{yKi}} + \sqrt{\left(\frac{3-\psi}{4} \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_{1Ki}} + \frac{1}{2}\frac{\sigma_y}{\sigma_{yKi}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{Ki}}\right)^2}}$$

Sie beträgt für die Sonderfälle

$\tau = 0$:

$$\sigma_{VKi} = \frac{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_y^2 - \sigma_1 \sigma_y}}{\frac{\sigma_1}{\sigma_{1Ki}} + \frac{\sigma_y}{\sigma_{yKi}}}$$

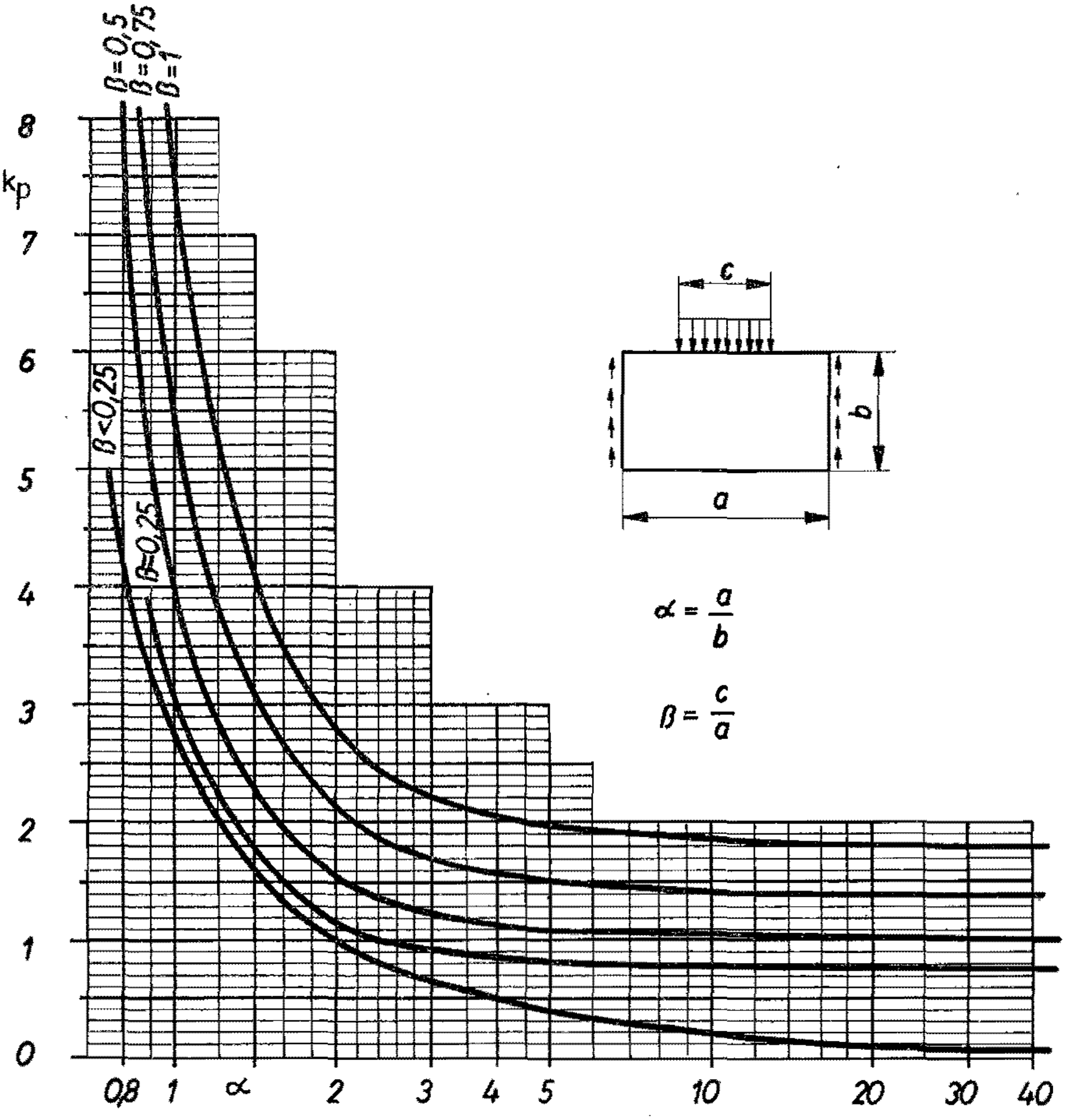
$$\tau = 0, \qquad \sigma_1 = 0, \qquad \sigma_{VKi} = \sigma_{yKi}$$

Wenn P eine Einzellast oder $\beta < 0{,}25$ ist, darf

$$\frac{\sigma_y}{\sigma_{yKi}} = \frac{P}{P_{Ki}} \quad \text{gesetzt werden mit} \quad P_{Ki} = k_p \cdot \sigma_e \cdot t \cdot a.$$

Zu dem Wert σ_{VKi} ist aus Tabelle 9 der TGL 13 503 Bl. 1 die abgeminderte Vergleichsspannung σ_{VK} zu entnehmen. Die Beulsicherheit

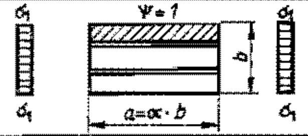
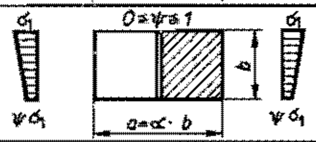
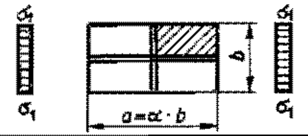
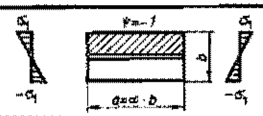
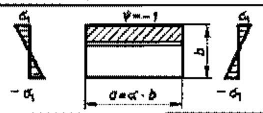
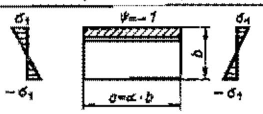
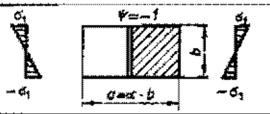
$$\nu_B = \frac{\sigma_{VK}}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_y^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_y + 3\tau^2}} \geqq \text{erf } \nu_B$$



8
7
6
5
4
3
2
1
0
k_p
ß=0,5
ß=0,75
ß=1
ß<0,25
ß=0,25
0,8
1
α
2
3
4
5
10
20
30
40
c
b
a
α = a/b
ß = c/a

Bild 27

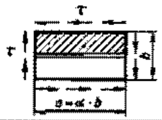
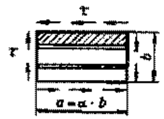
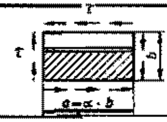
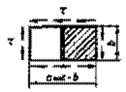
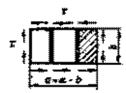
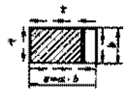
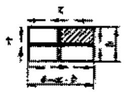
Tabelle 7 Mindeststeifigkeit

	Belastung und Steifenanordnung		Gültigkeitsbereich	Mindeststeifigkeit
	Geradlinig über die Feldbreite verteilte Druckspannungen			
1	1 Längssteife in Mitte der Feldbreite		$\alpha < \sqrt{8(1+2\delta)-1}$	$\gamma^* = (0{,}53+0{,}47\psi)\left\{\frac{\alpha^2}{2}[16(1+2\delta)-2]-\frac{\alpha^4}{2}+\frac{1+2\delta}{2}\right\}$
			$\alpha > \sqrt{8(1+2\delta)-1}$	$\gamma^* = (0{,}53+0{,}47\psi)\left\{\frac{1}{2}[8(1+2\delta)-1]^2+\frac{1+2\delta}{2}\right\}$
2	2 gleiche Längssteifen in den Drittelspunkten der Feldbreite		$\alpha < \sqrt{18(1+3\delta)-1}$	$\gamma^* = \frac{\alpha^2}{3}[36(1+3\delta)-2]-\frac{\alpha^4}{3}+\frac{1+3\delta}{3}$
			$\alpha > \sqrt{18(1+3\delta)-1}$	$\gamma^* = \frac{1}{3}[18(1+3\delta)-1]^2+\frac{1+3\delta}{3}$
3	1 Quersteife in Mitte der Feldlänge		$0{,}4 \leqq \alpha \leqq 1{,}4$	$\gamma^* = \frac{4\left(\frac{4}{\alpha^2}-\frac{\alpha^2}{4}\right)}{\pi^2\alpha\left(1-\frac{\pi^2\alpha^4}{12\alpha^4+48}\right)}$
			$\alpha > 1{,}4$	Quersteife praktisch wirkungslos
4	1 Längssteife in Mitte der Feldbreite und 1 Quersteife in Mitte der Feldlänge [2]		$0{,}9 \leqq \alpha \leqq 1{,}1$	$\gamma_L^* = \frac{(1+\alpha^2)^2[4(1+2\delta_L)-1]}{2(1+\varrho\alpha^3)}$ wobei $\varrho = \frac{\gamma_Q}{\gamma_L} = \frac{J_Q}{J_L}$
	Geradlinig über die Feldbreite verteilte Normalspannungen mit gegengleichen Randwerten			
5	1 Längssteife in Mitte der Feldbreite		—	$\gamma^* = 1{,}3$
6	1 Längssteife im Abstand $b/4$ vom Druckrand		$\alpha \leqq 0{,}5$	$\gamma^* = 2{,}4 + 18{,}4\delta$
			$\alpha > 0{,}5$	$\gamma^* = (12+92\delta)(\alpha-0{,}3)$ jedoch nicht mehr als max $\gamma^* = 16+200\delta$
7	1 Längssteife im Abstand $b/5$ vom Druckrand		$0{,}5 \leqq \alpha \leqq 1{,}0$	$\gamma^* = (21{,}3+112{,}6\delta)(\alpha-0{,}1)$
			$\alpha > 1{,}0$	$\gamma^* = (32{,}0+168{,}9\delta)(\alpha-0{,}4)$ jedoch nicht mehr als max $\gamma^* = 50+200\delta$
8	1 Quersteife in Mitte der Feldlänge		$0{,}6 \leqq \alpha \leqq 0{,}935$	$\gamma^* = 6{,}2 - 12{,}7\alpha + 6{,}5\alpha^2$
			$\alpha > 0{,}935$	Quersteife praktisch wirkungslos

[2] Beide Steifen müssen an der Kreuzungsstelle mit unverminderter Biegefestigkeit durchgeführt oder gleichwertig gestoßen werden

Fortsetzung der Tabelle 7 Seite 72

Fortsetzung der Tabelle 7

Gleichmäßig verteilte Schubspannungen				
9	1 Längssteife in Mitte der Feld- breite		$0{,}5 \leqq \alpha \leqq 2{,}0$	$\gamma^{*} = 5{,}4\alpha^{2}(2\alpha + 2{,}5\alpha^{2} - \alpha^{3} - 1)$
10	2 gleiche Längssteifen in den Drittelspunken der Feldbreite		$0{,}3 \leqq \alpha \leqq 1{,}0$	$\gamma^{*} = 12{,}1\alpha^{2}(4{,}4\alpha - 1)$
Gleichmäßig verteilte Schubspannungen				
11	1 Längssteife im Viertelspunkt der Feldbreite		$0{,}5 \leqq \alpha \leqq 2{,}0$	$\gamma^{*} = 7{,}2\alpha^{2}(1 - 3{,}3\alpha + 3{,}9\alpha^{2} - 1{,}1\alpha^{3})$
12	1 Quersteife in Mitte der Feldlänge		$0{,}5 \leqq \alpha \leqq 2{,}0$	$\gamma^{*} = \frac{5{,}4}{\alpha}\left(\frac{2}{\alpha} + \frac{2{,}5}{\alpha^{2}} - \frac{1}{\alpha^{3}} - 1\right)$
13	2 gleiche Querstreifen in den Drittelspunk- ten der Feldlänge		$1{,}0 \leqq \alpha \leqq 3{,}3$	$\gamma^{*} = \frac{12{,}1}{\alpha}\left(\frac{4{,}4}{\alpha} - 1\right)$
14	1 Quersteife im Viertelspunkt der Feldlänge		$0{,}5 \leqq \alpha \leqq 2{,}0$	$\gamma^{*} = \frac{7{,}2}{\alpha}\left(1 - \frac{3{,}3}{\alpha} + \frac{3{,}9}{\alpha^{2}} - \frac{1{,}1}{\alpha^{3}}\right)$
15	1 Längssteife in Mitte der Feldbreite und 1 Quersteife in Mitte der Feldlänge [2]		$0{,}5 \leqq \alpha \leqq 2{,}0$	$\gamma_Q^{*} = 6{,}0\,\frac{(1+\alpha^{2})^{2}}{\frac{1}{\vartheta} + \alpha^{3}}$ wobei $\vartheta = \frac{\gamma_Q}{\gamma_L} = \frac{J_Q}{J_L}$

[2] Beide Steifen müssen an der Kreuzungsstelle mit unverminderter Biegefestigkeit durchgeführt oder gleichwertig gestoßen werden

ist nachzuweisen, wobei erf ν_B den Abschnitten 17.4. bis 17.6. der TGL 13 503 Bl.1 zu entnehmen ist.

Bei einer nicht in Feldmitte wirkenden Last darf σ_{yKi} wie für eine mittige Last berechnet werden. Wenn mehrere einzelne Lasten wirken, dürfen sie als gleichmäßig verteilte Belastung mit dem Maximalwert von σ_y angenommen werden. Beide Annahmen sind auf der sicheren Seite liegende Näherungen.

Erläuterungen zu Abschnitt 18. der TGL 13 503 Bl.1

18.1. Mindeststeifigkeit von Quer- und Längssteifen, die zur Unterteilung des Stegbleches in einzelne Felder dienen

18.1.1. Zu jeder idealen Beulspannung, siehe Abschnitt 17. der TGL 13 503 Bl.1 gehört eine bestimmte ideale Beulfläche, nach der sich das Blech zu Beginn des Ausbeulens verformt. Die Steifen haben die Aufgabe, dieser Verformung einen Widerstand entgegenzustellen und auf diese Weise die ideale Beulspannung zu erhöhen. Steifen, die an Stellen liegen, an denen beim Ausbeulen des unversteift gedachten Bleches keine Ausbiegung auftritt, Knotenlinien der Beulfläche des unversteiften Bleches, sind demnach wirkungslos.

18.1.2. Die Steifen werden als Quer- oder Längssteifen, ausnahmsweise auch als Schrägsteifen ausgeführt. Bei größeren Stegblechfeldern darf auch ein aus Quer- und Längssteifen zusammengesetzter Steifenrost angeordnet werden.

Die Wirkung der Aussteifung wird erhöht, wenn die Quer- und Längssteifen an ihren Enden biegesteif angeschlossen und an den Kreuzungsstellen nach Art der Trägerroste biegesteif verbunden werden.

18.1.3. Die Steifen dürfen einseitig oder auf beiden Seiten des Bleches angeordnet werden. Liegt der Schwerpunkt des unverschwächten Steifenquerschnittes (F) in der Mittelebene des Bleches, mittige Anordnung, siehe Bild 28a, so ist bei der Berechnung der Biegesteifigkeit der Steife das auf die Schwerachse z - z bezogene Trägheitsmoment $J = J_z$ des unverschwächten Steifenquerschnittes einzuführen. Liegt der Schwerpunkt der Querschnittsfläche (F) in der Entfernung e außerhalb der Mittelebene des Stegbleches, außermittige Anordnung, siehe Bild 28b, so darf bei der Berechnung der Biegesteifigkeit der Steife das Trägheitsmoment

$$J = J_z + F \left(e - \frac{t}{2}\right)^2$$

eingeführt werden.

18.1.4. Bei der Bestimmung des Mindestwertes der Biegesteifigkeit, die eine Quer- oder Längssteife nach Abschnitt 18.1. und 18.2. der TGL 13 503 Bl.1 besitzen muß, um die ideale Beulspannung des Stegblechfeldes bis zur idealen Beulspannung des stärkstbeanspruchten, einspannungsfrei gelagert gedachten Teilfeldes zu heben und demgemäß bei der Beuluntersuchung des Stegbleches eine Unterteilung des Feldes in einspannungsfrei gelagerte Teilfelder zuzulassen, so erhält man einen auf Grund idealisierender Voraussetzungen berechneten Mindestwert des Querschnittsträgheitsmomentes

$$J^* = \gamma^* \frac{b\ t^3}{12\ (1 - \mu^2)} = 0{,}092 \cdot \gamma^* \cdot b \cdot t^3.$$

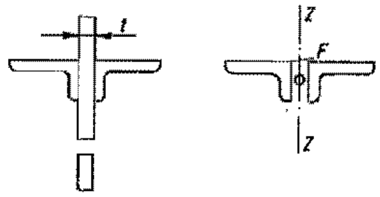


Bild 28a

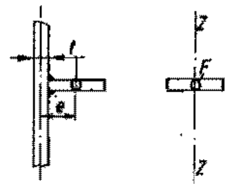


Bild 28b

Das nach Abschnitt 18.1.3. berechnete Trägheitsmoment des Steifenquerschnittes muß demnach in jenen Fällen, in denen die erwähnte Unterteilung des Stegblechfeldes in einspannungsfrei gelagerte Teilfelder durchgeführt wird, der Bedingung $J \geqq 0{,}092\ \gamma^{*} b\ t^{3}$ genügen.

Hierbei bedeuten:

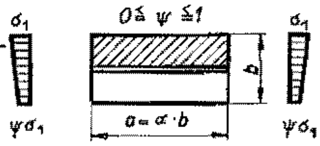
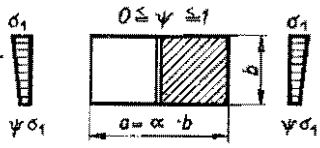
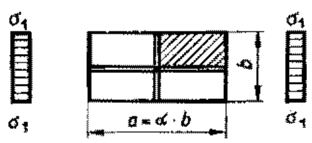
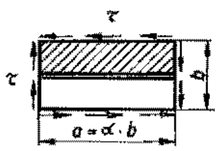
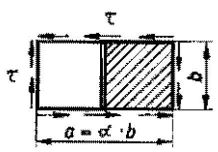
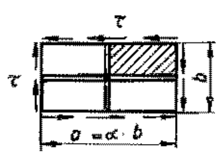
a und b	Länge und Breite des gegebenen, durch die Steife zu unterteilenden Stegblechfeldes
t	Dicke des Stegbleches
μ	= 0,3 die Querdehnungszahl des Baustahls
γ^{*}	Beiwert, der von der Belastung und dem Seitenverhältnis $\alpha = a/b$ des Stegblechfeldes, von der Anordnung der Steife und, bei axial belasteten Steifen, auch von der Hilfsgröße $\delta = \frac{F}{b \cdot t}$ abhängt
F	die unverschwächte Querschnittsfläche der Steife

18.1.5. Bei Steifen, die planmäßig axial unbelastet sind, Tabelle 7, Reihe 3, 5 und 8 bis 15, oder deren Axialspannung kleiner als σ_1 ist, Tabelle 7, Reihe 1, 6 und 7, führt die Theorie in allen den Fällen, in denen die ideale Vergleichsspannung (σ_{VKi}) des versteiften Bleches die Proportionalitätsgrenze $\sigma_P = 0{,}8\ \sigma_F$ überschreitet, zu einer Senkung des Beiwertes γ^{*}, die im weiteren unberücksichtigt bleibt; die Sicherheit wird dadurch in den genannten Fällen erhöht.

18.1.6. In Tabelle 7 sind für einfache Belastungsfälle und verschiedene Möglichkeiten der Steifenanordnung Näherungsbeziehungen für den Beiwert γ^{*} zusammengestellt. Eine Steife, die nach Abschnitt 18.1.3. bis 18.1.5. unter Berücksichtigung dieses Beiwertes bemessen ist, vermag die Beulspannung des Stegbleches praktisch bis auf jenen Wert zu heben, der dem durch Schraffur gekennzeichneten T e i l f e l d im Falle einer einspannungsfreien Lagerung aller vier Ränder entspricht.

Besteht für die Teilfelder verschieden große Beulgefahr, so gehört die Schraffur zu dem Teilfeld, für das die Beulgefahr am größten ist.

Tabelle 8 Beulwert K

	Belastung und Steifenanordnung		Gültigkeitsbereich	Beulwert k
1	Geradlinig über die Breite b verteilte Druckspannungen. 1 Längssteife in Mitte der Feldbreite		$\alpha \leq \sqrt[4]{1+2\gamma}$	$k = \frac{2}{0{,}95(\psi+1{,}1)} \cdot \frac{(1+\alpha^2)^2 + 2\gamma}{\alpha^2(1+2\delta)}$
			$\alpha > \sqrt[4]{1+2\gamma}$	$k = \frac{4}{0{,}95(\psi+1{,}1)} \cdot \frac{1+\sqrt{1+2\gamma}}{1+2\delta}$
2	Geradlinig über die Breite b verteilte Druckspannungen. 1 Quersteife in Mitte der Feldlänge		$0{,}4 \leq \alpha \leq 1{,}0$	$k = \frac{A - \sqrt{A^2 - B}}{1{,}43\alpha^2(\psi+1{,}1)}$ $A = 1{,}5(1+\alpha^2)^2 + 0{,}167(9+\alpha^2)^2 + 3{,}33\alpha^3\gamma$ $B = (1+\alpha^2)^2(9+\alpha^2)^2 + 2\alpha^3\gamma[(1+\alpha^2)^2 + (9+\alpha^2)^2]$
3	Gleichmäßig über die Breite b verteilte Druckspannungen. Mittiges Steifenkreuz [2]		$0{,}9 \leq \alpha \leq 1{,}1$	$k = \frac{(1+\alpha^2)^2 + 2(\gamma_L + \gamma_Q\alpha^3)}{\alpha^2(1+2\delta_L)}$ [3]
4	Gleichmäßig verteilte Schubspannungen. 1 Längssteife in Mitte der Feldbreite		$0{,}5 \leq \alpha \leq 2{,}0$	$k = \frac{4{,}93(1+\alpha^2)}{\alpha^3\sqrt{\xi}}$ $\xi = \frac{10{,}24(1+\alpha^2)^2 + 3{,}16(1+9\alpha^2)^2 + 4{,}05\gamma}{(1+\alpha^2)^2(1+9\alpha^2)^2 + 2\gamma(1+\alpha^2)^2 + 2\gamma(1+9\alpha^2)^2}$ $+ \frac{10{,}24(1+\alpha^2)^2 + 0{,}41(9+\alpha^2)^2 + 13{,}11\gamma}{(1+\alpha^2)^2(9+\alpha^2)^2 + 2\gamma(9+\alpha^2)^2 + 162\gamma(1+\alpha^2)^2}$
5	Gleichmäßig verteilte Schubspannungen. 1 Quersteife in Mitte der Feldlänge		$0{,}5 \leq \alpha \leq 2{,}0$	$k = \frac{4{,}93(1+\alpha^2)}{\alpha^3\sqrt{\xi}}$ $\xi = \frac{10{,}24(1+\alpha^2)^2 + 0{,}41(1+9\alpha^2)^2 + 13{,}11\gamma\cdot\alpha^3}{(1+\alpha^2)^2(1+9\alpha^2)^2 + 162\gamma\alpha^3(1+\alpha^2)^2 + 2\gamma\alpha^3(1+9\alpha^2)^2}$ $+ \frac{10{,}24(1+\alpha^2)^2 + 3{,}16(9+\alpha^2)^2 + 4{,}05\gamma\alpha^3}{(1+\alpha^2)^2(9+\alpha^2)^2 + 2\gamma\alpha^3(9+\alpha^2)^2 + 2\gamma\alpha^3(1+\alpha^2)^2}$
6	Gleichmäßig verteilte Schubspannungen. Mittiges Steifenkreuz [2]		$0{,}5 \leq \alpha \leq 2{,}0$	$k = 2{,}60\,\frac{1+\alpha^2}{\alpha^3}\sqrt{(1+\alpha^2)^2 + 2(\gamma_L + \alpha^3\gamma_Q)}$ für $\begin{cases} \gamma_L = \gamma_Q \\ \gamma_L = \frac{1}{2}\gamma_Q \end{cases}$ genauere Werte Bild 31 / Bild 32

[2] Siehe Seite 72

[3] Näherungsweise nach der Energiemethode (mit den Halbwellenzahlen m = 1, u. 3 in der Längsrichtung und n = 1, in der Querrichtung) berechnet.

18.1.7. Wird das Blech gleichzeitig durch geradlinig verteilte Normalspannungen und gleichmäßig verteilte Schubspannungen belastet, so darf überschlägig

$$\gamma^* = \gamma_1^* \frac{\overline{\nu}_{B1}}{\nu_{B1}} + \gamma_2^* \frac{\overline{\nu}_{B2}}{\nu_{B2}}$$

gesetzt werden.

Hierin bedeutet:

- γ_1^* Mindeststeifigkeit bei ausschließlicher Wirkung der Normalspannungen
- γ_2^* Mindeststeifigkeit bei ausschließlicher Wirkung der Schubspannungen
- ν_{B1} oder ν_{B2} nach Abschnitt 17.3. der TGL 13 503 Bl.1 zu berechnende Beulsicherheitszahlen, die gelten würden, wenn das beulgefährdete Teilfeld nur durch die gegebenen Normalspannungen oder nur durch die gegebenen Schubspannungen belastet wäre
- $\overline{\nu}_{B1}$ oder $\overline{\nu}_{B2}$ die Beulsicherheitszahl bei gleichzeitiger Wirkung der gegebenen Normal- und Schubspannungen für dasjenige Teilfeld, das bei der zugehörigen Mindeststeifigkeit γ_1^* bzw. γ_2^* die jeweils größte Beulgefahr aufweist.

18.2. Beulspannung ausgesteifter Stegbleche

18.2.1. Bemißt man die Aussteifungen der Felder nicht nach den in Abschnitt 18.1. angegebenen Mindeststeifigkeiten γ^*, sondern nach dem im Abschnitt 18.2. der TGL 13 503 Bl.1 mitgeteilten zweiten Weg, so ist der Beulwert k für das v e r s t e i f t e Feld zu berechnen und die im Abschnitt 17.4. der TGL 13 503 Bl.1 verlangte Beulsicherheit (ν_B) nachzuweisen. Hierbei sind die zu wählenden γ-Werte der Aussteifungen kleiner als deren Mindeststeifigkeiten γ^*. Für einige wichtige Belastungsfälle und Steifenanordnungen sind die Beulwerte k bei einspannungsfrei gelagerten Feldrändern aus der Tabelle 8 zu entnehmen. Die Abhängigkeit des Beulwertes (k) vom Seitenverhältnis α ist für einige Steifigkeiten γ in den Bildern 29 bis 32 dargestellt. Insbesondere darf der Beulwert (k) nach Zeile 6 der Tabelle 8 für die Sonderfälle $\gamma_L = \gamma_Q$ und $\gamma_L = 1/2\ \gamma_Q$ genauer aus den Bildern 31 und 32 entnommen werden.

Hierbei bedeutet:

$$\gamma = \frac{J}{0{,}092 \cdot b \cdot t^3} \quad \text{und} \quad \delta = \frac{F}{b \cdot t}, \quad \text{worin}$$

$a = \alpha \cdot b$	Länge des Feldes in cm
b	Breite des Feldes in cm
t	Blechdicke in cm
F	unverschwächte Querschnittsfläche der Steife in cm^2
J	nach Abschnitt 18.1.3. berechnetes Trägheitsmoment des unverschwächten Steifenquerschnittes in cm^4

Für alle $\gamma \geqq \gamma^*$ ist der Beulwert (k) nach Tabelle 4 der TGL 13 503 Bl.1 für das durch die Zwischensteife gebildete und durch Schraffur gekennzeichnete beulgefährdete Teilfeld zu berechnen.

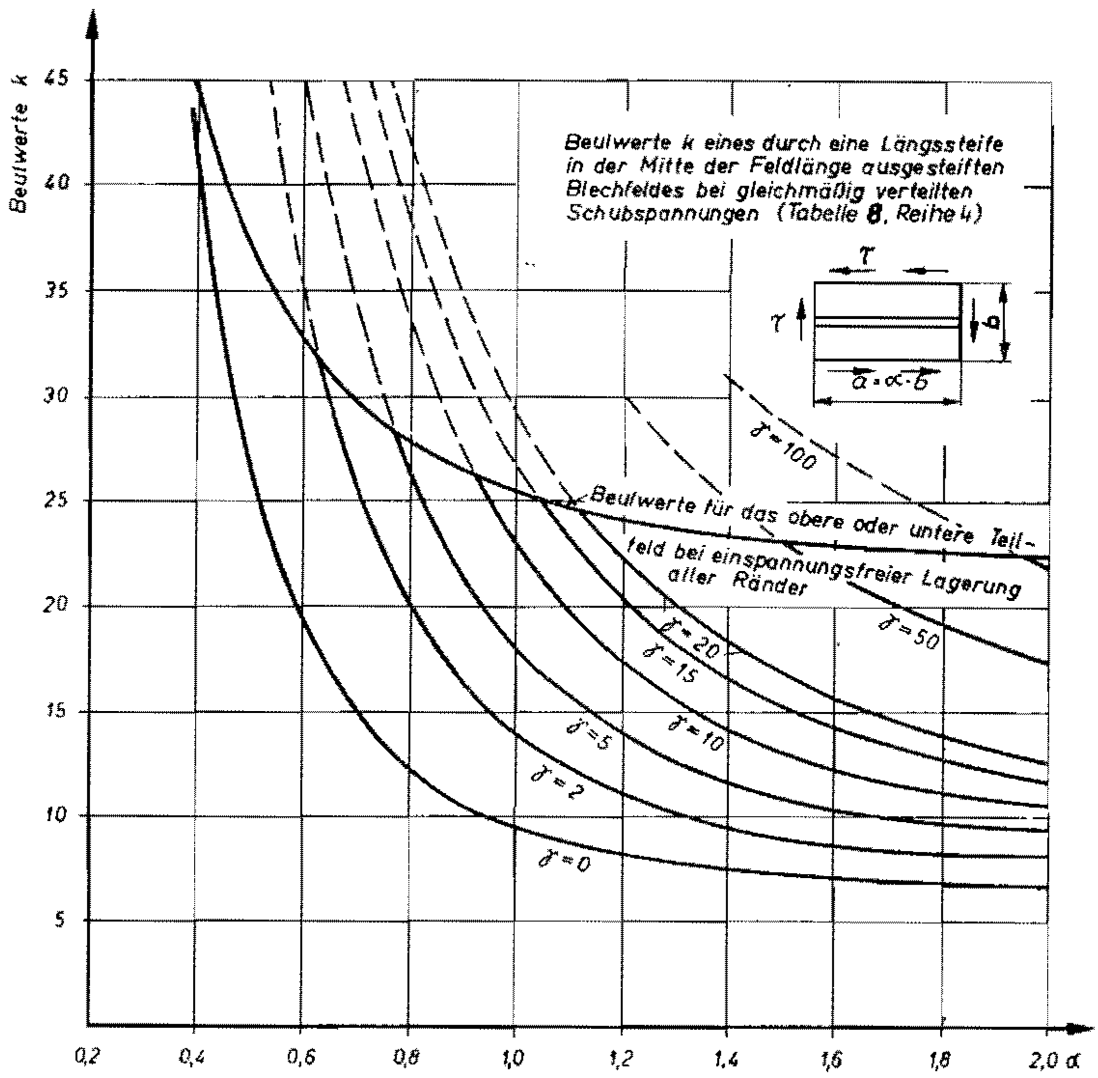


Bild 29

18.2.2. Wird das durch eine elastische Zwischensteife verstärkte Blech nicht nur durch die über die Breite b geradlinig verteilten Druckspannungen mit den Randwerten σ_1 und $\psi \cdot \sigma_1$; $0 \leqq \psi \leqq 1$, sondern zusätzlich noch durch gleichmäßig verteilte Schubspannungen (τ) belastet, so darf die Beuluntersuchung in erster Annäherung gleichfalls nach Abschnitt 17.1., 17.3. und 17.4. der TGL 13 503 Bl.1 durchgeführt werden. Die Einzelbeulspannungen σ_{1Ki} und τ_{Ki} sind hierbei für das durch die elastische Zwischensteife verstärkte Blech nach Tabelle 8 zu berechnen.

Ist γ gleich oder größer als der nach Abschnitt 18.1.7. überschlägig bestimmte Wert γ^*, so ist die Beuluntersuchung für das durch die Zwischensteife gebildete, einspannungsfrei gelagert gedachte Teilfeld durchzuführen.

