χ -Oszillator

Dipl.- Ing. Björnstjerne Zindler, M.Sc. www.Zenithpoint.de

Erstellt: 01. August 2003 – Letzte Revision: 1. September 2020

Inhaltsverzeichnis

 $\begin{tabular}{ll} {\bf 1} & {\bf Der Zusammenhang zwischen} \ \chi \ {\bf und \ einer \ Quantelung} \ n & {\bf 3} \\ \\ \hline \\ {\bf Literatur} \\ [001] & {\bf Keine \ für \ vorliegenden \ Text.} \\ \end{tabular}$

1 Der Zusammenhang zwischen χ und einer Quantelung - Zur Vorbereitung auf die Schrödinger-Gleichung

Gegeben aus vorangegangenen Kapiteln ist die Berechnung der Anharmonizitätskonstante χ für den [001] betreffenden Oszillator:

 μ -Oszillator:

$$\chi = \ln 2 - qc$$

 χ -Oszillator:

$$\chi = \ln q - qc$$

Aus der zwingend gleichen Eigenfrequenz des Rumpfpotentiales ist ein Zusammenhang zwischen einer Quantelung n und χ ermittelt worden:

 μ -Oszillator:

$$n = e^{-\chi}$$

 \Rightarrow

$$n = e^{qc - \ln 2} = \frac{1}{2} \cdot e^{qc}$$

 \Rightarrow

$$c = \frac{1}{q} \cdot \ln\left(2n\right)$$

 χ -Oszillator:

$$n = e^{-\chi}$$

 \Rightarrow

$$n = e^{qc - \ln q} = \frac{1}{q} \cdot e^{qc}$$

 \Rightarrow

$$c = \frac{1}{q} \cdot \ln\left(qn\right)$$

Die Rumpfpotentiale können nun so modifiziert werden, dass nicht mehr c maßgebend ist als intrinsischer Faktor, sondern n:

 μ -Oszillator:

$$_{0}\Psi_{\text{Morse}}\left(c,q\right) = \left(1 - e^{-qc}\right)^{2}$$

 \Rightarrow

$$_{0}\Psi_{\mathrm{Morse}}\left(n\right)=\left(1-\frac{1}{2n}\right)^{2}$$

 χ -Oszillator:

$$\Psi_0\left(c,q\right) = 1 - e^{-qc} \cdot (qc+1)$$

 \Rightarrow

$$\Psi_{0}\left(q,n\right) = 1 - \frac{\ln\left(qn\right) + 1}{qn}$$

Aus der Definition eines Rumpfpotentiales ist ermittelbar, für welches (Start)-n das Potential definiert ist:

 μ -Oszillator:

$$_{0}\Psi_{ ext{Morse}}\left(n
ight)=0=\left(1-rac{1}{2n}
ight)^{2}$$

$$n=rac{1}{2}$$

 \Leftrightarrow

 χ -Oszillator:

$$\Psi_{0}\left(q,n\right)=0=1-\frac{\ln\left(qn\right)+1}{qn}$$

 \Leftrightarrow

$$\ln\left(qn\right) + 1 = qn$$

Der Wert q beeinflusst demnach das (Start)-n über eine Lambert-W- Funktion. Für q=2 gilt:

$$\ln\left(2n\right) + 1 = 2n$$

 \Rightarrow

$$n = \frac{1}{2}$$

Zu beachten ist der Wegfall des Wertes q im μ -Oszillator und das (Start)-n für q=2 beim χ -Oszillator von $n=\frac{1}{2}$.

Diese Situation grafisch dargestellt:

