Aufbau von faserbasierten Interferometern für die Quantenkryptografie

- Gehäuse, Phasenstabilisierung, Fasereinbau -

Masterarbeit
im Studiengang Elektrotechnik und
Informationstechnik
Vertiefungsrichtung Photonik

an der

FernUniversität in Hagen

in Kooperation mit der

HUMBOLDT-UNIVERSITÄT · ZU BERLIN ·

vorgelegt von

Björnstjerne Zindler

geboren am 13. November 1966 in Görlitz

eingereicht am 21. November 2011

Erstgutachter: Herr Professor Dr. A. Richter
Zweitgutachter: Herr Professor Dr. O. Benson

Meiner Mutter gewidmet
*03. Juli 1940
+22. September 2010

Temperatureinfluss auf die Längenänderung der Faser, gewickelt um den piezoelektrischen Stabilisator und einem Dummy.

- **Basierend auf den Arbeitsblättern:**

- Wärmetheoretische Betrachtungen der Interferometerbox.
- Berechnung der benötigten Faserlängenänderung.
- Berechnung ausgewählter Parameter für eine beliebige Faserlängenänderung unter Nutzung eines Piezorohres.
- Modell zu den Längenänderungen am Piezorohr.
- Aufbau von faserbasierten Interferometern für die Quantenkryptografie - Gehäuse, Phasenstabilisierung, Fasereinbau - Abschnitt A.3 „Herleitungen" §5, §7 und §8.

- **Vorbetrachtungen:**

Zwecks Phasenstabilisierung zweier Interferometer in Time- Bin- Konfiguration soll ein Piezoelektrischer Stabilisator „PES" im empfangenden Interferometer eingebaut werden. Um die Time- Bin- Konfiguration weiter zu gewährleisten, ist ein entsprechender Dummy im zweiten Faserweg mit gleicher Faserlänge einzubauen. Beide Werkstoffe (Keramik wie auch ein Metall, vorzugsweise Kupfer) „Ke" und „Cu" besitzen einen Wärmeausdehnungskoeffizienten „α", der einen Einfluss auf die Faserlängendifferenz besitzt infolge Wärmeein- oder austrag. Haben beide Werkstoffe unterschiedliche Werte von „α", ist mit einer Phasendestabilisierung zu rechnen.

- **Modellbildung:**

Es wird angenommen, dass der PES und der Dummy aus jeweils einem dünnwandigen Ring bestehen, welche die Bernoullische Hypothese erfüllen. Somit kann ein eindimensionales Modell aufgebaut werden. Die Längenänderung infolge Temperatur lässt sich berechnen über:

$$\Delta L = L_O \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

$\Rightarrow$

$$\Delta L = N \cdot \pi \cdot d_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

Mit: N = Windungsanzahl
d_O = Ausgangsdurchmesser des Rings
ΔT = Temperaturänderung

Führt man die relative Größe „ΔT" zurück auf die absoluten Größen, ergibt sich:

$$\Delta L = L_1 - L_0 = N \cdot \pi \cdot d_O \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

$\Rightarrow$

$$L_1 = N \cdot \pi \cdot d_O \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

Da zwei Werkstoffe genutzt werden, ergeben sich zwei unterschiedliche „L_1“:

$$L_{1;KE} = N_{KE} \cdot \pi \cdot d_{O;KE} \cdot (1 + \alpha_{KE} \cdot \Delta T) \qquad L_{1;CU} = N_{CU} \cdot \pi \cdot d_{O;CU} \cdot (1 + \alpha_{CU} \cdot \Delta T)$$

Der Gleichlauf „L“ beider Werte von „L_1“ ist von entscheidendem Interesse:

$$L = L_{1;KE} - L_{1;CU}$$

$\Rightarrow$

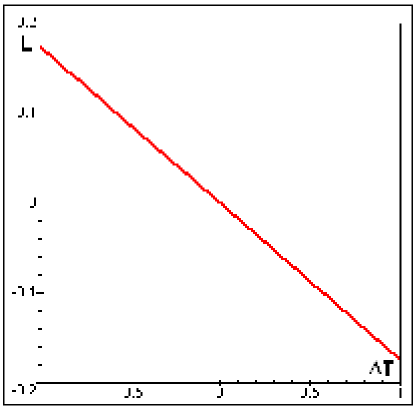
$$\boxed{L = N_{KE} \cdot \pi \cdot d_{O;KE} \cdot (1 + \alpha_{KE} \cdot \Delta T) - N_{CU} \cdot \pi \cdot d_{O;CU} \cdot (1 + \alpha_{CU} \cdot \Delta T)}$$

- **Beispiel:**

Keramik und Kupfer besitzen folgende relevante physikalische Eigenschaften:

N_{Ke}	=	64 Windungen
$d_{O;Ke}$	=	74mm
α_{Ke}	=	$6 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
N_{Cu}	=	64 Windungen
$d_{O;Cu}$	=	74mm
α_{Cu}	=	$17{,}7 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
ΔT	=	-1K bis +1K

Zwischen PES und Dummy soll angenommenermaßen maximal ein Temperaturunterschied von ±1K herrschen. Dann ergibt sich grafisch folgender Gleichlauf:



Abbild 1: Der Gleichlauf „L“ in Abhängigkeit von einem angenommenen Temperaturanstieg zwischen PES und Dummy.

Bereits bei 1K- Unterschied, liegt eine Längendifferenz zwischen der Faser um die PES und um den Dummy von 0,174mm vor.

- **Regelung:**

Es sind bekannt aus den Unterlagen für die angestrebte Konstruktion des PES folgende optoelektronische Charakteristika:

- Längenänderung infolge Spannungsbeaufschlagung:

$$\frac{\Delta L}{U} = 1\frac{\mu m}{V}$$

- Phasenverschiebung infolge Spannungsbeaufschlagung:

$$\frac{\Delta \varphi}{U} = 0{,}65\frac{2\pi}{V}$$

- Phasenverschiebung infolge Längenänderung:

$$\frac{\Delta \varphi}{\Delta L} = 0{,}65\frac{2\pi}{\mu m}$$

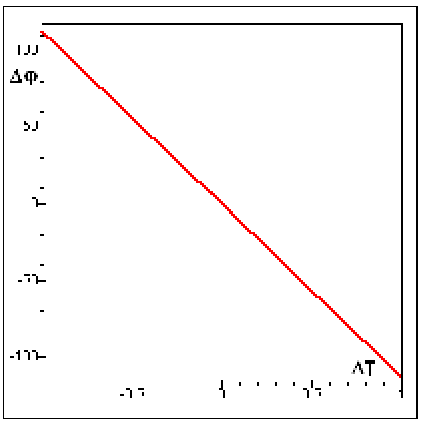
Aus letzteren Wert kann direkt die Phasenverschiebung infolge „ΔT“ abgelesen werden:

$$\Delta \varphi = 0{,}65\frac{2\pi}{\mu m}\cdot L$$

$\Rightarrow$

$$\boxed{\Delta \varphi = 0{,}65\cdot\pi\cdot\left(N_{KE}\cdot d_{O;KE}\cdot\left(1+\alpha_{KE}\cdot\Delta T\right)-N_{CU}\cdot d_{O;CU}\cdot\left(1+\alpha_{CU}\cdot\Delta T\right)\right)\frac{2\pi}{\mu m}}$$

$\Rightarrow$



Abbild 2: Die Abhängigkeit der Phase in Bezug des herrschenden Temperarurunterschiedes zwischen PES und Dummy.

Bereits bei 1K- Unterschied, liegt eine Phasendifferenz zwischen der Faser um die PES und um den Dummy von $113{,}1 \cdot 2\pi$ vor.

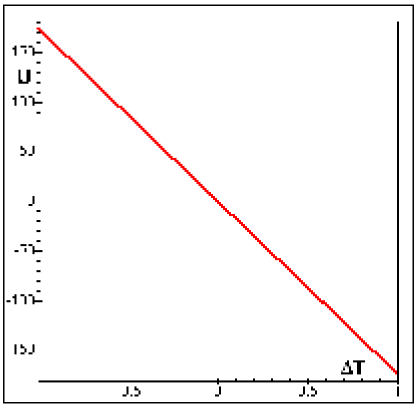
Es lässt sich die Regelspannung am PES ermitteln, welche für den Ausgleich der Temperaturunterschiede nötig ist:

$$U = 1\frac{V}{\mu m} \cdot \Delta L$$

$\Rightarrow$

$$\boxed{U = N_{KE} \cdot \pi \cdot d_{O;KE} \cdot (1 + \alpha_{KE} \cdot \Delta T) - N_{CU} \cdot \pi \cdot d_{O;CU} \cdot (1 + \alpha_{CU} \cdot \Delta T))V}$$

$\Rightarrow$



Abbild 3: Die Größe der nötigen Regelspannungsänderung im Vergleich zum Temperaturunterschied zwischen PES und Dummy.

Bereits bei 1K- Unterschied, liegt eine Regelspannung von 174V an, abweichend vom Nominalwert ±500V.

Andererseits kann aus diesem Wert ermittelt werden, dass bei einem Nominalwert von ±500V ein maximaler Temperaturunterschied zwischen PES und Dummy herrschen darf von:

$$\Delta T_{\max} = \frac{500}{174} \approx 2{,}87K$$

Oberhalb dieses Wertes kann die Regelung nicht mehr wirksam eingreifen.

- **Minimierung:**

Der Gleichlauf soll minimiert werden. Um ein eventuelles Extrema zu finden wird differenziert:

$$\frac{d}{dN_{Cu}}\left(N_{KE} \cdot \pi \cdot d_{O;KE} \cdot (1 + \alpha_{KE} \cdot \Delta T) - N_{CU} \cdot \pi \cdot d_{O;CU} \cdot (1 + \alpha_{CU} \cdot \Delta T)\right) = 0$$

$\Rightarrow$

$$d_{O;CU} \cdot (1 + \alpha_{CU} \cdot \Delta T) = 0$$

Für diesen Ausdruck gibt es keine praktisch vollkommene Lösung. Möglich wäre eine Minimierung des Gleichlaufs „L" durch folgende Maßnahmen:

- Der Anfangsdurchmesser „$d_{O;CU}$" des Dummys ist so klein wie möglich zu wählen, dafür ist die Anzahl der Windungen zu erhöhen. Hier wirkt jedoch begrenzend die einsetzende Dämpfung infolge Faserbiegung.

- „ΔT", der Temperaturunterschied zwischen PES und Dummy ist wirkungsvoll zu begrenzen, z. B. durch eine konstruktive Wärmebrücke.

- Die Nominaltemperatur ist unbedingt konstant zu halten.

- Ein möglichst kleines „α" für den Dummy- Werkstoff ist zu wählen. Idealerweise jedoch so groß wie das „α" des PES.

- **Beispiel:**

Aufbau wie oben.

Innerhalb des Interferometers soll die Temperaturabweichung 0,1K betragen (Aufbau von faserbasierten Interferometern für die Quantenkryptografie - Gehäuse, Phasenstabilisierung, Fasereinbau - Abschnitt A.3 „Herleitungen" §5, §7 und §8.). Dann sind zusätzliche Abweichungen von den Betriebsparametern zu erwarten:

$$L = 0{,}0174mm \equiv 17{,}4\mu m$$

$\Rightarrow$

$$\Delta\varphi = 11{,}3 \cdot 2\pi$$

$\Rightarrow$

$$U = 17{,}4V$$

Eine Regelspannung von 17,4V ist ausreichend um den Temperaturunterschied von 0,1K auszugleichen. Die Phasenverschiebung „Δφ" von 11,3·2π kommt zusätzlich zu einer zweiten Phasenverschiebung von 1π infolge Änderung der Faserlänge innerhalb der Interferometerbox aber außerhalb der PES bei 0,1K.

Damit wird das Regelelement „PES" selbst einen hohen Anteil an Phasenverschiebung mit in den Versuchsaufbau einbringen, wenn eine Erwärmung während des Betriebs auftritt. Der Regelkreislauf kann somit schnell instabil werden, falls keine effektive Wärmeabfuhr vom PES erfolgt.