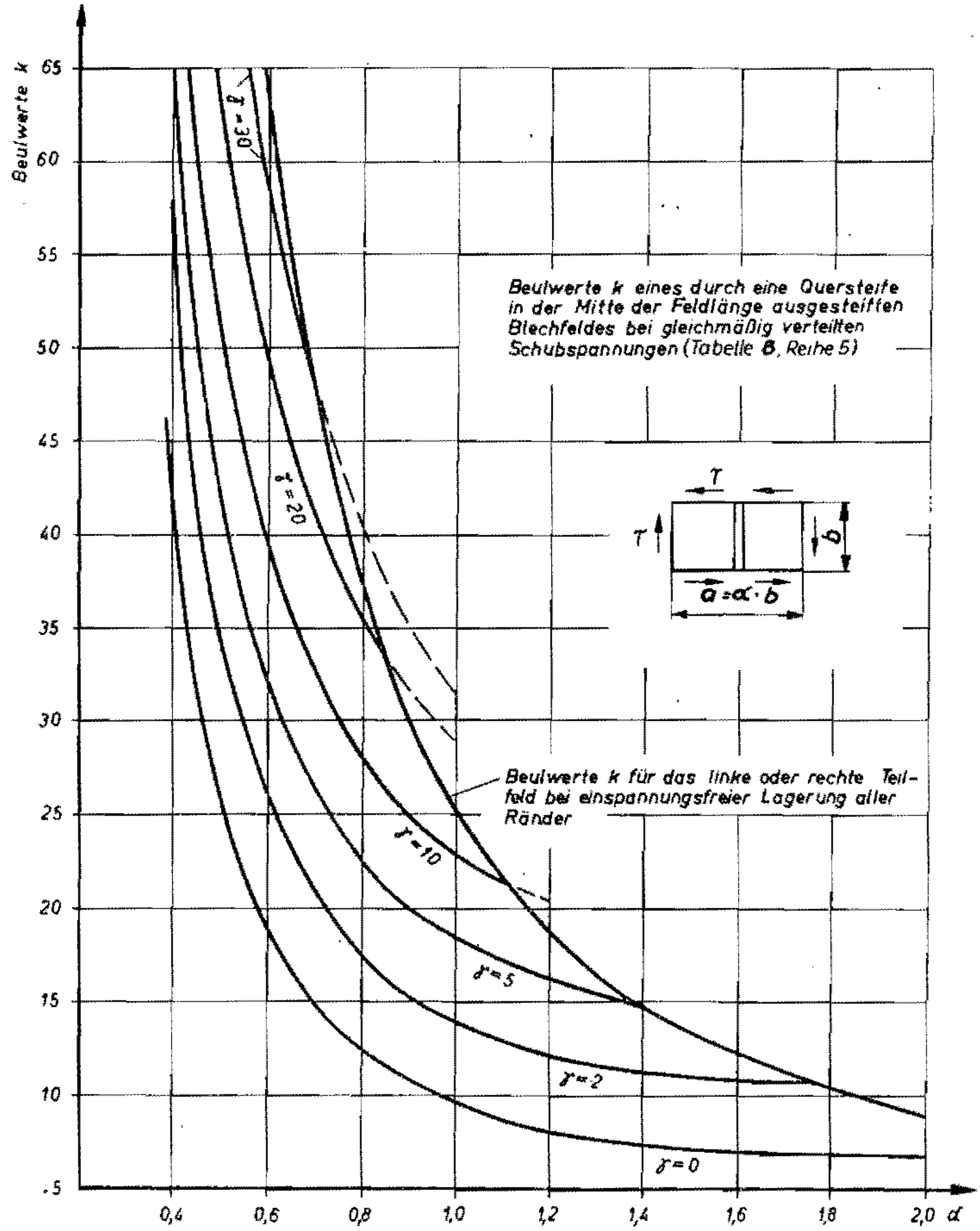

Beulwerte k
65
60
55
50
45
40
35
30
25
20
15
10
5
0,4
0,6
0,8
1,0
1,2
1,4
1,6
1,8
2,0 α
γ = 30
γ = 20
γ = 10
γ = 5
γ = 2
γ = 0
Beulwerte k eines durch eine Quersteife in der Mitte der Feldlänge ausgesteiften Blechfeldes bei gleichmäßig verteilten Schubspannungen (Tabelle 8, Reihe 5)
τ
b
a = α · b
Beulwerte k für das linke oder rechte Teilfeld bei einspannungsfreier Lagerung aller Ränder

