

---

# Aufbau von faserbasierten Interferometern für die Quantenkryptografie

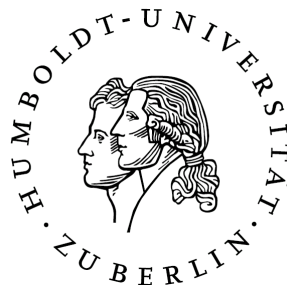
**- Gehäuse, Phasenstabilisierung, Fasereinbau -**

Masterarbeit  
im Studiengang Elektrotechnik und  
Informationstechnik  
Vertiefungsrichtung Photonik

an der



in Kooperation mit der



vorgelegt von

**Björnstjerne Zindler**

geboren am 13. November 1966 in Görlitz

eingereicht am 21. November 2011

Erstgutachter: Herr Professor Dr. A. Richter  
Zweitgutachter: Herr Professor Dr. O. Benson

---

**Meiner Mutter gewidmet**

\*03. Juli 1940

+22. September 2010

## Untersuchung der Abhängigkeiten zwischen Visibilität und BER in der Time- Bin- Konfiguration. - Visibilität allgemein -

- **Basierend auf:**

Untersuchung der Abhängigkeiten zwischen auftretender Phasen- Verschiebung und BER in der Time- Bin- Konfiguration.

- **Visibilität und Phasenrauschen:**

Bekannt ist die allgemeine Berechnungsgrundlage der Visibilität „V“ in der Time- Bin- Konfiguration:

$$V = \frac{MAX - MIN}{MAX + MIN}$$

Für die Werte von MIN und MAX sind die Intensitäten der einzelnen Peaks verantwortlich, so dass gilt:

$$MAX = 1 + 1 + P(\psi) = 2 + P(\psi) \quad MIN = 1 + 1 = 2$$

⇒

$$V = \frac{P(\psi)}{4 + P(\psi)}$$

Wobei für „P(ψ)“ in der Time- Bin- Konfiguration gilt:

$$0 \leq P(\psi) \leq 4$$

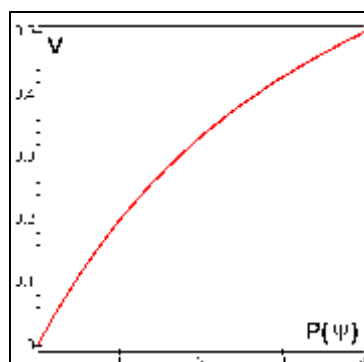


Abbildung 1: Grafisch dargestellt die Abhängigkeit der Visibilität von der optischen Leistung des mittleren Peaks bei der Time- bin- Konfiguration.

Für „ $P(\psi)$ “ ist eine Berechnungsgrundlage bekannt aus „Aufbau von faserbasierten Interferometern für die Quantenkryptografie - Gehäuse, Phasenstabilisierung, Fasereinbau - A.3 - Herleitungen §5“.

$$P(\psi) = 4 \cdot \cos^2 \left[ \frac{\pi}{\lambda} \cdot n \cdot \Delta L \right]$$

Das Phasenrauschen war definiert:

$$\Delta\varphi(\Delta T) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot n \cdot \left( 1 + \frac{dn}{dT} \Delta T \right) \cdot \Delta L \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

Damit ergibt sich für die Visibilität in Abhängigkeit von einer angenommenen Temperaturänderung innerhalb des Interferometers:

$$V = \frac{\cos^2 \Delta\varphi(\Delta T)}{1 + \cos^2 \Delta\varphi(\Delta T)}$$

- **Beispiel:**

Mit den schon oft benutzten Werten aus obig zitierter Quelle:

$n$	=	1,5	
$\lambda$	=	1,5	[ $\mu\text{m}$ ]
$\Delta L$	=	0,1	[ m ]
$\alpha$	=	$12 \cdot 10^{-6}$	[1/K]
$dn/dT$	=	$30 \cdot 10^{-6}$	[1/K]

Grafisch dargestellt:

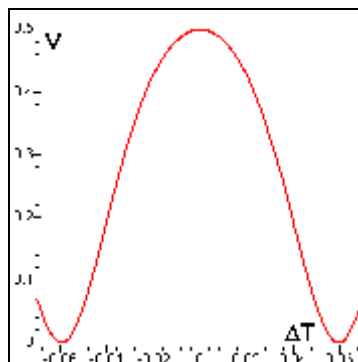


Abbildung 2: Grafisch dargestellt die Abhängigkeit der Visibilität von einer Temperaturabweichung des Interferometers vom Sollwert.

## Untersuchung der Abhängigkeiten zwischen Visibilität und BER in der Time- Bin- Konfiguration. - Phasenrauschen, BER -

- **Ermittlung der Berechnungsgrundlage des Phasenrauschens:**

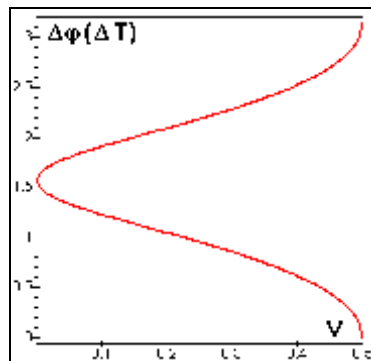
Dazu muss das ermittelte „V“ umgestellt werden:

$$V = \frac{\cos^2 \Delta\varphi(\Delta T)}{1 + \cos^2 \Delta\varphi(\Delta T)}$$

⇒

$$\Delta\varphi(\Delta T) = \arccos\left(\pm \sqrt{\frac{V}{1-V}}\right)$$

⇒



Abbild 3: Grafisch dargestellt die Abhängigkeit des Phasenrauschens von der ermittelten Visibilität.

Die restlichen Schritte zur Ermittlung der BER sind analog zur oben aufgeführten Quelle durchzuführen und werden deshalb hier nicht weiter ausführlich beschrieben.

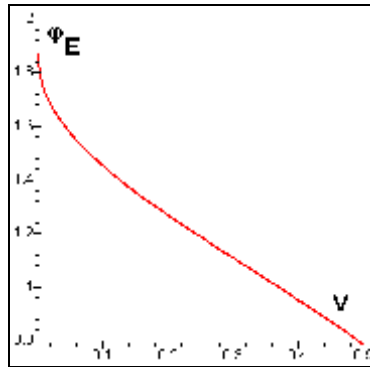
### Ermittlung der Entscheidungsschwelle „ $\varphi_E$ “:

$$\varphi_E = \frac{\pi}{4} + \frac{\ln 4}{\pi} \cdot \Delta\varphi(\Delta T)^2$$

⇒

$$\varphi_E = \frac{\pi}{4} + \frac{\ln 4}{\pi} \cdot \arccos^2\left(\pm \sqrt{\frac{V}{1-V}}\right)$$

⇒



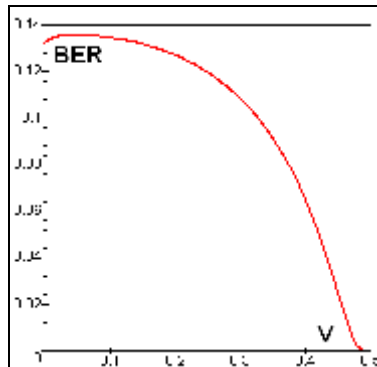
Abbild 4: Grafisch dargestellt die Abhängigkeit der Entscheidungsschwelle von der ermittelten Visibilität.

• Die BER:

Ist bekannt und ermittelbar über die Fehlerintegrale:

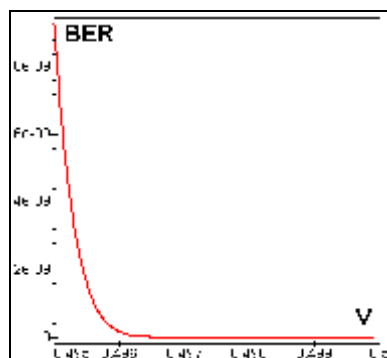
$$BER = \frac{1 - \operatorname{erf} \frac{\varphi_E}{\sqrt{2} \cdot \Delta\varphi(\Delta T)}}{1 + \operatorname{erf} \frac{\varphi_E}{\sqrt{2} \cdot \Delta\varphi(\Delta T)}}$$

⇒



Abbild 5: Grafisch dargestellt die Abhängigkeit der BER von der ermittelten Visibilität für alle Werte von „V“.

Da das Phasenrauschen nicht alleiniger Grund für eine nichtoptimale Visibilität ist, geht der Wert für die BER bei „V = 0“ nicht gegen „Eins“. Siehe dazu auch oben genannte basierende Quelle.



Abbild 5: Grafisch dargestellt die Abhängigkeit der BER von der ermittelten Visibilität für Werte nahe „0,5“.

## Untersuchung der Abhängigkeiten zwischen auftretender Phasen- Verschiebung und BER in der Time- Bin- Konfiguration.

- Tabelle -

- Tabelle für ausgesuchte Werte von „V“:

V	$\Delta\varphi(\Delta T)$	$\varphi_E$	BER
0,000	$0,5000\pi$	$\pi/4 + 0,3466\pi$	0,131 741 332
0,010	$0,4680\pi$	$\pi/4 + 0,3036\pi$	0,134 316 673
0,020	$0,4544\pi$	$\pi/4 + 0,2862\pi$	0,135 047 495
0,030	$0,4437\pi$	$\pi/4 + 0,2729\pi$	0,135 446 925
0,040	$0,4346\pi$	$\pi/4 + 0,2618\pi$	0,135 658 411
0,050	$0,4263\pi$	$\pi/4 + 0,2520\pi$	0,135 736 611
0,060	$0,4187\pi$	$\pi/4 + 0,2430\pi$	0,135 708 636
0,070	$0,4115\pi$	$\pi/4 + 0,2348\pi$	0,135 589 693
0,080	$0,4047\pi$	$\pi/4 + 0,2271\pi$	0,135 388 812
0,090	$0,3982\pi$	$\pi/4 + 0,2200\pi$	0,135 111 402
0,100	$0,3918\pi$	$\pi/4 + 0,2128\pi$	0,134 760 535
0,110	$0,3856\pi$	$\pi/4 + 0,2062\pi$	0,134 338 658
0,120	$0,3796\pi$	$\pi/4 + 0,1998\pi$	0,133 843 010
0,130	$0,3737\pi$	$\pi/4 + 0,1936\pi$	0,133 275 868
0,140	$0,3678\pi$	$\pi/4 + 0,1875\pi$	0,132 634 702
0,150	$0,3620\pi$	$\pi/4 + 0,1817\pi$	0,131 917 270
0,160	$0,3562\pi$	$\pi/4 + 0,1759\pi$	0,131 120 673
0,170	$0,3505\pi$	$\pi/4 + 0,1703\pi$	0,130 241 363
0,180	$0,3448\pi$	$\pi/4 + 0,1648\pi$	0,129 275 161
0,190	$0,3391\pi$	$\pi/4 + 0,1594\pi$	0,128 217 234
0,200	$0,3333\pi$	$\pi/4 + 0,1540\pi$	0,127 062 059
0,210	$0,3276\pi$	$\pi/4 + 0,1488\pi$	0,125 803 383
0,220	$0,3218\pi$	$\pi/4 + 0,1435\pi$	0,124 434 161
0,230	$0,3159\pi$	$\pi/4 + 0,1384\pi$	0,122 946 812
0,240	$0,3100\pi$	$\pi/4 + 0,1333\pi$	0,121 331 473
0,250	$0,3041\pi$	$\pi/4 + 0,1282\pi$	0,119 579 212
0,260	$0,2980\pi$	$\pi/4 + 0,1231\pi$	0,117 678 581
0,270	$0,2919\pi$	$\pi/4 + 0,1181\pi$	0,115 617 141
0,280	$0,2857\pi$	$\pi/4 + 0,1131\pi$	0,113 380 953
0,290	$0,2793\pi$	$\pi/4 + 0,1081\pi$	0,110 954 399
0,300	$0,2728\pi$	$\pi/4 + 0,1032\pi$	0,108 319 954
0,310	$0,2662\pi$	$\pi/4 + 0,0982\pi$	0,105 457 946

0,320	$0,2594\pi$	$\pi/4 + 0,0933\pi$	0,102 346 278
0,330	$0,2524\pi$	$\pi/4 + 0,0883\pi$	0,098 960 131
0,340	$0,2452\pi$	$\pi/4 + 0,0833\pi$	0,095 271 616
0,350	$0,2377\pi$	$\pi/4 + 0,0784\pi$	0,091 249 617
0,360	$0,2300\pi$	$\pi/4 + 0,0733\pi$	0,086 859 226
0,370	$0,2221\pi$	$\pi/4 + 0,0684\pi$	0,082 061 904
0,380	$0,2137\pi$	$\pi/4 + 0,0633\pi$	0,076 815 480
0,390	$0,2051\pi$	$\pi/4 + 0,0583\pi$	0,071 074 870
0,400	$0,1959\pi$	$\pi/4 + 0,0532\pi$	0,064 793 867
0,410	$0,1863\pi$	$\pi/4 + 0,0481\pi$	0,057 929 012
0,420	$0,1760\pi$	$\pi/4 + 0,0430\pi$	0,050 447 520
0,430	$0,1650\pi$	$\pi/4 + 0,0378\pi$	0,042 343 107
0,440	$0,1532\pi$	$\pi/4 + 0,0325\pi$	0,033 667 530
0,450	$0,1402\pi$	$\pi/4 + 0,0273\pi$	0,024 593 555
0,460	$0,1257\pi$	$\pi/4 + 0,0220\pi$	0,015 539 378
0,470	$0,1092\pi$	$\pi/4 + 0,0165\pi$	0,007 394 706
0,480	$0,0895\pi$	$\pi/4 + 0,0111\pi$	0,001 760 697
0,490	$0,0634\pi$	$\pi/4 + 0,0056\pi$	0,000 028 149
0,491	$0,0602\pi$	$\pi/4 + 0,0050\pi$	0,000 011 422
0,492	$0,0568\pi$	$\pi/4 + 0,0045\pi$	0,000 003 719
0,493	$0,0531\pi$	$\pi/4 + 0,0039\pi$	0,000 000 885
0,494	$0,0492\pi$	$\pi/4 + 0,0034\pi$	0,000 000 132
0,495	$0,0450\pi$	$\pi/4 + 0,0028\pi$	0,000 000 009
0,496	$0,0402\pi$	$\pi/4 + 0,0022\pi$	0,000 000 000
0,497	$0,0348\pi$	$\pi/4 + 0,0017\pi$	0,000 000 000
0,498	$0,0285\pi$	$\pi/4 + 0,0011\pi$	0,000 000 000
0,499	$0,0201\pi$	$\pi/4 + 0,0006\pi$	0,000 000 000
0,500	$0,0000\pi$	$\pi/4 + 0,0000\pi$	0,000 000 000