Bild 30

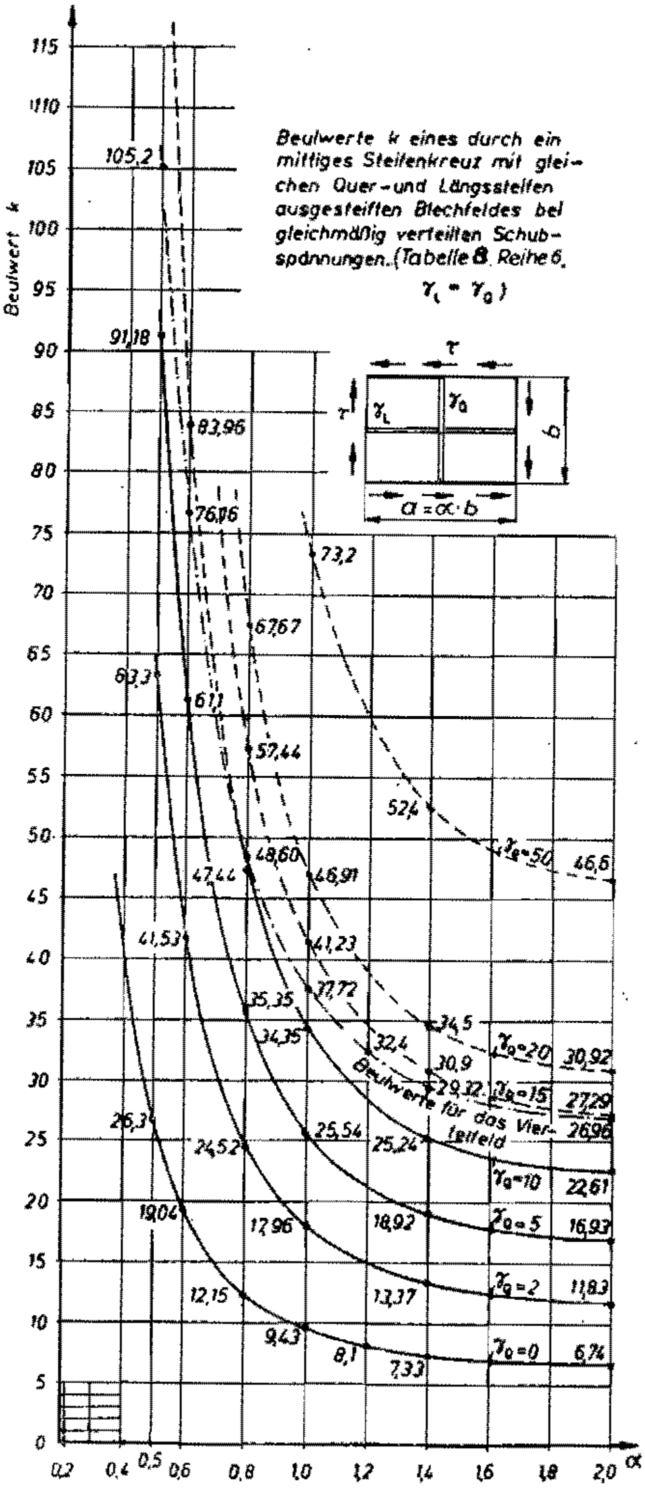


Bild 31

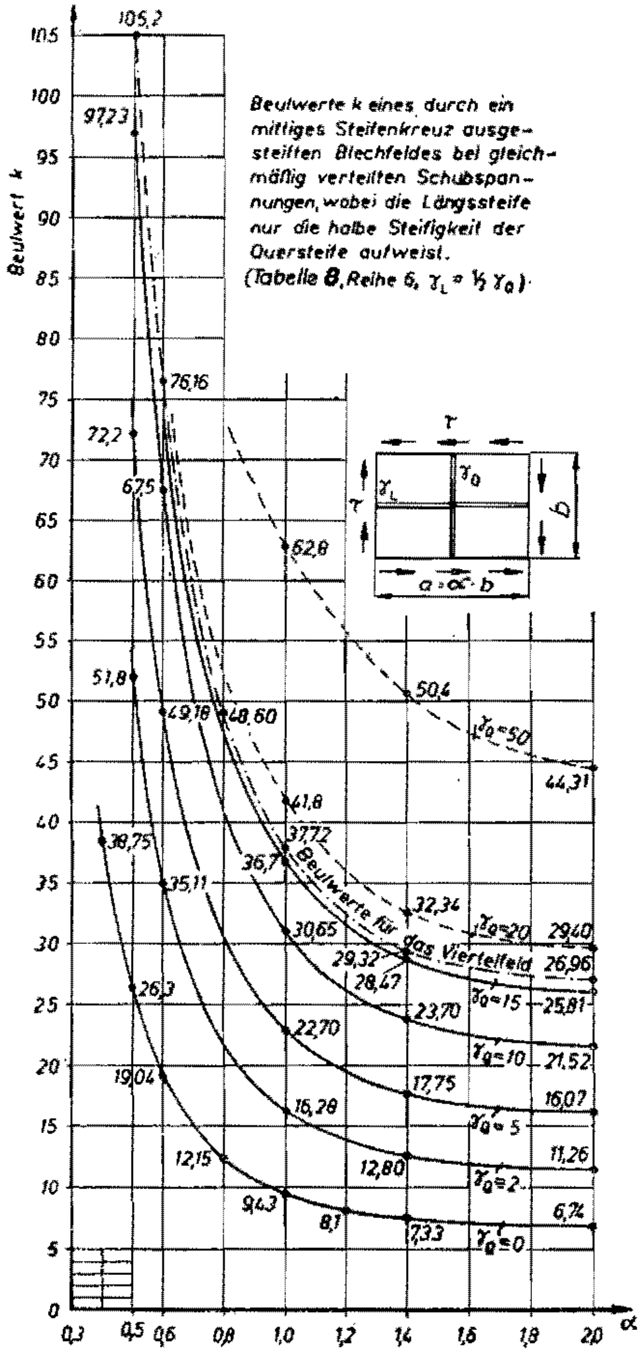


Bild 32

Hinweise

Ersatz für TGL 0-4114 Bl.2 Ausg.9.62

Änderungen gegenüber TGL 0-4114 Bl.2:

Abschnitte:
7.1., 7.2. und 7.3. neu bearbeitet,

8.1. neu aufgenommen

10.2. neu bearbeitet

10.3. und 17.3. neu aufgenommen

redaktionell überarbeitet.

Stahlbau; Stabilitätsfälle; Berechnung nach zulässigen Spannungen, Allgemeine Grundlagen	siehe TGL 13 503 Bl.1
Stahlbau; Stahltragwerke; Berechnung, bauliche Durchbildung	siehe TGL 13 500
Statik und Festigkeitslehre Formelzeichen, Einheiten	siehe TGL 19 326
Mathematische Zeichen	siehe TGL 0-1302
Allgemeine Formelzeichen	siehe TGL 0-1304